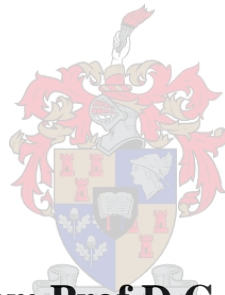


**‘n Onderzoek na die rol van die probleemoplossingsbenadering om die
gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in ‘n multigraad wiskundekurrikulum
te oorbrug**

**Deur
Keith Jarome Fortuin**



**Studieleier: Prof D.C.J. Wessels
Departement Kurrikulumstudie**

Desember 2021

VERKLARING

Deur hierdie tesis elektronies in te lewer, verklaar ek dat die geheel van die werk hierin vervat, my eie, oorspronklike werk is, dat ek die alleenouteur daarvan is (behalwe in die mate uitdruklik anders aangedui), dat reproduksie en publikasie daarvan deur die Universiteit van Stellenbosch nie derdepartyregte sal skend nie en dat ek dit nie vantevore, in die geheel of gedeeltelik, ter verkryging van enige kwalifikasie aangebied het nie.

Datum: Desember 2021

Keith Jarome Fortuin

ABSTRAK

Onderrig in 'n multigraadsituasie bly 'n uitdaging waar die multigraadonderwyser meer as een graad in dieselfde klas met beperkte ruimte op dieselfde tyd moet onderrig met verskillende ouderdomsgroepe en vermoëns. Die doel van die navorsingstudie was om ondersoek in te stel na die rol van die probleemoplossingsbenadering om die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in 'n Multigraad wiskundekurrikulum te oorbrug.

Multigraadonderrig word beskou as die enigste beskikbare opsie vir kinders wat woon in gebiede met 'n klein populasie en waar klein getalle van leerders per graad dit regverdig om voorsiening te maak vir onderwysers vir elke graad. Om opvoeding dus vir hierdie leerders moontlik te maak, is multigraadonderrig die beste opsie vir die meeste landelike gebiede. Opvoedkundiges glo dat multigraad 'n belangrike rol het om te speel indien die uitkomst van die "World Declaration for 'Education for All', affirmed in Jomtien in 1990, and the Dakar Framework of Action in 2000", bereik moet word.

Die probleemoplossingsbenadering is een van die moontlike oplossings om die onderrig en leer van wiskunde meer effektief te laat verloop in 'n multigraadklas. Dus moet die klem verskuif van die tradisionele benadering tot die onderrig van wiskunde na die probleemoplossingsbenadering. Die tradisionele maniere van onderrig laat leerders nie toe om hul eie vaardighede en wiskundige denke te ontwikkel nie en word nie toegelaat om te soek na die wiskundige verstaan van probleme nie. Die empiriese ondersoek is aangepak in die vorm van 'n gevallestudie en is gedoen deur die Ontwerp-Gebaseerde Navorsingsmetode. Die data insameling is gedoen deur middel van die kwalitatiewe ondersoek. Dit het die grondslag gevorm waarvolgens gevolgtrekkings en aanbevelings gemaak kon word. Die voortoets het bevestig dat die probleemoplossingsbenadering aanvanklik vreemd was vir die groeplede van die proefgroep aangesien hulle gewoon was aan die tradisionele manier van onderrig. Die na-toets suggereer dat daar 'n verbetering was in die oplos van die probleme, maar dat die gaping nie by al die respondente oorbrug kon word in die oplos van probleme nie. Die belangrike aanbeveling is dat leerders reeds van 'n vroeë ouderdom blootgestel moet word aan die probleemoplossingsbenadering.

Sleutelwoorde: Multigraadskool, Monograadskool, Multigraadklaskamer,

Multigraadonderwyser, Tradisionele onderrig, Probleemoplossing, Metakognisie, Konstruktivisme, Koöperatiewe leer, Fasiliteerder

ABSTRACT

Teaching in a multi-grade situation remains a challenge where the multi-grade teacher has to teach simultaneously more than one grade in the same class with limited space, with different age groups and abilities. The aim of the research study was to investigate the role of the problem-solving approach in bridging the gap between Grades 4, 5 and 6 in a Multigrade mathematics curriculum.

Multigrade education is considered to be the only available option for children living in areas with a small population and where small numbers of learners per grade do not justify providing teachers for each grade. Thus, to enable education for these learners, multigrade education is the best option for most rural areas. Educators believe that multigrade education has an important role to play if the outcomes of the “World Declaration for ‘Education for All’, affirmed in Jomtien in 1990 and the Dakar Framework of Action in 2000”, are to be reached.

The problem-solving approach is one of the possible solutions to make the teaching and learning of mathematics more effective in a multi-grade class. Thus, the emphasis must shift from the traditional approach to teaching mathematics, to the problem-solving approach. The traditional ways of teaching do not allow learners to develop their own skills and mathematical thinking and they are not allowed to search for the mathematical understanding of problems.

The empirical investigation was undertaken in the form of a case study conducted by the DesignBased Research approach. The data collection was done through the qualitative investigation. It formed the basis on which conclusions and recommendations could be made. The pre-test confirmed that the problem-solving approach was initially foreign to the experimental group learners as they were accustomed to the traditional way of teaching. The post-test suggests that there was an improvement in problem solving, but that the gap could not be bridged for all the respondents in problem solving. The most important recommendation is that learners should be exposed to the problem-solving approach from an early age.

Keywords: Multigrade school, Monograde school, Multigrade classroom, Multigrade teacher, Traditional teaching, Problem solving, Metacognition, Constructivism, Cooperative learning, Facilitator

VERWYSINGS NA GENDER OF GESLAG

Die onsydige vorm “hy” verteenwoordig alle verwysings na gender of geslag in hierdie studie.

Erkenning

My opregte dank en waardering gaan aan:

1. Die liewe Hemelse Vader wat alles moontlik gemaak het.
2. My studieleier Prof. DCJ Wessels - vir al sy geduld, ondersteuning en leiding tot 'n dieper en beter verstaan van die onderwerp van my studie.
3. My ouers, broers en susters vir hul getroue ondersteuning.
4. My vriende vir hul begrip en gebede.
5. Vir die skool en alle deelnemers betrokke, baie dankie vir u samewerking.
6. Mev. Elsa Wessels vir die taalversorging.
7. Mej. Raylien Stoffels vir akademiese ondersteuning.
8. Mev Sarie Wilbers van die Stellenbosch Biblioteek vir haar werk en bystand.

INHOUDSOPGAWE

HOOFSTUK 1:	1
INLEIDING, MOTIVERING EN DOELSTELLINGS VAN DIE STUDIE.....	1
1.1 INLEIDING.....	1
1.2 MOTIVERING VIR DIE STUDIE.....	1
1.3 DEFINIËRING VAN BEGRIPPE EN TERME.....	4
1.4 PROBLEEMSTELLING.....	6
1.4.1 Navorsingsvraag.....	6
1.4.2 Sub-vrae.....	6
1.5 DIE DOEL VAN DIE ONDERSOEK.....	6
1.5.1 Doelwitte.....	7
1.6 METODE VAN NAVORSING.....	7
1.6.1. Navorsingsontwerp.....	7
1.6.2 Kwalitatiewe navorsingsbenadering.....	7
1.6.3 Ontwerp Gebaseerde Navorsing.....	8
1.6.4 Beskrywende aard van navorsing.....	9
1.6.5. Teikengroepe.....	10
1.6.6 Meetinstrumente.....	10
1.6.7 Verloop van die ondersoek.....	12
1.7 DATA INSAMELING EN PROSESERING VAN DATA.....	12
1.8 HOOFSTUKINDELING.....	13
1.9 ETIESE OORWEGINGS.....	13
1.10 GELDIGHEID OF WAARDE VAN DIE STUDIE.....	14
 HOOFSTUK 2.....	 15
PROBLEEMOPLOSSING, EFFEKTIEWE LEER EN DIE BOU VAN	
KONNEKSIES.....	15
2.1 INLEIDING.....	15
2.2 DIE EFFEKTIEWE ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE.....	16
2.2.1 Effektiewe leer.....	17
2.2.2 Effektiewe Onderrig.....	19

2.3 DEDUKTIEWE EN INDUKTIEWE ONDERRIGBENADERING	21
2.3.1 Induktiewe onderrigbenadering.....	21
2.3.2 Deduktiewe onderrigbenadering.....	22
2.3.3 Deduktiewe en Induktiewe Onderrigmetodes as kombinasie.....	23
2.4 SOORTE KENNIS VOLGENS PIAGET.....	24
2.4.1 Fisiese kennis	24
2.4.2 Sosiale kennis	24
2.4.3 Logies-wiskundige kennis.....	25
2.4.4 Gebruik van die drie tipes kennis.....	25
2.5 ONDERSOEKENDE BENADERING OF (PROBLEEM-)	
 GEBASEERDE LEER.....	27
2.6 DIE VERSKIL TUSSEN DIE TRADISIONELE ONDERRIGBENADERING	
 EN DIE PROBLEEMOPLOSSINGBENADERING TOT WISKUNDE.....	28
2.6.1 Tradisionele onderrigbenadering.....	28
2.6.1.1 Die rol van die kinders in die tradisionele benadering.....	30
2.6.1.2 Die rol van die onderwyser in die tradisionele benadering.....	31
2.6.1.3 Die rol van take en materiaal.....	32
2.6.1.4 Klaskameratmosfeer.....	33
2.6.1.5 Tradisionele metode van assessering.....	33
2.6.2 Probleemoplossingbenadering.....	34
2.6.2.1 Inleiding.....	34
2.6.2.2 Wat is 'n probleem ?.....	35
2.6.2.3 Probleemoplossing	36
2.6.2.4 Die rol van die onderwyser.....	36
2.6.2.5 Die rol van die leerder.....	39
2.6.2.6 Minimale, gedeelte en volle leiding tydens die probleemoplossing- benadering.....	40
2.6.2.6.(1) Ondersteuning met volle onderrig leiding.....	41
2.6.2.6.(2) Ondersteuning met minimale leiding.....	41
2.6.2.6.(3) Die rol van voorkennis.....	43
 Eie gevolgtrekking	44
2.6.2.7 Die rol van take en materiaal.....	44

Eie gevolgtrekking.....	46
2.6.2.8 Klaskamerkultuur.....	46
Eie gevolgtrekking.....	50
2.6.2.9 Die rol van Assessering in Probleemgesentreerde leer.....	50
2.7 RUBRIEKE.....	51
2.7.1 Die Analitiese Bepuntingsrubriek.....	52
2.7.2 Holistiese Bepuntingsrubriek.....	53
2.7.3 Anaholistiese Bepuntingsrubriek.....	53
Eie gevolgtrekking.....	54
2.8 DIE ROL VAN METAKOGNISIE TYDENS PROBLEEMOPLOSSING.....	54
2.8.1 Begripsomskrywing.....	54
2.8.2 Verband tussen metakognisie en wiskundige probleemoplossing.....	55
Eie siening van metakognisie	56
2.8.3 Enkele Metakognitiewe strategieë om probleme op te los.....	57
2.8.3.1. Beplanningstrategieë.....	57
2.8.3.2. Die Genereer van vrae.....	57
2.8.3.3 Opname, vraag, lees (OVL).....	58
2.8.3.4. Parafrasering.....	58
2.8.3.5 Visualisering.....	59
Eie gevolgtrekking.....	60
2.9. KONSTRUKTIVISME AS VERNAME LEERTEORIE VAN WISKUNDIGE PROBLEEMOPLOSSING.....	59
2.9.1 Inleiding.....	60
2.9.2. Kognitiewe Konstruktivisme.....	62
2.9.3. Sosiale Konstruktivisme.....	62
2.9.4 Radikale Konstruktivisme.....	64
2.9.5 Perspektiewe van verskillende denkers.....	64
2.9.5.1 Jerome Bruner.....	64
2.9.5.2 Lev Vygotsky	66
2.9.5.3 Jean Piaget	68
2.9.5.4 John Dewey.....	69
2.9.5.5 Kritici teenoor konstruktivisme.....	70

Eie gevolgtrekking.....	72
2.10 KOÖPERATIEWE LEER.....	72
2.10.1 Inleiding.....	73
2.10.2 Rol van onderwyser voor die implementering van 'n koöperatiewe leersituasie.....	73
2.10.3 Implementering.....	74
2.10.3.1 Die Leerders se verantwoordelikhede	74
2.10.3.2 Die rol van die onderwyser tydens die implementeringsfase.....	74
2.10.4 Na implementering.....	75
2.10.4.1 Positiewe interafhanklikheid.....	77
2.10.4.2 Van aangesig tot aangesig kommunikasie bevorder interaksie.....	77
2.10.4.3 Individuele aanspreeklikheid.....	78
2.10.4.4 Sosiale vaardighede	78
2.10.4.5 Groep prosessering	78
Eie gevolgtrekking.....	78
2.11 VERSKILLENDE PROSESSE VAN PROBLEEMOPLOSSING	78
2.11.1 Verstaan van die probleem.....	79
2.11.2 Maak 'n plan.....	79
2.11.3 Voer die plan uit.....	80
2.11.4 Kyk terug.....	80
2.12 SLEUTELEIENSKAPPE VAN PROBLEEMOPLOSSING.....	83
2.12.1 Konseptuele begrip	84
2.12.2 Strategieë en redenering.....	85
2.12.3 Kommunikasie	86
2.12.4 Berekeninge en Uitvoering.....	86
2.12.5 Wiskundige insigte - Koppel dit ook aan die idee van 'konneksies vorm'.....	87
2.13 ONDERRIGSTRATEGIEë VAN PROBLEEMOPLOSSING	87
2.13.1 Inleiding.....	87
2.13.2 Teken 'n prentjie.....	88
2.13.3 Die teken van 'n diagram.....	89
2.13.4 Raai en kontroleer.....	90
2.13.5 Maak 'n lys.....	91

2.13.6	Soek na 'n patroon.....	92
2.13.7	Elimineer die moontlikhede.....	95
2.13.8	Agteruit te werk.....	96
2.13.9	Toneelspel (dramatisering).....	97
2.13.10	Om jou gesigspunt te verander	97
2.14	SAMEVATTING.....	98
HOOFSTUK 3	101	
KEUSE VAN PROBLEME EN TAKE ASOOK DIE ROL VAN DIE		
ONDERWYSER IN 'N PROBLEEMOPLOSSING KLASKAMER.....	101	
3.1	INLEIDING.....	101
3.2	PROBLEEMTIPES.....	101
3.2.1	Inleiding.....	101
3.2.2	Geslote tipe probleme.....	102
3.2.2.1	Roetine probleme.....	103
3.2.2.2	Nie-roetine probleemoplossing.....	104
3.2.2.3	Heuristiese Prosesse.....	105
3.3.	OOP TIPE VRAE.....	109
3.3.1	Tipes Oop probleme.....	110
3.3.1.1.	Nie al die data of aannames word gegee nie.....	110
3.3.1.2	Te min data.....	110
3.3.1.3	Misleidende resultate.....	111
3.3.1.4.	Die probleem moet 'n konsep/prosedure/fout verduidelik.....	112
3.3.1.5.	Die probleem moet geformuleer word.....	112
3.3.1.6	Praktiese probleme of probleme wat in die werklike wêreld teengekom word.....	114
3.3.1.7	Probleme wat ondersoek moet word	115
3.3.1.8	Die omskakeling van handboek oefeninge na kort oop probleme.....	117
3.3.1.9	Hoekom onderrig ons die leerder in die oplos van oop probleme?	117
3.4	KRITERIA VIR DIE SELEKTERING VAN PROBLEME	118
3.4.1	Goeie probleemoplostake.....	121
3.5	GETALBEGRIP ONTWIKKELING	121

3.6	LEERTRAJEKTE.....	124
3.6.1	Wat word met 'n leer-onderrig trajek bedoel?	128
3.7	ONDERWYSER AS FASILITEERDER VAN KENNIS.....	128
3.7.1	Inleiding.....	128
3.7.2	Die rol van die onderwyser as fasiliteerder.....	129
3.7.3	Die rol van die fasiliteerder	130
3.7.3.1	Assesseer die leerder.....	131
3.7.3.2	Beplan die leer.....	131
3.7.3.3	Implementeer die plan.....	132
3.7.3.4	Evalueer die proses.....	132
3.7.4	Maniere waarop die onderwyser leer kan fasiliteer.....	132
3.8	WAARNEMING.....	133
3.8.1	Inleiding.....	133
3.8.2	Leerder waarneming.....	133
3.8.3	Onderwyser se waarneming.....	134
3.9	SAMEVATTING.....	135
HOOFSTUK 4.....	136	
METODE EN ONTWERP VAN DIE DATA INSAMELINGSPROSES.....	136	
4.1	INLEIDING.....	136
4.2	NAVORSINGSONTWERP.....	136
4.2.1	Navorsingsmetode	136
4.2.2	Gevalllestudie	136
4.2.3.	Ontwerp gebaseerde navorsing	137
4.2.3.1	Hipotetiese Leertrajek in die ontwerpfase.....	138
4.2.3.2	Hipotetiese Leertrajek in die onderrig eksperiment.....	138
4.2.3.3	Hipotetiese Leertrajek in die retrospektiewe analise	139
4.2.4	Studiepopulasie.....	139
4.2.5	Teikengroep.....	139
4.3.	ETIESE KWESSIE.....	140
4.3.1	Onderhandeling en die verkryging van toegang.....	140
4.3.2	Die beskerming van deelnemers.....	140

4.3.3 Bewys van Vertroue.....	141
4.4 MEETINSTRUMENTE.....	141
4.4.1 Vraelyste.....	141
4.4.2 Onderhoude.....	142
4.4.2.1 Metode van onderhoudvoering.....	142
4.4.3. Waarneming.....	144
4.4.4 Voortoets en Na-Toets.....	145
4.5 ONDERRIG VAN DIE PROBLEEMOPLOSSINGBENADRING.....	146
4.6 ANALISERING EN INTERPRETASIE VAN DIE DATA.....	147
4.7 SIKLUSSE.....	147
4.8 BETROUBAARHEID EN GELDIGHEID VAN DIE STUDIE.....	148
4.8.1 Betroubaarheid.....	148
4.8.1.1 Interne Betroubaarheid.....	148
4.8.1.2 Eksterne betroubaarheid.....	148
4.8.2 Geldigheid.....	149
4.8.2.1 Interne Geldigheid.....	149
4.8.2.2 Eksterne Geldigheid.....	149
4.8.2.3 Geloofwaardigheid.....	149
4.9 SAMEVATTING.....	149
 HOOFSTUK 5.....	 151
GENERERING, PROSESSERING EN ANALISERING VAN DIE DATA.....	151
5.1 INLEIDING.....	151
5.2 UITVOER VAN PROBLEEMOPLOSSINGSBENADERING.....	152
5.3 VOORTOETS.....	152
5.3.1 Analisering van die Voortoets	152
5.3.2 Bepunting van die Voortoets	164
5.3.3 Gemiddelde punt van die Voortoets	165
5.4 SIKLUSSE	165
5.4.1 SIKLUS 1.....	165
5.4.2 SIKLUS 2.....	170
5.4.3 SIKLUS 3.....	172

5.4.4 SIKLUS 4.....	176
5.5 GROEP TERUGVOERING.....	180
5.6 NA-TOETS.....	185
5.6.1 Analisering van die Na-toets.....	185
5.6.2 Punte van die Na-toets.....	200
5.6.3 Gemiddelde Punt van die Na-toets	200
5.6.4 Vergelyking van die punte van die Voortoets en Na-toets.....	200
5.6.5 Gemiddelde punt van Voortoets en Na-toets.....	200
5.7 VRAELYSTE.....	201
5.8 ONDERHOUDE: ANALISERING VAN ONDERHOUDE	209
5.8.1 Op grond van die onderhoude is die volgende temas geïdentifiseer.....	210
5.8.1.1 Bevindinge of al die probleme maklik was om op te los.....	210
5.8.1.2 Bevindinge wat leerders doen om die probleme te verstaan.....	211
5.8.1.3 Bevindinge of leerders se plan wat hulle gekies het, gewerk het om die probleme op te los.....	211
5.8.1.4 Bevindinge van die werkwyses hoe om die probleme op te los.....	212
5.8.1.5 Bevinding oor die seker maak of die antwoorde korrek was.....	213
5.9 WAARNEMING.....	213
5.10 SAMEVATTING.....	215
HOOFSTUK 6.....	217
SAMEVATTING, BEVINDINGE, AANBEVELINGS EN TEKORTKOMINGE	217
6.1 INLEIDING.....	217
6.2 BEVINDINGE	217
6.3 AANBEVELINGS	220
6.3.1 AANBEVELINGS VIR DIE KLASKAMER.....	220
6.3.2 AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING.....	221
6.4 TEKORTKOMINGE VAN DIE STUDIE.....	222

BRONNELYS	223
LYS VAN BYLAES	
Bylaag A: Vraelys.....	238
Bylaag B: Voortoets.....	239
Bylaag C: Na-toets.....	240
Bylaag D: Rubriek.....	241
Bylaag E. Onderhoudvrae.....	242
Bylaag F: Waarnemingsinstrument	245
Bylaag G: Terugvoering verslag van Groep	246
Bylaag H: Toestemmingsbrief van ouers	247
Bylaag I: Toestemmingsvorm vir deelnemers	248
Bylaag J: Toestemmingsbriewe vir studie.....	250
 LYS VAN FIGURE	
Figuur 2.1 Voorstelling van leer volgens behaviouristiese benadering	29
Figuur 2.2 Analitiese bepuntingskaal	52
Figuur 2.3 Holistiese bepuntingsrubriek	53
Figuur 2.4 Die proses-baseerde bepuntingsrubriek	54
Figuur 2.5 Raamwerk wat die dinamiese en sikliese aard van die probleemoplossings- aktiwiteit beklemtoon	81
Figuur 2.6 ’n Model van die probleemoplosproses	83
Figuur 2.7 Prentjie as strategie om ’n probleem op te los.....	89
Figuur 2.8 (http://www.mathstories.com/strategies.htm).....	91
Figuur 2.9 Georganiseerde lys as probleemoplossingstrategie.....	93
Figuur 2.10 Dui die aantal handdrukke as 5 leerders mekaar eenkeer groet.....	98
Figuur 2.11 Verander jou gesigspunt	99
Figuur 3.1 Klassifikasie skema van wiskundige probleme	102
Figuur 3.2 Inhoud-spesifieke roetine veelstap probleem	103
Figuur 3.3 Oplossing vir ’n nie-roetine probleem	104
Figuur 3.4 Probleem wat geformuleer is.(in Yee, 1999:138).....	112
Figuur 3.5 Rekordering van leerders se massas.....	116

Figuur 3.6	Grafieke om leerders se gewig aan te dui.....	116
Figuur 3.7	Geslote vraag met 'n verwagte standaard respons	117
Figuur 5.1	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 1.....	153
Figuur 5.2	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 1.....	153
Figuur 5.3	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 1.....	154
Figuur 5.4	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 1.....	154
Figuur 5.5	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 2.....	155
Figuur 5.6	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2.....	155
Figuur 5.7	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2.....	155
Figuur 5.8	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 2.....	156
Figuur 5.9	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 3.....	156
Figuur 5.10	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 3.....	156
Figuur 5.11	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 3.....	157
Figuur 5.12	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 3.....	157
Figuur 5.13	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 4.....	158
Figuur 5.14	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 4.....	158
Figuur 5.15	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 4.....	158
Figuur 5.16	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 4.....	159
Figuur 5.17	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 5.....	159
Figuur 5.18	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 5.....	160
Figuur 5.19	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 5.....	160
Figuur 5.20	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 5.....	160
Figuur 5.21	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 6.....	161
Figuur 5.22	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 6.....	161
Figuur 5.23	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 6.....	161
Figuur 5.24	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 6.....	162
Figuur 5.25	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 7.....	162
Figuur 5.26	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 7.....	163
Figuur 5.27	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 7.....	163
Figuur 5.28	Groep se uitvoer van probleem 1 in siklus 1.....	165
Figuur 5.29	Groep se uitvoer van probleem 2 in siklus 1.....	166

Figuur 5.30	Groep se uitvoer van probleem 3 in siklus 1.....	168
Figuur 5.31	Groep se uitvoer van probleem 1 in siklus 2.....	169
Figuur 5.32	Groep se uitvoer van probleem 2 in siklus 2.....	170
Figuur 5.33	Groep se uitvoer van probleem 3 in siklus 2.....	171
Figuur 5.34	Groep se uitvoer van probleem 1 in siklus 3.....	172
Figuur 5.35	Groep se uitvoer van probleem 2 in siklus 3.....	174
Figuur 5.36	Groep se uitvoer van probleem 3 in siklus 3.....	175
Figuur 5.37	Groep se uitvoer van probleem 1 in siklus 4.....	176
Figuur 5.38	Groep se uitvoer van probleem 2 in siklus 4.....	177
Figuur 5.39	Groep se uitvoer van probleem 3 in siklus 4.....	178
Figuur 5.40	Dit was lekker om in die groep te werk.....	179
Figuur 5.41	Deelname van groeplede aan aktiwiteite.....	179
Figuur 5.42	Groeplede het mekaar in die groep gehelp en aangemoedig.....	180
Figuur 5.43	Groeplede bly by die opdrag	181
Figuur 5.44	Elkeen kry kans om te praat	181
Figuur 5.45	Werk is netjies gedoen	182
Figuur 5.46	Luister na mekaar se opinies.....	182
Figuur 5.47	Al die opdragte is uitgevoer.....	183
Figuur 5.48	Groep kon van meer as een metode gebruik maak.....	183
Figuur 5.49	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 1 in die N-T..... ..	184
Figuur 5.50	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 1 in die N-T	185
Figuur 5.51	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 1 in die N-T	185
Figuur 5.52	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 1 in die N-T	186
Figuur 5.53	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 2 in die N-T	186
Figuur 5.54	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 2 in die N-T	187
Figuur 5.55	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2 in die N-T	187
Figuur 5.56	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 2 in die N-T	188
Figuur 5.57	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 3 in die N-T	189
Figuur 5.58	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 3 in die N-T.....	189
Figuur 5.59	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 3 in die N-T	189
Figuur 5.60	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 3 in die N-T	190

Figuur 5.62	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 4 in die N-T	191
Figuur 5.63	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 5 in die N-T	191
Figuur 5.64	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 5 in die N-T	192
Figuur 5.65	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 5 in die N-T	192
Figuur 5.66	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 5 in die N-T	193
Figuur 5.67	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 6 in die N-T	193
Figuur 5.68	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 6 in die N-T	194
Figuur 5.69	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 6 in die N-T	194
Figuur 5.70	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 6 in die N-T	195
Figuur 5.71	Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 7 in die N-T	196
Figuur 5.72	Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 7 in die N-T	197
Figuur 5.73	Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 7 in die N-T	198
Figuur 5.74	Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 7 in die N-T	199
Figuur 5.75	Lees jy die probleem heeltemal deur om te verstaan.....	201
Figuur 5.76	Verstaan van elke woord in die probleem.....	202
Figuur 5.77	Identifisering van die probleem.....	203
Figuur 5.78	Weet jy wat om te doen nadat jy die probleem goed deurgelees het.....	203
Figuur 5.79	Kies van strategie om probleem op te los.....	204
Figuur 5.80	Verduideliking van strategie aan iemand anders.....	205
Figuur 5.81	Uitvoer van strategie wat gekies is.....	206
Figuur 5.82	Werking van die plan/strategie	206
Figuur 5.83	Uitkom by antwoord	207
Figuur 5.84:	Die kies van ander strategie	208
Figuur 5.85:	Sekerheid van antwoord.....	208

LYS VAN TABELLE

Tabel 3.1	(https://www.bauer.uh.edu/jhess/documents/2.pdf:3).....	111
Tabel 3.2	Onvolledige data kan 'n impak hê op die resultate.....	111
Tabel 3.5	Die Aanvanklike raamwerk van Sleutelkonsepte in Ronda (2004:52).....	111
Tabel 3.6	(in https://www.otffeo.on.ca/en/wp-content/uploads/sites/2/2017/05/Learning_trajectories_math.pdf.....	127
Tabel 5.1	Punte van die voortoets per vraag.....	164
Tabel 5.2	Gemiddelde punt van die vier leerders in die voortoets.....	164
Tabel 5.3	Vergelyking van die punte per vraag van die na-toets.....	200

Tabel 5.4 Gemiddelde punt van die vier leerders in die na-toets	200
Tabel 5.5 Opsomming van die uitslae van leerders in voortoets en na-toets.....	200
Tabel 5.6 Gemiddelde punt van voortoets en na-toets	201

HOOFSTUK 1

INLEIDENDE ORIËTERING EN PROBLEEM-ANALISE

1.1 INLEIDING

Hierdie hoofstuk fokus op die agtergrond en uiteensetting van die studie. Belangrike aspekte soos navorsingsvrae, doel van die studie, uiteensetting van die navorsingsmetodologie, hoofstukindeling, geldigheid en betroubaarheid word in die hoofstuk gegee en bespreek. In die hoofstuk word ook die omvang van die studie geskets, en betekenis en definisies aangeteken. Die redes vir multigraadonderrig en die onderrigprobleme wat die multigraadonderwyser ervaar word voorts in die hoofstuk verduidelik.

1.2 MOTIVERING VIR DIE STUDIE

Die behoefte om die ondersoek te loods het ontstaan uit persoonlike ervaringe, maar ook na aanleiding van 'n verslag van die Nasionale Onderwysdepartement wat bevind het dat leerders in plattelandse gebiede waar Multigraadskole (MG) meestal voorkom, swakker presteer in wiskunde as leerders in stedelike gebiede. Volgens die onderhawige verslag is die redes vir sodanige prestasies te wyte aan klasse met te veel leerders, min tuiswerk word gedoen, lae onderwyser kwalifikasies, gebrek aan onderrig en leermateriaal, swak skoolbywoning, min of geen informasie uitruiling tussen huis en skool nie (Nasionale Onderwysdepartement 2005). Dus, volgens hierdie verslag van die Nasionale Onderwysdepartement is die onderrig van 'n Multigraadklas moeiliker as Monograadonderrig (MO).

Multigraadonderrig word deur Pridmore (2007:560) beskryf as 'n situasie waar twee of meer grade onderrig ontvang deur een enkele onderwyser in een klaskamer op dieselfde tyd.

Kurrikulumbepanning en organisering vereis deegliker voorbereiding en groter koördinasie (Miller 1991a:42). Om leerders te motiveer, asook om hul konsentrasie te behou in 'n multigraadklas is moeilik. Volgens Berry (2001:537) het Multigraadskole hul bestaan te danke aan die feit dat daar minder onderwysers is as grade wat onderrig moet word. Benveniste & McEwan (2000:33) beskryf Multigraadskole na aanleiding van Thomas, as 'n goeie opvoedkundige onderwyspraktyk vir arm lande waar min primêre skole voorkom om te voorsien in gehalte onderrig vir landelike gebiede.

Volgens (Strauber, 1985) ondervind multigraadonderwysers die volgende probleme met multigraadonderrig:

- die onderwysers kan nie die volle kurrikulum aanbied nie;
- leerders werk vir ten minste die helfte van die tyd alleen;
- groep beheer kwessies ontstaan as die twee groepe nie gelyktydig dieselfde take verrig nie;
- leerders voel dat hulle verwaarloos word omdat hulle 'n onderwyser moet “deel”.

Aangesien die Grade gekombineer is, moet die onderwyser besluit watter aktiwiteite die leerders op hulle eie kan verrig en aan watter hy sal deelneem. Strauber beklemtoon dat as die onderwysprogram nie deeglik beplan word nie, die leerders die helfte van hulle leertyd sal mors. Aangesien leerders die helfte van hulle tyd alleen werk, vind Strauber dat die multigraadonderwysers nie dieselfde geleenthede het om informele assessering te doen nie. Leerders is gefrustreerd omdat die onderwyser gedurende die skooldag omtrent die helfte van hulle klastyd nie beskikbaar is om hulle te help nie. Volgens Strauber kan nie alle onderwysers multigraadklasse hanteer nie. 'n Beginner-onderwyser sal baie probleme met multigraadklasse ondervind. Multigraadonderrig vereis meer tyd as monograadonderrig. Lesbeplanning word verdubbel en die nasienwerk is meer.

Mulryan-Kyne (2007:502) stel dit dat een van die grootste uitdagings vir die Multigraadonderwyser is om onderrig te kan gee vir verskillende grade op dieselfde tydstip. Ten spyte daarvan dat multigraadonderwysers leerders met verskillende onderdomme en vermoëns moet onderrig in een klaskamer, het die meeste onderwysers nie spesiale opleiding of materiaal ontvang vir multigraad onderrig nie Mulryan-Kyne (2007:511. Multigraadklasse word gekenmerk deur 'n verskeidenheid van aspekte soos kurrikulumdifferensiasie en diversiteit tussen leerders in terme van ouderdoms verskille en verskille in belangstelling en vermoëns (Little 2005). Een van die grootste uitdagings vir die multigraadonderwyser is die vereiste om verskillende graadvlakke in hul multigraadklas te onderrig, op dieselfde tyd wat beskikbaar is vir die enkelgraadonderwyser om een graadvlak te onderrig (Mulryan-Kyne, 2005 in Mulryan-Kyne, 2007:502).

Na aanleiding van Benveniste & McEwan (2000:41) is dit verwarrend en oneffektief om leerders te onderrig op verskillende ouderdomsgroepe en vermoënsvlakke in dieselfde klas. Nieteenstaande die feit dat daar gewerk moet word met leerders van heterogene vermoëns en ouderdomme verklaar Benveniste & McEwan (2000:42) dat Multigraadonderwysers geen spesiale opleiding vir Multigraadonderrig ontvang het nie. Daar bestaan geen georganiseerde kurrikulum en handboeke volgens Brown (2010:193) vir multigraadskole nie. Na aanleiding van (Brown 2010:196) neem die

diversiteit en differensiasie skerp toe tussen leerders in multigraadklasse, die gevolg is dat die interaktiewe prosesse, en die kurrikulum-toepassings aspekte geaffekteer word. In multigraadonderrig vind geen interaksie tussen ouer en jonger leerders plaas nie, leerders kan nie van mekaar leer, en koöperatief werk in groepe as hulle onderrig word as aparte grade nie. Volgens 'n verslag van "The 11th UNESCO-*APEID* Conference, held in Bangkok from 12-14 December on – Asia-Pacific Programme of Educational Innovation for Development: APEID (43)", laat onderwysers leerders somtyds uit in die onderrigproses. Leerders word gesteur deur leeraktiwiteite van ander grade. Multigraadonderrig volgens Brown (2010:189) vind plaas in klaskamers met beperkte klasruimte. Scott (Benveniste & McEwan 2000:42) verklaar dat Multigraadonderwysers ook 'n verskeidenheid van ander rolle moet vervul soos administrasie, vervoer en ander gemeenskapsaktiwiteite.

Volgens Little (2007:8) is dit moeiliker om 'n Multigraadklas te onderrig as om vir 'n monograad klas, klas te gee. Multigraadonderwysers staan negatief teenoor multigraadonderrig (Ames, 2004) as gevolg van probleme wat ondervind word met gebrek aan toepaslike ondersteunende hulpbronne, swak sosiaal-ekonomiese agtergrond van die leerders, en min aansporing om tuis te studeer. Multigraadonderrig volgens Brown (2009:189) vind plaas in klaskamers met beperkte klasruimte. Dit skep dus 'n kunsmatige situasie en heelwat tyd gaan verlore aangesien herhaling plaasvind met verduideliking van dieselfde wiskunde op twee vlakke. Multigraadonderwysers het somtyds 'n negatiewe houding teenoor die gebruik van multigraad metodologie Lingam (2007 in Brown, 2009:62). Die onderwyser slaag dus nooit daarin om die gaping tussen die twee groepe te oorbrug nie.

Die probleemoplossingsbenadering is een van die moontlike oplossings om die onderrig en leer van wiskunde meer effektief te laat verloop in 'n multigraadklas. In hierdie ondersoek wil vasgestel word in watter mate die probleemoplossingsbenadering in wiskunde die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 kan oorbrug. George Polya se deeglik-nagevorsde, en bewese model, van vier fases is gekombineer met 'n intensiewe gesprek oor die oplossingswyses van elke probleem. Uitgesoekte probleme of take is in goedbeplande leertrajekte voorberei wat die vakinhoud, en leeruitkomste van Grade 4, 5 en 6 dek.

Probleemoplossing word beskryf deur (Chauraya en Mhlolo, 2008:72 in Fernandez, Hadaway en Wilson, 1993) as 'n onderrigstrategie, wat leerders in 'n situasie plaas om wiskundige probleme oplos te los waarvoor hulle nie onmiddelik en duidelike oplossings het nie. In plaas van om 'n korrekte

antwoord te soek, interpreteer leerders die probleem, versamel die inligting wat benodig word, identifiseer moontlike oplossings, evalueer die opsies en bied die bevindinge (Roh: 2003:1) aan die leerders geleentheid om krities te dink, hul eie kreatiewe idees aan te bied, terwyl wiskundige kommunikasie met hul klasmaats plaasvind. Die effektiwiteit van die (Roh: 2003:1) probleemoplossingsbenadering hang van die karaktereienskappe van die leerder, die spesifieke klaskamerkultuur, sowel as uitgesoekte take, af.

Deur wiskundige probleme op te los moet leerders geleer word om die probleem wat gestel word te verstaan, te parafraseer, te visualiseer, te hipotetiseer, die antwoord te skat, bewerkings te doen, en die antwoord te toets (Montague, 2005:3). Die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) volgens Lubenski (2000:454) beveel aan dat hierdie onderrigbenadering die fokus moet wees ten opsigte van die onderrig en leer van wiskunde in skole. Die probleemoplossingsbenadering stimuleer wiskundige denke, belangstelling, en entoesiasme van die leerders. Goed-georganiseerde gesprekke tydens, en na die oplos van probleme lei tot beter taalontwikkeling en verdiep insig (Biccard, 2010). Die benadering word gedefinieer deur Santos-Trigo (2007:532) as 'n aktiwiteit waarby leerders betrokke is in 'n verskeidenheid kognitiewe aksies wat insluit, die bywerk van vorige kennis en ondervinding (Lester & Kyle). Anderson (2009:1) dui dit aan as 'n proses waarin analisering, interpretering, redenering, voorspelling, evaluering en reflektoring voorkom.

Organisering, en klaskamerbeheer word beter toegepas, aangesien al die leerders aan dieselfde probleme werk. Deur die probleemoplossingsbenadering kry die multigraadleerders die geleentheid om te werk aan probleme wat verband hou met hulle werklike lewensomstandighede. Derhalwe verstaan leerders wiskundige konsepte beter, deur die toepassing van die probleemoplossingsbenadering binne die Multigraadsituasie.

1.3 DEFINIËRING VAN BEGRIPPE EN TERME

Aangesien die volgende terme dikwels in die studie gebruik word, word dit soos volg verdeuidelik.

1.3.1 Multigraadskool verwys na 'n skool waar twee of meer grade in een klas gekombineer word met een onderwyser.

1.3.2 Monograadskool is 'n skool waar een onderwyser een graad onderrig te eniger tyd.

1.3.3 Multigraadklaskamer is 'n klaskamer waar meer as twee verskillende grade onderrig word deur een enkele onderwyser op dieselfde tyd.

1.3.4 Multigraadonderwyser is 'n onderwyser wat meer as een graad tegelykertyd in een lokaal onderrig.

1.3.5 Tradisionele onderrig verwys na 'n klaskamersituasie waar die onderwyser se sentrale rol is om kennis oor te dra aan leerders en dat hulle die inligting direk moet absorbeer (Roseshine & Stevens, 1986).

1.3.6 Probleemoplossing is 'n proses om 'n situasies/probleme te analiseer, om strategieë te identifiseer, en om verandering aan te bring. Hierdie proses verg kreatiewe denke, en die vermoë om met alternatiewe oplossings navore te kom. Derhalwe lei hierdie proses tot goeie besluitneming en kan deur individue, of 'n span opgelos word.

1.3.7 Metakognisie word dikwels eenvoudig beskryf as 'n wyse van *dink om te dink* oor mense se eie denke. Volgens Schoenfeld (1987, 1992), is metakognisie die dink oor ons denke, en behels dit die volgende denkprosesse: kontrole of self-regulering, oortuigings en intuïsie.

1.3.8 Konstruktivisme impliseer 'n nuwe soort pedagogie waar die klem meer val op wat die leerder doen en minder op wat die onderwyser doen (Resnick & Klopfer, 1989).

1.3.9 Koöperatiewe leer is 'n gestruktureerde styl van leer wat behels dat die leerders van aangesig tot aangesig in klein heterogene groepe saamwerk, en waar daar verwag word dat hulle mekaar help om vrae te beantwoord, en die probleme op duidelike gestruktureerde wyse op te los, deur gesamentlike doelwitte daar te stel, wat positiewe interafhanklikheid en individuele eie verantwoordelikheid en toerekenbaarheid navore sal bring (Gilles & Boyle, 2006).

1.3.10 Fasiliteerder is nie net 'n tipe 'leier' nie, maar sy rol is meer die van iemand wat verantwoordelik is vir die wedersydse ervaring van die leerders gedurende die onderrigproses wat deur middel van sy fasilitering plaasvind, hy rig die leerproses, en stuur die leerders. Derhalwe speel die Fasiliteerder die rol van die persoon wie die vloei van besprekings rig, en wie verantwoordelik is vir respek tydens dialoog. Met ander woorde dit is die taak van die Fasiliteerder

om die struikelblokke te verwyder, die verskillende standpunte op te som en die positiewe en 'n produktiewe gees te bevorder. Daarom moet daar dus kennis geneem word dat die Fasiliteerder wel verantwoordelikheid is as 'n gids, en hulp in die proses om seker te maak dat alle deelnemers op die doelstellings fokus. Aldus moedig hy die leerders se deelname as die wegwysers aan in die onderrig-leerproses. Hierdie persoon moet egter in die wiskunde klaslamer, verkieslik volle kennis dra van kulturele diversiteit, en verskillende sosiale realiteite van leerders, en dit in ag neem om werklik aktiewe deelname onder leerders te bevorder.

1.4 PROBLEEMSTELLING

In 'n multigraadskool ontvang twee grade onderrig in een klaskamer op dieselfde tyd. Onderwysers vind dit moeilik om byvoorbeeld die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 te oorbrug. Die ondersoek van hierdie verhandeling het ten doel om te kyk hoe kan die wiskundige probleemoplossingsbenadering die gaping oorbrug.

1.4.1 Navorsingsvraag

Kan die probleemoplossingsbenadering die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in die onderrig en leer van wiskunde in 'n Multigraadskool oorbrug, en op welke wyse indien wel?

1.4.2 Subvrae

1. Wat is die huidige onderrig- en leersituasie in multigraadklaskamers?
2. Hoe vind die beplanning van lesvoorbereiding vir probleemoplossing plaas met die doel om die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 te oorbrug?
3. Wat is die aard, en hoe belangrik is die keuse van probleme vir die samestelling van so 'n soort kurrikulum?
4. In welke mate lei die probleemoplossingsbenadering se toepassing tot meer effektiewe leer?
5. Hoe lyk die onderwysomgewing- en kultuur van wiskunde probleemoplossing in 'n multigraadklaskamer?
6. Watter assesseringsbenaderings gaan gebruik word om Grade 4, 5 en 6 leerders se kennis van wiskunde in 'n multigraadklas te assesseer?

1.5. DIE DOEL VAN DIE ONDERSOEK

Die doel van hierdie ondersoek is om vas te stel of met behulp van die probleemoplossingsbenadering van onderrig en leer, die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in die multigraad wiskundekurrikulum, oorbrug kan word.

1.5.1 Doelwitte

In hierdie studie beoog ek om in die konteks van probleemoplossing:

- die toepaslike onderrig- en leerfilosofie van die probleemoplossingsteorie te bestudeer
- geskikte take en probleme daarvoor te soek
- die regte klaskamerkultuur en kommunikasievaardighede in die klas te laat ontwikkel ●
toepaslike assessering (formatief en summatief) en remediëring te ontwikkel en uit te voer om vas te stel in welke mate die gaping in die onderrig tussen Grade 4, 5 en 6 verminder kan word
- die kwaliteit van leer in die MG klas met 'n gekombineerde Graad 4, 5 en 6 klas te verbeter

1.6 METODE VAN NAVORSING

1.6.1 Navorsingsontwerp

Die kwalitatiewe metode van navorsing is gebruik in die ondersoek. Om die antwoorde op die navorsingsvrae te verkry en die doelwitte te bereik, is 'n empiriese ondersoek by 'n multigraadskool in die Wes-Kaap gedoen oor hoe wiskundige probleme opgelos is, die probleme geselekteer is, die beplanning geskied het, en die klasindeling plaasgevind het. 'n Empiriese ondersoek dui volgens Fisher (1999:24, soos aangehaal deur Anon, 2005) op die insameling van inligting deur gebruik te maak van direkte en/of indirekte waarneming.

1.6.2 Kwalitatiewe navorsingsbenadering

Kwalitatiewe navorsing word deur Muijs (2011:3) verduidelik as 'n saambreelterm wat 'n wye verskeidenheid metodes soos onderhoude, gevallestudies, etnografiese navorsing en diskoers- analise insluit. Die navorsingsbenadering, volgens Gay en Airasian (2003:8) het dit ten doel om die menslike gedrag na te vors, veral soos wat dit uitgeleef word in die alledaagse lewe, by 'n multigraadskool, en hoe dit ervaar en verstaan word, in die konteks van die multigraadklaskamer!

(Corbin, 1998:11) verwys na kwalitatiewe navorsing as die ondersoek na persone se lewens, lewenservaring, gedrag en gevoelens, asook na organisatoriese funksionering, sosiale bewegings, kulturele verskynsels en interaksies tussen mense.

Shanks (2002) beskryf kwalitatiewe navorsing as 'n 'vorm van sistematiese empiriese ondersoek na betekenis'. Lincoln & Denzin (2000) beskryf kwalitatiewe navorsing as 'n interpretatiewe en naturalistiese benadering. Kwalitatiewe navorsing word gebruik om 'n verskynsel te ondersoek wat nie vantevore bestudeer is nie, of wanneer nie bevredigende antwoorde verkry is nie.

Lichtman (2010:5) beskryf dat dit in-diepte onderhoude behels, en/of die observasie van mense in natuurlike of sosiale omgewings. Volgens Lichtman is die hoofdoel van kwalitatiewe navorsing van watter aard ook al, 'n in-diepte beskrywing en begrip van die menslike ondervinding. Dit behels die bestudering van 'n situasie of dinge in hulle geheel, in plaas van die identifikasie van spesifieke veranderlikes. Kwalitatiewe navorsers wil iets bestudeer soos dit werklik is en dit dan verstaan. In die meeste kwalitatiewe navorsingstradisies word daar gefokus op beskrywing, begrip en interpretasie, en nie op die bestudering van oorsaak en gevolg nie.

'n Belangrike element van kwalitatiewe navorsing is om in-diepte na 'n paar dinge te kyk, in plaas van om oppervlakkig na baie dinge te kyk. Kwalitatiewe navorsing Lichtman (2010:13) beweeg vanaf die konkrete na die abstrakte. Volgens Lichtman (2010:14) behels dit die bestudering van 'n situasie of dinge in hulle geheel, in plaas van die identifikasie van spesifieke veranderlikes. Die doel van kwalitatiewe navorsing is om menslike verskynsels, menslike interaksies en menslike kommunikasie (diskoers) te beskryf. Kwalitatiewe metodes volgens Henning (2010) maak dit vir die navorser moontlik om die persepsies, waardes, aksies en bekommernisse van die opvoedkundige sielkundige te verstaan. In die toepassing van die kwalitatiewe metode is van ontwerp gebaseerde navorsing gebruik gemaak, en die beskrywende metode van navorsing is gebruik om die patrone en gedrag van die proefgroep te beskryf.

1.6.3 Ontwerp-Gebaseerde Navorsing

Volgens Wang en Hannefin (2005:6) is Ontwerp-Gebaseerde Navorsing (OGN) 'n sistematiese maar buigsame metodologie wat bedoel is om opvoedkundige praktyke d.m.v. analise, ontwerp, ontwikkeling en implementasie te verbeter. Dit is gebaseer op samewerking tussen navorsers en praktisyns in werklike wêreld omgewings en lei tot konteks-vriendelike ontwerp beginsels en teorieë. OGN het die potensiaal om die gaping tussen opvoedkundige praktyk en teorie te oorbrug, want dit

ontwikkel teorieë oor area spesifieke leer, en die middels hoe om daardie leer te ondersteun (Bakker & van Erde, 2013:2). Die sleutelkenmerk van OGN is dat die opvoedkundige idees vir leerder of onderwyser se leer in die ontwerp geformuleer word maar tydens die empiriese toetsing van die idees aangepas kan word (Bakker et. al, 2013:2). Die doel van OGN is om te verduidelik en om advies te gee. Dit gee teoretiese insig in hoe onderrig en leer verbeter kan word. OGN het na vore gekom as 'n manier om die behoefte aan nuwe strategieë, wat ou, komplekse probleme in opvoeding kan oplos, te vervul.

In opvoeding is die fokus van OGN op reeds ontwerpte pre-produkte, prosesse en die toepassing daarvan op alledaagse kontekste wat baie deurmekaar, chaoties en verskillend kan wees. Hierdie ontwerp word dan herhaaldelik deur intervensies verbeter, wat bydra tot kennis van hoe die ontwerp werk. en oor hoe soortgelyke ontwerpe, en situasies in opvoeding sal werk (Ørngreen, 2015:23). OGN behels meer as om net te wys hoe 'n sekere ontwerp werk, daar word vereis dat die navorser bewyse oor onderwys genereer wat moderne teoretiese kwessies aanspreek en die teoretiese kennis in die veld uitbou. Die doel is om gebruik te maak van enkele leer omgewings, wat gewoonlik herhaal word, en wat in 'n natuurlike konteks voorkom. en om dit dan in nuwe teorieë, artifakte en praktyke te veralgemeen tot 'n produk wat ook in ander skole en klaskamers gebruik kan word. OGN lê klem op intervensies in 'n tipiese werklike wêreld omgewing. Dit ondersoek leer, leerstrategieë, en dalk onderwyser-leerder verhoudings of selfs politieke agendas.

OGN bestaan tipies uit drie siklusse van drie fases elk: voorbereiding en ontwerp, die onderrig-eksperiment, en retrospektiewe analise. 'n Ontwerp en navorsingsinstrument wat gedurende al die fases van OGN nuttig is, is die hipotetiese leer trajek (HLT) wat gesien word as 'n uitbreiding van Freudenthal se denke-eksperiment. (Simon in Bakker *et al.*, 2013:16) definieer HLT as volg: Die hipotetiese leer trajek behels drie komponente - die leer doelwit wat die rigting definieer, - die leer aktiwiteite, en - die hipotetiese leerproses. Die HLT is 'n nuttige navorsingsinstrument in die bestuur van die gaping tussen die instruksie teorie en die konkrete onderrig-eksperiment. Dit is die gevolg van algemene gebieds-spesifieke en geskatte instruksie teorieë (Gravemeijer in Bakker *et al.*, 2013:16), en dit wys navorsers en onderwysers hoe om 'n besondere onderrig eksperiment uit te voer. Na die onderrig eksperiment gee dit gids- en riglyne wat betref die retrospektiewe analise, en die wisselwerking tussen HLT en die empiriese resultate en vorm dus die basis vir teoretiese ontwikkeling. Daar word bereken dat 'n HLT nadat dit gevorm is, verskillende funksies kan hê, afhangende van die fase van die OGN, en dat dit tydens die verskillende fases voortdurend

verander en ontwikkel. Dit kan selfs tydens 'n HLT onderrigeksperiment verander. Die OGN pas gemaklik binne die raamwerk van 'n kwalitatiewe ondersoek in.

1.6.4 Beskrywende aard van navorsing

White (2005:86) skryf en verduidelik dat, terwyl kwalitatiewe navorsing fokus op die proses, betekenis en begrip, is die produk van kwalitatiewe navorsing ryklik beskrywend. Volgens White (2005:98) het beskrywende navorsing te make met voorwaardes en verwantskappe wat bestaan, praktyke wat algemeen is, oortuigings, houdings of sienings, prosesse wat aan die gang is, effekte wat 'n uitwerking het, en neigings wat ontwikkel.

Die beskrywende metode na aanleiding van White (2010:98) is nuttig as daar ondersoek ingestel word na 'n verskeidenheid van opvoedkundige probleme. Die beskrywende data word gewoonlik deur vraelyste, onderhoude, telefoongesprekke of waarnemings versamel.

1.6.5. Teikengroepe

Die kwalitatiewe navorsing is uitgevoer by 'n multigraadskool in 'n plattelandse omgewing 20 km van 'n groot dorp. Die multigraadskool bestaan uit 43 leerders. Die spesifieke Multigraadklas bestaan uit 19 leerders. In die klasindeling is daar 10 leerders in Graad 4 waarvan almal seuns is. Graad 5 bestaan uit 3 leerders waarvan 2 dogters is, en 1 seun. Terwyl die Graad 6 bestaan uit 6 leerders, waarvan 4 dogters, en 2 seuns leerders is. Die ouderdomme van die leerders wissel van 11 tot 14. Die skool is gekies, omdat dit makliker beskikbaar is vir die navorser. Die graadkombinasie is soos volg: Grade 1, 2 en 3 is saam, en Grade 4, 5 en 6. Vir elk van die Multigraadklasse is daar slegs een onderwyser.

Die teikengroepe wat vir die projek betrek word, is leerders van 'n multigraadklas van Grade 4, 5 en 6. Die klasindeling vir die ondersoek bestaan uit vyf groepe met vier leerders in elke groep wat bestaan uit twee Graad 5 leerders en twee Graad 6 leerders. In elke groep is daar twee dogters en twee seuns. Een van die vyf groepe, Groep 1, is gebruik as die proefgroep. Die proefgroep is op 'n ewekansige wyse gekies. Die proefgroep het bestaan uit een Graad 6 dogter, een Graad 5 dogter en twee Graad 4 leerders waarvan een 'n seun en een 'n dogter is. Tydens die ondersoek was die fokus op hierdie 4 leerders wat die ondersoekgroep is, maar terselfdertyd het die res van die leerders van Grade 4, 5 en 6 onderrig in probleemoplossing ontvang. Die onderrigssessies is met video opgeneem en klankopnames is van die proefgroep gemaak. Die inligting is getranskribeer.

1.6.6 Meetinstrumente

Tydens die duur van die ondersoek is gebruik gemaak van selfopgestelde meetinstrumente, naamlik vraelyste, onderhoudsvrae, waarneming, werkkaarte, en 'n terugvoeringvraelys. Die doel van werkkaarte, vraelyste, onderhoude en waarneming vir hierdie studie is om data te genereer om bewyse te vind dat beide die konstruksie teorie en die konkrete onderrig-eksperiment as probleemoplossingsbenadering geskik is om die genoemde gaping tussen Grade 4, 5 en 6 te oorbrug.

- **Vraelyste**

Vraelyste (**Bylaag B**) is gebruik om inligting te verkry van die leerders se gesindheid teenoor wiskunde, studiegewoontes, breuke en hul probleemoplossingsvaardighede. Dit is die algemeenste metode vir data-insameling. Cohen, Manion en Morrison (2006:245) skryf ook dat dit baie gebruik word en dat dit 'n nuttige instrument is wat voorsien in 'n gestruktureerde wyse van inligting insameling, en soms numeriese data verskaf op die navorsingsvraag en sub-vrae. Die tipe ingesamelde data is ook in vergelyking met ander tipe data, makliker om te analiseer (Cohen, *et al.*, 2006:245). Die doel van die vraelyste is dus om antwoorde op die navorsingsvraag en sub-vrae te verkry. Volgens Gay en Airasian (2003:282) bestaan 'n vraelys uit 'n versameling items of vrae wat die navorser wil aanspreek. Die vraelys het uit geslote tipe vrae bestaan wat direkte antwoorde vereis om die reaksie van die leerders te toets, sowel as oopvrae, waar leerders hulle siening gedeel het met die navorser.

- **Onderhoude**

Onderhoude is 'n gepaste data-insamelingsmetode, omdat dit die navorser in staat stel om op 'n een-tot-een basis en in diepte met die leerders in multigraadklaskamers in interaksie te tree. Dit word deur Fetterman beskryf, en volgens (Frankel, 2008:445) word dit as die belangrikste data insamelingstegniek in 'n kwalitatiewe-navorsingsproses beskou. Van de Walle (2004:76) dui aan dat 'n onderhoud 'n gesprek met 'n enkele leerder is ten einde te bepaal wat 'n leerder se houding ten opsigte van 'n spesifieke onderwerp of vak is. Onderhoude (Bylaag C), is met individuele leerders gevoer oor hoe wiskundige probleme aangepak en opgelos word.

- **Waarneming**

Waarneming sal wys wat in die klas in 'n beperkte tyd gebeur en hoe daar van die Wiskundige probleemoplossingsbenadering in die onderrig en leer, in daardie tyd gebruik gemaak word.

Waarneming gee aan die navorser/fasiliteerder die geleentheid om leerders in aksie waar te neem (Strada, 2003:47) in 'n poging om leer wat in die toekoms mag plaasvind, en die proses, dus te kan verbeter. Dit kan (White, 2005:158) op enige plek uitgevoer word. Dit wys hoe leerders hul probleemoplossingsvaardighede gebruik om wiskundige probleme op te los. Sodoende kan ook waargeneem word hoe leerders van die Grade 5 en 6 met mekaar in interaksie gaan en oor gapings in kennis en vaardighede heen, integreer om die gaping tussen die twee grade te oorbrug. Die waarnemings is op **(Bylaag D)** aangeteken terwyl video-opnames gemaak is. Aantekeninge is van die waarnemings gemaak. Die waarnemings is beskrywend weergegee en bespreek.

- **Skriftelike werk**

Die werkkaarte het alle skriftelike werk en oplossingspogings van die leerders bevat. So sal alle oplossingswyses en voorstellinge gesien kan word. Die doel was om te sien hoe die leerders hul probleemoplossingsvaardighede en probleemoplossingsstrategieë toepas, voor, en tydens die onderrig van probleemoplossing. **(Bylaag D)** is ontwerp om die skriftelike werk van die groepe te assesseer.

- **Terugvoering van leerders se ondervinding**

Terugvoeringvraelys **(Bylaag E)**, is deur groepe voltooi om te bepaal wat hul ondervinding was om in groepe te werk.

1.6.7 Verloop van die ondersoek

Die ouers van die leerders, beheerliggaam van die skool en die Wes-Kaapse Onderwysdepartement het toestemming verleen vir die uitvoering van die navorsing. Voor die aanvang van die ondersoek is aan die leerders en hul ouers verduidelik waarom die ondersoek gaan.

Verskillende probleme is aan die proefgroep/ondersoekgroep gegee om op te los. Die manier waarop die ondersoekgroep die probleme aangepak het is waargeneem, en aantekeninge is gemaak. Die teikengroep is deur die navorser-fasiliteerder gelei, gerig en gestuur om die probleemoplossingsbenadering toe te pas. Die proefgroep se oplossingsvaardighede is waargeneem en beskryf tydens die oplos van probleem.

1.7 DATA INSAMELING EN PROSESERING VAN DATA

Henning beskryf data-analise volgens Dey (1993:30) as 'n proses om data op te breek in sy samestellende komponente, en die karakteristiek en strukture daarvan bekend te maak. Data wat verkry is vanaf onderhoude, waarneming en skriftelike werk vanaf die leerders is kwalitatief geanaliseer om uit te vind hoe hulle dink, hoe hulle voel oor sekere aspekte, en oor dinge wat nie direk

waargeneem kan word nie. Die uiteenlopende idees wat verkry is, is gebruik om 'n algehele beskrywing te ontwikkel soos gesien deur die navorser.

1.8 HOOFSTUKINDELING

Hoofstuk 1 poog om 'n agtergrond en motivering te gee vir die studie : Inleidende oriëntering en probleem-analise. Dit is 'n beskrywing van die huidige situasie ten opsigte van wiskunde onderrig en leer.

Hoofstuk 2 handel oor die ontwikkeling van die probleemoplossingsbenadering in wiskunde vir 'n multigraadklas vir Grade 4, 5 en 6. Onderskeid word getref tussen die tradisionele onderrig van wiskunde, en die probleemoplossingsbenadering. Die rol van die navorser as fasiliteerder, die rol van die kind, beplanning, klaskamerkultuur, die keuse van geskikte take en assessering word beskryf.

Hoofstuk 3 handel oor die keuse van probleme en take asook die rol van die navorser-onderwyser in 'n probleemoplossingsklaskamer

Hoofstuk 4 beskryf die metode en ontwerp van die kwalitatiewe data insamelingproses. Dit beskryf die keuse en groeperinge van leerders en die gebruikmaking van die meetinstrumente soos, werkkaarte, vraelyste, onderhoudsvrae, waarneming en terugvoeringvraelyste.

Hoofstuk 5 beskryf hoe die data gegenereer is, en hoe die prosessering en analisering van die data geskied het.

In Hoofstuk 6 word die samevatting gegee, asook die geldigheid en waarde van die studie, en sekere aanbevelings word gemaak. Die beperkinge van die ondersoek en moontlike geleenthede vir navorsing word bespreek.

1.9 ETIESE OORWEGINGS

Die navorsingstudie sal werk met 'n Multigraadskool. Toestemming is van die Wes- Kaapse Onderwysdepartement, die Skoolbeheerliggaam, en ouers van die Grade 4, 5 en 6 leerders verkry. Alle betrokkenes is deeglik ingelig waarom die navorsing handel. Die deelnemende instansie en rolspelers van die instansie se spesifieke name sal nie gebruik word in die voorstelling, bespreking, analisering, en interpretasie van die data nie. Deelname aan die proefgroep is volkome vrywillig en leerders kan te enige tyd onttrek as hulle wil.

1.10 GELDIGHEID OF WAARDE VAN DIE STUDIE

Die waarde van hierdie ondersoek is om aan te toon hoe die wiskundige probleemoplossingsbenadering van die onderrig die multigraadonderwysers kan help om die totale wiskundige onderrig situasie te verbeter, in hierdie tipe plattelandse skole. Die studie sal help ter verdere ondersteuning in die onderrig en leer van wiskunde in Multigraadskole. Derhalwe leen die studie hom tot verdere navorsing vir die onderrig en leer van wiskunde in MG skole. Voorts sal die studie moontlik die Multigraadonderwyser van hulp kan wees tot die verbetering van die keuse en toepassing van sy onderrigstrategieë of metodiek in die onderrig en leer van wiskunde in 'n Multigraad-klas.

HOOFSTUK 2

PROBLEEMOPLOSSING: DIE SKEPPING VAN EFFEKTIEWE LEER EN DIE BOU VAN KONNEKSIES

2.1 INLEIDING

Inleidend word in hierdie hoofstuk eerstens verduidelik wat effektiewe onderrig en leer van wiskunde behels. Daar word ondermeer uitgebrei oor watter basiese vaardighede onderwysers en leerders moet beskik om effektiewe leer te laat plaasvind. Hierdie vaardighede is die vermoëns om probleme effektief en suksesvol te kan oplos. Die vaardighede sluit in om die probleem te identifiseer, 'n alternatiewe oplossing vir die probleem te soek, die beste alternatief te kies en te evalueer asook om dit te implimenteer.

Die induktiewe benadering tot onderrig word vergelyk met die deduktiewe benadering. Die verskil in die onderrig van die twee benaderings lê by die rol van die onderwyser en hoe die onderrigproses ontvou. 'n Verduideliking word gegee wat die induktiewe benadering behels, naamlik dat dit meer leerder-gesentreer 2.1d is, terwyl die deduktiewe benadering meer onderwyser-gesentreerd is.

Piaget se teorie van soorte kennistipes, naamlik fisiese-, logies-wiskundige- en sosiale kennis, word ondermeer bespreek asook hoe die drie tipes kennis aansluiting vind by mekaar. Die ondersoekende, of navraag-gebaseerde metode probleemoplossing van leer, word uiteengesit. Die ondersoekende benadering tot leer word vergelyk met die tradisionele manier van leer.

Voorts val die klem in hierdie hoofstuk veral op die probleemoplossingsbenadering. Die tradisionele onderrigbenadering tot wiskunde word eerstens vergelyk met die probleemoplossingsbenadering. Daar word onder andere gekyk na die rol van die leerders en onderwysers in die twee onderrigbenaderings. In die tradisionele onderrigbenadering is die onderwyser die dominante figuur in die onderrig en leersituasie. Onderrig vind plaas in die vorm van lesings waarin die onderwyser die meeste van die tyd die praatwerk doen. Kennis van leerinhoud word bloot aan die leerders oorgedra. Daar word verwys na die probleme wat die leerders mag ervaar tydens die inname van kennis en leerinhoud wat hulle rigied moet leer. Die leerders sit passief en luister, doen drillwerk en memoriseer die leerinhoud wat aan hulle oorgedra word. Die veronderstelling is dat die leerder alles netso direk moet oorneem. Leerders word nie toegelaat om hulle eie metode van leer te volg nie. Na die les doen leerders bloot oefeninge.

So word die begrip van wat 'n "probleem" is, ook hier ontleed. Die betekenis en 'n duidelike uitseensetting van die probleemoplossingsbenadering word in-diepte bespreek. Die impak van die

onderrigbenadering op leerlinge tydens die onderrig van wiskunde word verduidelik. 'n Duidelike uiteensetting word gegee van wat van die onderwyser verwag word op sekere stadiums in hierdie onderrigbenadering. Die rol van die leerders word duidelik uitgespel asook wat van hulle verwag word om suksesvol wiskundige probleme deur die probleemoplossingsbenadering te kan oplos.

Die hoofkomponente van probleemoplossing word bespreek deur te verwys na voorbereiding en beplanning, doelformulering, die klaskamerkultuur, keuse van materiaal, assessering en siening oor kennis, kennisoordrag, hoe kinders wiskunde leer, en wat hul verantwoordelikhede in die klaskamer behels. Plus hul leer wat die betekenis en waarde is van vertroue en ondersteuning, so "scaffolding", is. "Scaffolding" word gebruik waar die leermateriaal in dele opgebreek of verdeel word, en dan voorsien die Fasiliteerder-Navorsers (in die geval van hierdie studie), vaardigheidheids-gereedskap met elke deel, sodat die leerders dit kan benut in hul probleemoplossing. Die impak van leermateriaal in die probleemoplossingsbenadering word vergelyk met die rol daarvan in die tradisionele benadering. Die klem val veral op die selektering van probleme en die invloed daarvan op die leerders. Watter beginsels in aanmerking geneem moet word tydens die kies van probleme, word bespreek asook die invloed wat goed-geselekteerde probleme op leerders het, so ook die invloed van goeie klaskameratmosfeer op die sukses van wiskundeonderrig. Klem word ook gelê op die manier waarop assessering moet plaasvind, die verskillende vorme van assessering asook die belangrikheid daarvan. Die gebruik van die verskillende vorme van rubrieke as meetinstrument tydens assessering word verduidelik.

Die aspekte van metakognisie, konstruktivisme as leerteorie, en die invloed van koöperatiewe leer binne die raamwerk van die probleemoplossingsbenadering word bespreek. 'n Uiteensetting van die prosesse/fases van die probleemoplossingsbenadering soos: verstaan die probleem, maak 'n plan, voer die plan uit, en "kyk-terug" word weergegee. Nou word gesprek/diskussie gevoer oor die verskillende oplossingswyses. Die kenmerkende eienskappe waarvoor leerders moet beskik om die probleemoplossingsbenadering suksesvol uit te voer, word verduidelik. Laastens word die verskillende onderrigstrategieë bespreek en voorbeelde daarvan word gegee.

2.2 DIE EFFEKTIEWE ONDERRIG EN LEER VAN WISKUNDE

Die Nasionale Kurrikulum Verklaring (DoE, 2012:8) stel dit duidelik dat die onderrig en leer van wiskunde daarop gerig moet wees om die volgende in die leerders te ontwikkel:

- 'n kritiese bewustheid van hoe wiskundige verwantskappe in sosiale-, omgewings-, kulturele- en ekonomiese verband gebruik behoort te word. Die nodige selfvertroue en bevoegheid om enige wiskundige situasie te hanteer sonder om deur vrees vir wiskunde gekniehalter te word;
- 'n gees van weetgierigheid en liefde vir wiskunde;
- waardering vir die skoonheid en elegansie van wiskunde;
- die erkenning dat wiskunde 'n kreatiewe deel van die menslike aktiwiteit is;
- van diepgaande konseptuele begrippe ten einde wiskunde te verstaan; ● spesifieke kennis en vaardighede wat nodig is vir:
 - die toepassing van wiskunde op fisiese, sosiale en wiskundige probleme;
 - die studie van verwante vakmateriaal;
 - verdere studie vir ondersoek.

Vir die nodige vaardighede soos klassifikasie/ kategorisering, reeksvorming & volgorde, en patroonvorming, ruimtelike bewustheid vorm, meet ervarings, verstaan van tyd, simbolisering, verhoudings, konservasie, vorms, getalle, vloeistowwe, kreatiewe probleemoplossing, woordeskat, konsepvorming, is dit nodig dat die leerders die korrekte wiskundige taal aanleer. Leerders moet leer om te luister, te kommunikeer, te dink, logies te redeneer, asook om die wiskundige kennis te kan toepas. Hulle moet in staat wees om inligting te kan ondersoek, te analiseer, te interpreteer en voor te stel, en vaardig wees in probleemstelling.

2.2.1 Effektiewe Leer

De Corte en Wienert (Du Toit 2012:2) definieer leer as 'n konstruktiewe, kumulatiewe, selfregulerende, doelgerigte, gesitueerde, samewerkende, en individueel verskillende proses van betekenisgewing, en kennisuitbouing. Die onderrig van wiskunde om effektiewe leer te laat plaasvind, bied 'n groot uitdaging aan onderwysers (Du Toit, 2012:1). Volgens Du Toit is die rol van die onderwyser onder meer die volgende:

- as fasiliteerder moet hy die vertrouensverhouding van leerders bou, 'n verhouding wat beïnvloed is deur hul bevooroordeelde siening van wiskunde;
- so moet die onderwyser ook doeltreffende onderrigmetodes wat in die wiskundeklaskamer aangewend kan word kies, soos byvoorbeeld onderrigmateriaal wat insluit toepaslike handboeke (wat nie foutiewe inhoud het nie.) Die wyse waarop die inhoud geskrutuktureer is en

van toepaslike leerinhoud, voorbeelde, en doeltreffende oefeninge voorsien is, is van die uiterste belang, sodat dit gebruik kan word in die onderrig van wiskunde.

Ongeag die belangrikheid wat aan die vak wiskunde gegee word, sukkel 'n groot aantal leerders om die vak te verstaan (Mazana, Montero & Casmir, 2020:1). Die meeste kinders hou nie van wiskunde nie. Dit blyk ook dat sommige van die leerders in die klaskamer wat 'n negatiewe houding teenoor wiskunde het, dit ook moeilik vind om 'n nuwe wiskundekonsep aan te leer. Hierdie negatief ingestelde leerders dink dat wiskunde 'n baie moeilike vak is om te leer (Capuno, Necesario, Etcuban, Espina, Padillo & Manguilimotan, 2019:549). Dit is dan juis in so 'n situasie wat 'n wiskunde-onderwyser die leerders kan help wat 'n negatiewe houding teenoor wiskunde het, om wiskunde beter te begryp, en daarvan te hou.

Die bepaalde houding van 'n leerder word beskou as 'n belangrike bydraer tot hoër, of laer prestasies van die leerders in wiskunde. Hulle vind dit moeilik om nuwe wiskundige konsepte aan te leer. Slegs 'n onderwyser wat 'n positiewe houding het, wat kan bydra daartoe om die gees van die wiskundeklas te verander deur bv. van verskeie nuttige speletjies, innoverende assesseringstegnieke, en moderne instrumente en tegnologie gebruik te maak, sal die leerders se ingesteldheid kan help verander. Op hierdie manier kan die houding van leerders mettertyd verander en ontwikkel (Syed, 2016:33). Sodra 'n positiewe houding gevorm word, kan dit daartoe bydra dat die leerders se leervermoëns en vaardighede verbeter (Mutai, 2011:53). Dit is dus nodig dat 'n wiskunde-onderwyser kinders se houding positief beïnvloed teenoor die vak wiskunde, en die leer van wiskunde dus ontsluit word vir hulle.

Daarom is dit noodsaaklik om die behoefte aan te spreek deur middel van effektiewe onderrig en intervensies wat verder strek as die bestaande klaskameronderrig om sodoende die negatiewe persepsie en houding ten opsigte van die leer van wiskunde te verminder en hul prestasies in wiskunde te verbeter (Sharma, 2020:6). Wiskunde-onderwysers moet bewus wees daarvan dat hulle meer effektiewe strategieë in die onderrig van wiskunde in die klaskamer moet beoefen, sodat die leerders wiskunde as 'n plesier kan beskou, ervaar, leer en belangstel daarin om die vak te leer en te bemeester. Dit is duidelik dat 'n negatiewe houding van leerders teenoor wiskunde, effektiewe leer belemmer, en dat dit gevolglik die leeruitkoms negatief beïnvloed (Joseph, 2013:13). Waarskynlik is die belangrikste probleem by die leerders die negatiewe 'persepsie' teenoor die vak wiskunde in die algemeen, en in die besonder, want dit berg ongelukkig ook 'n gevoel van vrees en mislukking wat dan by die meerderheid leerders gevind is.

Daar is verskillende leer- en onderrigbenaderings of strategieë om te onderrig, en vir die leerders te help aanleer in die algemeen, en in wiskunde in die besonder. Die unieke faktor in die onderrig is dat elke onderwyser leer om 'n styl te gebruik wat pas by sy individuele vaardighede en die leerders se vermoëns, sodat die doelstellings van die les bereik kan word. Die progressiewe wiskundeonderwyser moet egter voortdurend leer om klem te lê op ontdekkingsbenaderings, verskillende tegnieke te ontwikkel wat werk, asook om verskillende benaderings in onderrig en leer uit te probeer (Tara in Gengle, 2017:2).

Die leer van wiskunde sluit die verkryging van 'n verskeidenheid van kennis en vaardighede in (Pal, 2009:6). Leerders moet basiese sowel as abstrakte konsepte leer, verskillende soorte kennis met mekaar kan koppel, en nuwe kennis gebaseer op vorige leer help skep, oordra en vaslê. Leer vind plaas as gevolg van die interaksie tussen dit wat die leerder na 'n probleem bring (sy voorkennis) en dit wat hulle daar vind (Cobb 1995 in Pal, 2009:7). Soms moet leerders die skakels tussen dit wat hulle reeds weet aanpas sodat hulle 'n nuwe idee kan inkorporeer. Vir leerders om doeltreffend te leer, is terugvoer nodig. Nuttige terugvoering moet meer behels as die voorsiening van korrekte antwoorde. Die terugvoering moet ontledend wees, voorstelle moet gemaak word. Dit moet plaasvind op 'n tydstip wanneer die leerder daarin geïnteresseerd is. Vir die leerder moet daar 'n tyd wees om na te dink oor die terugvoering wat hulle ontvang om aanpassings te maak, en om weer te probeer. Doeltreffende leer sluit aktiewe leer, luister, en die wil om te verstaan wat andere sê, in (Berry en Sahlberg Burghes, 2012:27). Derhalwe sal effektiewe leerstrategieë leerlinge help om kreatiewe en akkurate denke te ontwikkel, om probleme te ontleed en om oplossings te vind.

2.2.2 Effektiewe Onderrig

Onderrig is die formele interaksie tussen onderwysers en leerders waarin leer die belangrikste produk is (Ayua 2017:1). Dit het ten doel om leerders te laat leer. Indien leerders nie binne die leeromgewing iets geleer het nie, beteken dit dat die onderwyser nie doeltreffende leerstrategieë vir effektiewe leer toegepas het nie. Onderwysers is een van die sleutelemente in enige skool en effektiewe onderrig is een van die belangrikste drywers vir skoolverbetering Ko, Sammons & Bakkum (2013:2). Dus vind effektiewe onderrig en leer plaas wanneer 'n aantal doeltreffende en effektiewe onderrigstrategieë gebruik word (David 1998:1).

Effektiewe wiskunde-onderrig vereis begrip van wat leerders weet en wat hulle moet leer, en daag hulle dan uit, en ondersteun hulle om nuwe kennis goed aan te leer, en te bemeester. (NTCM,

2000:16). Begrip moet getoon word vir die leerders se uitdagings, en ondersteuning moet gebied word vir verdere leer (Van de Walle, 2010:2 & 3). Leerders se begrip van wiskunde, hul vermoë om dit toe te pas, en bepaalde tegnieke te gebruik om probleme op te los, en hul vertroue om wiskunde suksesvol aan te pak, word almal gevorm deur die doeltreffende onderrig wat hulle op skool teëkom. Onderwysers moet die wiskunde wat hulle onderrig deeglik ken en verstaan sodat hulle in staat kan wees om die kennis met buigsaamheid te kan gebruik in die beoefening van hul onderrigtake. Onderwysers moet ondersteuning ontvang deur die voorsiening van hulpbronne aan hulle, sodat hul, hul kennis kan verbeter, en dit derhalwe voortdurend hernu, verfris en opdateer.

Onderrig is die doelbewuste ordening van gebeure ten einde 'n leerder se bereiking van 'n spesifieke doelwit te fasiliteer. Die onderrig van wiskunde om effektiewe leer te laat plaasvind, bied 'n groot uitdaging aan onderwysers (Du Toit, 2012:1). Die rol van die onderwyser, die vertrouensisteem van leerders wat beïnvloed word deur hul siening van wiskunde, die onderrigmetodes wat in die wiskundeklaskamer aangewend word, en onderrigmateriaal, soos byvoorbeeld handboeke (foutiewe inhoud; wyse waarop die inhoud aangebied is; ensovoorts) wat gebruik word in die onderrig van wiskunde om hul siening van die vak wiskunde te verander, speel 'n deurslaggewende rol.

Khan (2012:82) meld dat effektiewe onderrig bereik kan word deur gewenste doelstellings te stel wat leerders met volle begrip kan leer. Leerders word deur effektiewe onderrig voorberei om nuwe kennis op te neem, deur dit met vorige kennis te verbind. Effektiewe onderrig in wiskunde vereis wiskunde-onderwysers wat oor vakkennis moet beskik en 'n goeie aanleg moet hê om sy/haar kennis effektief aan die leerders oor te dra (Khan 2012:82). As 'n wiskunde-onderwyser oor vakkennis beskik en nie 'n manier ken om daardie kennis effektief aan die leerders oor te dra nie, kan hy nie wiskunde effektief onderrig nie. Die effektiewe onderrig van wiskunde vereis 'n perfekte verband tussen kennis van die vak, en die oordra daarvan aan die leerders. Effektiewe onderrig moet dus beide die betrokkenheid van die onderwysers veral by die daarstel van probleme as leer strategie help bevorder, plus dit moet die onderwyser se fasilitering van leerders om meer bewus te word van hul eie metakognitiewe sterk, en swak punte in probleemoplossing te versterk (Schumacker & Beasley, 2000:21).

Die probleemoplossingsbenadering is die hart van effektiewe leer en onderrig van wiskunde. De Corte en Wienert 1996 (Du Toit 2012:2) definieer leer as 'n konstruktiewe, kumulatiewe, selfregulerende, doelgerigte, gesitueerde, samewerkende, en individueel verskillende proses van

betekenisgewing, en kennisuitbouing. 'n Goeie wiskunde-onderwyser mag nie staties wees nie, maar verander sy / haar onderrigmetodes dinamies om elke leerder wat in die klaskamer saamgevoeg is, te bereik, en sodoende die kennis, en begrip van leerders ten opsigte van probleme in wiskunde en selfs daaglikse lewensprobleme te help ontwikkel. Om die effektiwiteit van leer te verbeter, moet onderrig- en leerstrategieë dus dinamies wees om die dinamiese aard van leer te weerspieël (Kilic, 2013:79).

2.3 DEDUKTIEWE EN INDUKTIEWE ONDERRIGBENADERING

Alle onderrigmetodes berus op die induktiewe of deduktiewe onderrigbenadering. Die twee onderrigmetodes kan ook 'n kombinasie van mekaar wees, maar kan ook teenstrydig wees met mekaar (Dameus, Tilley en Brand, 2004:1). 'n Onderrigmetode berus ook op 'n perspektief op die aard van Wiskunde. Een benadering is vir die *onderwyser* om die formele inhoud vir kinders te verteer deduktiewe benadering ('n *top-down* benadering of *logiese volgordening*). 'n Ander benadering, die induktiewe benadering is om die onderrig te baseer op, en te struktureer volgens *kinders* se bestaande kennis en natuurlike ontwikkeling ('n *bottom-up* of *kind-gesentreerde* benadering of *psigologiese volgordening*).

2.3.1 Induktiewe onderrigbenadering

Die induktiewe onderrigmetode of -proses beweeg vanaf die spesifieke na die algemene en kan gebaseer wees op spesifieke eksperimente of eksperimentele leerroefeninge (Dameus, Tilley en Brand, 2004:1). Induktiewe onderrigmetodes is gebaseer op die bewering dat kennis gebou is op 'n leerder se ervarings en interaksie met verskynsels. Die onderwyser gee aan die leerders baie voorbeelde van hoe die konsep gebruik word, in plaas daarvan om 'n konsep te verduidelik. Die leerders moet dan "raaksien" hoe die konsep werk. In hierdie onderrigbenadering is daar dan geleenthede vir onvoorsiene leer. Hierdie metode is moontlik ook die geskikste vir die onderrig van konsepte of veralgemenings. Onderwyser verskaf die moontlike volgende voorbeelde: - ● 1, 4, 7, 10, ,

- 2, 3, 5, 7, 11, ,
- 1, 4, 9, 16, 25, ,
- 1,1,2,3,5,8,13,21.....,.....

Bv. Voltooi die patroon tot en met die 11de getal in hoe die volgende patroon sal wees.

1,2,3,5,8,13,21.....,.....

Leerders bestudeer die patroon en kyk hoe dit werk.

Beginnende by die derde getal in die patroon.

Elke getal word verkry deur die twee voorafgaande getalle bymekaar te tel in die patroon.

$1+2 = 3$; $2+3 = 5$; $3+5 = 8$; $5+8 = 13$; $8+13 = 21$; $13+21 = 34$; $21+34 = 55$; $34+55 = 89$ Die

11de getal in die patroon sal 89 wees.

Die rol van die onderwyser is om leiding te gee waar nodig.

Hierdie onderrigbenadering is leerder-gesentreerd wat beteken dat die leerder meer verantwoordelikheid vir sy eie leer neem as wat die geval is in die tradisionele lesing-gebaseerde deduktiewe benadering.

Prince (2006:127) wys daarop dat die implementering van die induktiewe benaderings, soos probleemgebaseerde benaderings, is gewoonlik aktiewe, en samewerkende benaderings wat leermetodes sal insluit.

2.3.2 Deduktiewe onderrigbenadering

Deduktiewe onderrigmetode beweeg vanaf die algemene konsepte na die spesifieke gebruike of toepassings. Dit beteken dat die onderwyser die leerders aan 'n nuwe konsep voorstel, dit verduidelik, en die leerder dan die konsep oefen. Indien die onderwyser byvoorbeeld 'n nuwe konsep onderrig, sal hy eers die konsep aan die leerder voorstel, en die reëls vir die gebruik daarvan verduidelik. Daarna sal die leerder oefen om die konsep op verskillende maniere te gebruik.

Bv. Om te bepaal of 'n getal deelbaar is deur 3.

Algemene : 'n Getal is deelbaar met 3 as die som van sy syfers deur 3 deelbaar is.

Spesifieke : 648 is byvoorbeeld deelbaar met 3 aangesien die som van sy syfers $(6 + 4 + 8) = 18$ deelbaar is met 3.

Die deduktiewe onderrigmetode is minder konstruktivisties, en is gebaseer op die idee dat 'n hoogs gestruktureerde aanbieding van inhoud, optimale leer vir leerders skep. Die benadering tot onderrig is 'n meer onderwyser-gesentreerde benadering (Bilash, 2009: 1). Die onderwyser hou 'n algemene konsep voor deur dit eers te definieer, en verskaf voorbeelde of hou illustrasies voor wat die idee demonstreer. Dit beteken dat die onderwyser die leerders aan 'n nuwe konsep voorstel, dit verduidelik en die leerder dan die konsep oefen. Met ander woorde, indien die onderwyser byvoorbeeld 'n nuwe konsep onderrig sal hy ook eers die konsep aan die leerder bekendstel, en die reëls vir die gebruik daarvan verduidelik. Daarna sal die leerder oefen om die konsep op verskillende maniere te gebruik.

Die deduktiewe benadering is geskik vir onderwysers wat meer inhoud-georiënteerd is of wat 'n beperkte tyd het om die konsep tot hulle beskikking, te onderrig.

Die beplanning van 'n deduktiewe les behels drie algemene inisiatiewe:

- 1) beplanning van die aktiwiteit,
- 2) uitvoering van die aktiwiteit, en die 3) evaluering van die uitkomst.

2.3.3 Deduktiewe en Induktiewe Onderrigmetodes as kombinasie

Hierdie twee onderrigmetodes kan ook 'n kombinasie van mekaar wees (Dameus, Tilley en Brand, 2004:1). Beide hierdie redenasies word gebruik in logika en probleemoplossing. Hierdie twee onderrigmetodes het gevolgtrekkings en afleidings. Argumente gebaseer op ervaring of waarneming word die beste induktief uitgedruk, terwyl argumente gebaseer op wette, reëls of ander algemeen aanvaarde beginsels, die beste deduktief uitgedruk kan word. In die praktyk is onderrig gee, en leer nooit suiwer induktief of deduktief nie.

Die induktiewe benadering eindig met algemene beginsels, terwyl by die deduktiewe benadering met algemene beginsels begin (Landman, s.a:) Aldus met die deduktiewe benadering word daar by die spesifieke uitgekom, terwyl daar met die induktiewe benadering van meet af met die spesifieke benadering begin word. Hierdie stelling open die moontlikheid vir 'n uitleg van deduktiefinduktiewe denke as eenheid. Die deduktiewe-induktiewe benadering is 'n heen-en-weer beweging tussen hierdie benaderings, aangesien leerders eers induktief werk vanaf die waarnemings wat hulle gemaak het, na die hipoteses, en dan deduktief vanaf die hipoteses na hulle gevolgtrekkings sodat die geldigheid daarvan getoets kan word aan die hand van die aanvaarde kennis. Beide hierdie twee onderrigbenaderings is daarop gemik om kennis te bekom of om bestaande kennis uit te brei. Alle leerders leer nie op dieselfde manier nie. Sommige leerders kan beter deduktief, en ander weer beter induktief leer.

Deur wiskunde te *verstaan* beteken per definisie om dit te koppel aan, en te interpreteer, in terme van reeds-bestaande kennis. Onderrig moet dus leerders in staat stel om potensieel nuwe kennis te kan koppel aan hul bestaande kennis. Uiteraard kan onderrigteorie nie los van leerteorie bestaan nie. Piaget se drie tipes kennis naamlik fisiese kennis, logies-wiskundige kennis, en sosiale kennis, vorm die basis wat kinders gebruik tot hul aktiewe leer (Corry 1996:1).

2.4 SOORTE KENNIS VOLGENS PIAGET

2.4.1 Fisiese kennis (FK)

Fisiese kennis is die kennis van voorwerpe in die eksterne realiteit (Kamii, Kirkland & Lewis, 2001: 25). Dit is daardie kennis wat uit die fisiese omgewing opgedoen word. Die leerder win fisiese kennis in wanneer hy voorwerpe tel, wanneer die leerder meet, wanneer hy vorms verken deur te bou, papier te vou, en patrone te maak. Dit is daardie kennis wat hy gebruik om te kan onderskei dat 'n vierhoek het vier hoeke, terwyl 'n sirkel geen hoeke het nie.

2.4.2 Sosiale kennis (SK)

Sosiale kennis is die kennis wat in samelewings ingebed is (Chatterjee, 2017:6). Dit is kennis wat gesamentlik deur gemeenskappe besit word. Hierdie is die kennis wat aan mense vertel en deur hulle onthou moet word. (DoE, 2009:7). 'n Voorbeeld van sosiaal-konvensionele kennis is taal, byvoorbeeld die begrip een, twee, drie (Kamii, 2014:1). Sosiaal-konvensionele kennis se uiteindelijke bron is konvensies wat mense met die tyd geskep het. Dit is dus duidelik, dat die uiteindelijke bron van sosiale kennis mense is, en dat die kind dit slegs van mense verkry (Kamii, 1970:3). Die volgende geld as voorbeelde van sosiale kennis:

- Jy trek jou skoene uit voor jy in die bed klim.
- Jy was jou hande voor jy gaan eet.
- 1 Januarie is die begin van 'n nuwe jaar.

Uit die bostaande voorbeelde kan gesien word dat die aard van sosiale kennis nogal willekeurig is, dit spruit uit wat voorgeleef is en deur middel van mondelinge oordrag tuis gebring word, en dat spesifieke terugvoering van mense noodsaaklik is vir die kind om sosiale kennis op te bou

2.4.3 Logies-wiskundige kennis (LWK)

Die derde soort kennis is logies-wiskundige kennis - dit is kennis wat in die denke van die leerder saamgestel word (Early Math Counts, 2013:1). Logiese-wiskunde kennis is gebaseer op die grondslag van fisiese kennis. Die tipe kennis kom nie van buite nie, maar is gestruktureer vanuit die interne konsekwentheid van die stelsel wat reeds in die kind gebou is (Kamii, 1970:4). In die logieswiskundige sfeer berus die kennis van die kind op sy eie redenasie eerder as op eksterne bronne.

Deur die vorms en voorwerpe te sorteer, word kinders bewus van die eienskappe van die vorms en voorwerpe wat hulle ontwikkel, en ontwikkel hul logiese-wiskundige (konseptuele) kennis van die vorms en voorwerpe (DBE:2009:123). Logies-wiskundige kennis word deur elke individu saamgestel (Cousins, 2010:1). binne sy eie kop. Dit kan nie gesien, gehoor, gevoel of vertel word nie. As jy 'n wit perd en 'n swart perd het (is die kleur van die perde is waarneembaar en is dus 'n voorbeeld van fisiese kennis), maar dat daar 'n verskil in die kleur van die perde is, is logieswiskundig. Om te verstaan en te weet dat albei perde mooi is, is fisiese kennis, maar om die ouderdom van die perde te vergelyk, is logies-wiskundig.

Bykomend tot Piaget se drie tipes kennis en die vier ontwikkelingsstadiums is die proses van die ontwikkeling en vas lê van kennis opgesluit. Hierdie proses is gegrond op die drie beginsels: assimilasie, akkommodasie, en ewewig (Corry, 1996:2). Assimilasie vind plaas wanneer die kind nuwe voorwerpe of kennis by bestaande skemas inkorporeer. Akkommodasie is die aanpassing van kennis by nuwe omstandighede. Ewewig word beskryf as die “ meesterontwikkelingsproses” (Driscoll,1994 in Corry, 1996:2).

2.4.4 Gebruik van die drie tipes kennis

Die leerder kom na die leersituasie met sy eie bestaande fisiese kennis, sosiale kennis en logiesewiskundige kennis (Oliver, 1999:1). Die konstruktivistiese teorie in die klaskamer kan egter nie

geïmplementeer word tensy die voorafkennis van die leerder vasgestel is nie. “Die basiese aanname blyk te wees dat die kinders se gedagtes, as hulle in vrugbare grond geplant word, heeltemal natuurlik sal groei” Brainerd 1978 (in Corry, 1996:1). Die rol van die onderwyser vir verdere kognitiewe ontwikkeling is om 'n vrugbare teëlaarde vir die leerder te skep. Dit is nie iets wat baie onderwysers maklik vind wat gewoon is aan die denkwyse om self as bron van kennis op te tree in die klaskamer, en om dus 'kennis aan hul leerders te gee' in plaas daarvan 'om leerders toe te laat om self kennis te konstrueer nie'. Die onderwyser moet die leerders onderrig op 'n manier wat help om hulle wiskundig te laat dink. Piaget se drie soorte kennis, is die kennis wat leerders gebruik om tot hul aktiewe leerorganisasie of -skemas toe te voeg, en dit moet dus oorweeg word as hulp tot wiskundige denke. Elk van hierdie drie tipes kennis is dus belangrik in die ontwikkeling van die kind se wiskundige vermoëns.

Ten einde fisiese kennis te ontwikkel, moet die onderwyser die klaskamer so gunstig inrig ter bevordering van die ontwikkeling van die leerder se vermoëns om wiskundig te kan dink en redeneer.

(DBE, 2009:6). In die klaskamer moet genoegsame apparaat beskikbaar wees, byvoorbeeld, vorms soos boustene, meetapparatuur ensovoorts. Die onderwyser moet die geleentheid vir die leerders skep om met apparaat te werk en te speel. Dit is die onderwyser se verantwoordelikheid om sowel die konkrete apparaat te voorsien en om binne die tyd wat gegee is, te sorg dat die proses plaasvind en dat die leerders toepaslik daarmee kan werk.

Deur leerders fisiese voorwerpe te laat tel, en hulle te help ontdek dat twee voorwerpe verskil van drie voorwerpe, of deur die kopiëring en uitbreiding van patrone met behulp van vuurhoutjies, teëls, blokke, en ander apparate, ontwikkel leerders 'n gevoel van die aard van patrone, en leer om voorspellings te maak. Dit is deur die praktiese hantering van betonvorms en take wat voltooi word soos “die bou van voorwerpe”, dat kinders 'n gevoel vir verhoudings, en die eienskappe van die vorms en voorwerpe ontwikkel.

Volgens die (DBE, 2009:7) is die enigste manier waarop onderwysers leerders sosiale kennis kan help bevorder, is om byvoorbeeld kinders te onderrig in die uitbreiding van hul woordeskat soos:

- Getalname;
- Die name van vorms en voorwerpe; en
- Die woorde wat ons gebruik om bewerkings te beskryf.
- Verskil in betekenis van woorde by bewerkings bv.

$$6 + 9 = 15 \text{ (som van)}$$

$$6 \times 9 = 54 \text{ (produk van)}$$

Leerders kan nie die “basiese bewerkings” uitvoer sonder enige kennis van die begrippe/woorde “optelling, aftrekking, deling en vermenigvuldiging”, nie. Dit is die taak van die onderwyser om leerders te help om die wiskundige taalvermoë te verwerf waarmee hulle hul aktiwiteite kan beskryf.

Logiese-wiskundige kennis is interne kennis wat self deur elke individu vir hulself gerekonstrueer word (DBE, 2009:8). Die onderwyser se verantwoordelikheid in die ontwikkeling van logiesewiskundige kennis is deur die skep van aktiwiteite vir leerders wat die onderliggende strukture van getalle, bewerkings en wiskundige verwantskappe sal openbaar. Alle leerders moet aktief aangemoedig word om na te dink oor wat hulle doen en wat hulle dink. Aldus is die dit deel van die onderwyser se taak om leerders te help om hul waarnemings te verbaliseer, sodat hulle dit aan die mede-leerders kan verduidelik, asook om die verduidelikings van die ander leerders te leer interpreteer. Aangesien logiese-wiskundige kennis deur individue geïnternaliseer word op grond van hul ervaring in 'n verskeidenheid van situasies, is die belangrikste taak van die onderwyser om

situasies te simuleer en so aktiwiteite te beplan waaruit kinders hul logies-wiskundige kennis kan konstrueer.

2.5 ONDERSOEKENDE BENADERING OF PROBLEEM-GEBASEERDE LEER

Probleem-gebaseerde leer is nie 'n nuwe tegniek van leer nie, maar dit vorm 'n kontras met die meer gestruktureerde, kurrikulum-gesentreerde raamwerk wat tans in skole te vind is (Stephenson, s.a.). Navraag impliseer 'n begeerte of wens om iets te weet. Dit is nie soseer 'n soeke na die regte antwoord nie - dikwels is daar nie een nie - dit is liever die soeke na toepaslike oplossings vir vrae en kwessies (Educational Broadcasting Corporation, 2004:1). Navraag-gebaseerde leer word, soos deur Alberta Learning (2004 in Sweeney, 2007:2) beskryf as 'n proses waartydens die leerders betrokke is by hulle leer, vrae formuleer, wyd ondersoek instel, en dan nuwe begrip, betekenis en kennis opbou. Leer word deur die leerder self bestuur en die leerling moet 'n verskeidenheid van bronne van inligting vind. Die vrae van vrae vorm die kern van probleem-gebaseerde leer. Die doelwit is nie om sommer enige vrae te vra nie, maar goed gekose vrae te vra wat leerders werklik laat dink en vir hul betekenis het.

Die ondersoekende benadering, help om die leerders se entoesiasme en motivering te verbeter, om 'n wiskundige probleem te kan oplos. Hierdie manier van onderrig is meer leerder-gesentreerd, met die onderwyser as fasiliteerder van die leer. Die klem is meer op hoe kennis verkry word. Die kennis is vir die leerder nuut en kan gebruik word om 'n vraag te beantwoord, 'n oplossing te ontwikkel of 'n posisie, of 'n siening te ondersteun. Met die probleemgesentreerde benadering is leerders meer aktief betrokke by die konstruksie van kennis. Hoe meer geïntereseerd in, en betrokke die leerder is by die onderwerp of projek, hoe makliker is dit vir die leerder om iets te leer as hy dit interessant vind, veral as dit die leerder se belangstelling prikkel en inpas by sy doelstellings. Ondersoekende leer gaan oor sukses in die klaskamer, en by die skool, maar ook oor voorbereiding vir lewenslange leer.

Navraag-gebaseerde klaskamers is oop sisteme waar leerders aangemoedig word om te soek na, en gebruik te maak van bronne buite die skool. Onderwysers wat van hierdie metode gebruik maak, kan gebruik maak van tegnologie om leerders in aanraking te bring met die plaaslike- en wêreldgemeenskappe wat ryk bronne van kennis en leermateriaal is. Hulle rol is om kinders te lei om die antwoorde self te vind, en om hulle aan te moedig om intussen nuwe vrae te vra. Lesplanne word vervang met fasiliteringsplanne wat voorsiening maak vir klein afwykings, terwyl die belangrike

leeruitkomste in fokus bly. Daar word op relevante vrae reageer met: “Hoe stel jy voor moet ons hierdie vraag ondersoek?”, wat aan die groep gestel word.

Navraag-gebaseerde leer is 'n benadering tot onderrig en leer wat die leerders se vrae, idees en observasies in die middel van die leerondervinding plaas (Anon, 2013:2). Opvoeders speel dwarsdeur die proses 'n aktiewe rol omdat hulle 'n kultuur kweek waar idees met respek uitgedaag, getoets, en herskryf word, en as verbeterbaar beskou word. Vir hulle impliseer navraag, klem op die ontwikkeling van navraag-vaardighede, en die koestering van navraaghoudings of -gewoontes wat dit vir die individue moontlik maak om lewenslank kennis na te jaag. Die leerders wonder nie net nie, hulle verstaan en vra verdere vrae (Scardamalia 2002 in Anon, 2013:2). Vir die leerders sluit die proses dikwels oop ondersoeke na 'n vraag of 'n probleem in. Dit beteken dat hulle betrokke moet raak by redenering oor bewyse, en by skeppende probleemoplossing, asook by die soeke na probleme.

2.6 DIE VERSKIL TUSSEN DIE TRADISIONELE ONDERRIGBENADERING EN DIE PROBLEEMOPLOSSINGSBENADERING TOT WISKUNDE

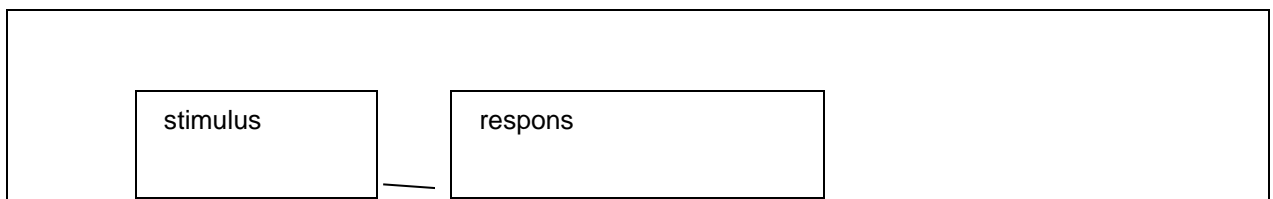
2.6.1 Tradisionele onderrigbenadering

Volgens Mochesela (2007:16) is die tradisionele benadering die mees algemene benadering in skole. In hierdie benadering tot onderrig is die onderwyser oorheersend in beheer van die leeromgewing. Volgens Saye (1997:2) beskou leerders in hierdie klasse wiskunde as 'n vak wat op hulle afgedwing is, maar wat in die werklike lewe nutteloos is. Volgens Iran-Nejad (1995:23) vind onderrig in die tradisionele klaskamer hoofsaaklik deur middel van woorde plaas, die woorde van die onderwyser en die gedrukte woord, asook ander aktiwiteite wat memorisering insluit. Dit is hoe kennis aan leerders “oorgedra” word. Hierdie oordrag is egter dikwels onsuksesvol. Kennisverwerwing is nie 'n pasklare oordraagbare produk nie, maar 'n produk van die leerling se internalisering van self doen en waarneming, en die verwerking daarvan deur sy eie denke, eie vaardighede, en denkvermoëns te ontwikkel, en dit vind nie altyd so plaas nie!

Volgens Saye (1997:2) gee onderwysers wanneer hulle klasse onderrig, les in die vorm van lesings. In die tradisionele benadering bemeester die leerders die kennis deur middel van drillwerk en oefeninge. Die tradisionele onderrigbenadering is daarop ingestel om korrekte antwoorde te gee en nie op die *verstaan* van leerinhoud nie (Van de Walle, 2010:12).

Pechman (in Iran-Nejad, 1995:26) maak die volgende stelling: “Skole probeer om die kind te leer om die formele instrumente van die akademiese dissiplines - woordeskat, wiskundige formules, woordeboeke, wetenskaplike prosedures te gebruik, maar die meeste kinders kry min geleentheid buite die skool om dit wat hulle geleer het, te gebruik. Die gevolglike ongeloofwaardigheid van klaskamer aktiwiteite maak dit moeilik vir die kinders om te verstaan hoe dit wat hulle in die skool leer, van toepassing is op hulle lewens”.

Die tradisionele benadering in die onderrig is gebaseer op die behaviouristiese teorie van Montero, (2009:143). Die benadering beklemtoon *pappegaai memorisering*, tesame met drillwerk en die inoefening van basiese vaardighede. Gesien vanuit 'n behaviouristiese perspektief bestaan die leer van wiskunde uit 'n reeks bewerkings wat leerders moet aanleer deur nabootsing van demonstrasies deur onderwysers en uitgewerkte voorbeelde vanuit die handboeke. Volgens Hatfield (in Montero, 2009:143), beklemtoon die behaviouristiese teorie die stimulus-respons benadering tot leer. Elke stukkies informasie (stimulus) word met 'n respons geassosieer. Figuur 2.1 stel die behaviouristiese manier van leer voor.



Figuur 2.1: Voorstelling van die leer volgens behaviouristiese benadering

Die fokus van die behaviouristiese benadering tot leer, is hoofsaaklik gebaseer op die persepsie, en gerig op die geloof, dat kennis netso deur direkte transmissie-onderrig aan 'n ander leerder oorgedra kan word, asook dat die gedagtes, bewussyn, en gedrag van leerders dienooreenkomstig ingedril kan word.

Volgens Garelick (2011:1) lei die meeste besprekings oor hoe om wiskunde vanaf K-12 te onderrig tot die slotsom dat die tradisionele manier van onderrig oneffektief is. Die tradisionele manier van onderrig het derduisende leerders gefaal. Kritici van hierdie onderrigmetode meld dat dit nie soseer die inhoud van die handboeke is nie, maar dat die onderrig te rigied, te onbuigsaam, en te beperk is om die realiteite van opvoeding in 'n diverse, en vinnig-veranderende samelewing met tegnologiese innovasie, en sosiale onrus effektief aan te spreek.

2.6.1.1 Die rol van die kinders in die tradisionele benadering

Saye (1997:2) skryf dat die tradisionele benadering vervelig vir leerders is aangesien hulle net passief moet sit en kyk hoe die onderwyser voorbeelde van wiskundige probleme op die skryfbord doen.

Hulle word onderrig hoe om konsepte, feite en prosedures te gebruik, en hoe om probleme op te los, maar kry nie die geleentheid om hul eie metodes te gebruik om probleme op te los nie. Volgens dié onderrigmetode kry leerders probleme wat hulle in die klas moet oplos en die res moet hulle as tuiswerk doen. Leerders moet kyk, luister en memoriseer wat die onderwyser doen. Hulle vind dit gewoonlik moeilik om te luister en terselfdertyd te memoriseer. Diegene wat nie verstaan hoe om probleme op te los nie, steek hul hande in die lug en die onderwyser beweeg rond in die klas om hulle te help wat wys op onderwyser-afhanklikheid. Sommige leerders bereik die einde van die periode sonder om te verstaan hoe om probleme op te los.

Volgens Roh (2003:1) word leerders slegs toegelaat om voorgeskrewe instruksies te volg en regte antwoorde te verkry, maar word nie toegelaat om te soek na hoe die antwoorde uitgewerk is nie, of enigsins self by die verstaan van die wiskundige probleme uit te kom nie. Hierdie konvensionele maniere van onderrig laat leerders nie toe om hul vaardighede en wiskundige denke te ontwikkel nie (Schoenfeld 1988 in Roh 2003:1) skryf dat die beperkinge van die tradisionele manier van onderrig van wiskunde geassosieer word met onderwyser-georiënteerde onderrig, “ready made” wiskundige kennis wat aangebied word aan leerders wat nie ontvanklik vir die idees is nie. In dié omstandighede volg leerders gewoonlik prosedures *slaafs na sonder diepe konseptuele begrip*. Wanneer wiskundige kennis of prosedurele vaardighede onderrig word, moet die betekenis daarvan eers deur leerders gekonseptualiseer word. In dié tradisionle proses word leerders se kreatiewe denkvaardighede onderdruk (Roh, 2003:1). Aldus is leerders dan geneig om misplaasde, en kontraproduktiewe konseptuele begrippe van wiskunde te leer. Hulle is beperk en sal dus nie instaat wees om ongewone situasies soos projekte, en (realistiese) wiskunde probleme op te los, sou hulle daarmee gekonfronteer word nie,

2.6.1.2 Die rol van die onderwyser in die tradisionele benadering

In die tradisionele benadering van onderrig berus die verantwoordelikheid en mag by die onderwyser en speel hy meer die rol van ‘n instrukteur (Mapesos, 2017:1). Die onderwyser is die sentrale figuur, en skynbaar die enigste bron van kennis, in die klaskamer, terwyl die leerders bloot die passiewe luisteraars is. (Rosenshine et al 1986, in Iran-Nejad 1995:17) sê dat die onderwyser se rol in die tradisionele klaskamer is om kennis oor te dra aan leerders en dat die leerder hierdie inligting maar net moet absorbeer. Alle besluite wat betref inhoud en uitkomst, word deur die onderwyser self geneem. Tradisionele onderrig gaan daaroor dat die onderwyser die beheerder van die leeromgewing is. Mag en verantwoordelikheid berus by die onderwyser. Die onderwyser speel bloot die rol van instrukteur (in die vorm van lesings), en besluitneming met betrekking tot die inhoud van die

sirkulasie van kennisoordrag, en spesifieke uitkomst. Die tradisionele onderwyser is van mening dat dit die onderwyser is wat leer tot gevolg het, of veroorsaak dat leer wel plaasvind (Novak, 1998 in Anon, 2014). Onderrig word gesien as dat dit wat die onderwyser leer moet tot kennis lei, en sy voorbeeld moet dus slaafs, papegaai-agtig nagevolg word. Die leerders is passiewe luisters wat moet toekyk hoe die onderwyser verduidelik hoe om 'n probleem, wat op die bord geskryf word, volgens 'n bepaalde algoritme opgelos moet word. In die tradisionele wiskundeonderrig is die patroon wat gevolg word, *elke dag dieselfde* (Battista, 1999:3). Die onderwyser begin gewoonlik volgens Saye (1997:2) deur na tuiswerk te vra, waarna die nuwe les begin. Aan die einde van die les gee die onderwyser opdragte wat die leerders moet doen indien tyd dit toelaat. Tydens onderrig gee die onderwyser (as die bron van kennis) die instruksies, rigting en verduideliking aan leerders. Die onderwyser gee aan leerders voorbeelde van hoe om 'n probleem op te los en laat hulle hierdie spesifieke metode gebruik in die klas en in hul huiswerk. Die leerders is slaafse navolgers van die onderwysers, en leerders kan slegs die een metode van die onderwyser gebruik, waarmee hulle die probleme moet oplos.

Lesh en Doerr (2003a:32 in Biccard, 2010) sê dat die hoof funksie van hierdie onderwyser is om feite, reëls en prosedures te demonstreer, leerders se herhaling van die reëls te monitor, en foute te korreger. Dié hoof funksie van die onderwyser bepaal die waarde van leerders se werk, en dit word beoordeel op grond van hulle denke, en aksies, en deur die antwoorde wat hulle gee. Onderwysers kry selde die geleentheid om by alle leerders uit te kom voordat hulle die klas verlaat. Die leerders word van hul vryheid ontnem om hul eie persepsies uit te druk, en om saam met ander klasmaats te kommunikeer. Leerders wat nie probleme kan oplos raak verveeld, en dit lei maklik tot chaos in die klas. Dit gee gewoonlik aanleiding daartoe dat leerders selfsugtig kan raak deur nie oplossings met mede leerders te wil deel nie. Nog 'n gevolg is dat leerders begin om skepties te staan teenoor wiskunde, en nie wil voortgaan met die vak nie, omdat hulle hoegenaamd nie hierdie wiskunde verstaan nie. Voorts kan leerders dikwels nie die metodes wat hulle geleer het neem, en dit oordra na probleme wat effens anders is as waaraan hulle gewoond is nie. Lauren Resnick sê (in Kohn, 1999:1) dat die meeste leerders nog steeds wiskunde as 'n "roetine-vaardigheid" onderrig word. Hulle ontwikkel nie hoër orde-vermoëns om inligting te organiseer en te interpreteer nie". Drillwerk en memorisering waaraan die tradisionele onderrig gekenmerk word, ontwikkel ongelukkig nie betekenis nie. Herhaling lei nie werklik tot begrip nie. Aldus laat die tradisionele benadering die leerders sonder begrip oor die belangrikheid van wat hulle doen. Tans is dit presies wat met tradisionele wiskunde-onderrig gebeur, wat steeds die norm is in die skole van ons land. Vir die meeste leerders is skoolwiskunde 'n eindelose reeks feite en prosedures wat vir hulle min sin maak. Leerders probeer om die wiskunde te memoriseer, maar vergeet dit maklik, juis omdat daar geen

werklike begrip of insig in is nie. Talle wetenskaplike studies het getoon dat tradisionele metodes om wiskunde te onderrig nie net ondoeltreffend is nie, maar ook dat die groei van leerders se wiskundige redenasievermoëns, en probleemoplossingsvaardighede ernstig belemmer word.

(Battista, 1999:2).

2.6.1.3 Die rol van take en materiaal

Aan die begin van 'n les volgens Romberg en Kaput (1999:4) word nuwe materiaal aan die leerders bekend gestel. Volgens Keegan (1995 in Biccard, 2010:24) kies die onderwyser die probleme en vrae en formuleer die antwoorde. In tradisionele onderrig gee die onderwyser vir die leerders voorbeelde van 'n sekere soort wiskunde probleem en wys vir hulle hoe om dit op te los. Die leerder kry dan soortgelyke probleme om op te los, en nog soortgelykes om tuis sy 'begrip' in te oefen. Hierdie roetine word elke dag gevolg. Die handboek kan gebruik word om hierdie tipe onderrig te fasiliteer. Die handboek gee die konsepte en reëls en klaar uitgewerkte voorbeelde. Hierdie feite en vaardighede moet dan deur die leerders gememoriseer en bemeester word. Dit geskied deur oefening. Van hierdie probleme is wel gebaseer op die werklike lewe maar die leerders sien dit nie in nie. Hulle verstaan byvoorbeeld nie wat die vind van 'n middelterm beteken, voordat hulle dit in die praktyk, in 'n werklike situasie probeer doen het nie. Die onderwyser en die handboek word as die hoogste gesag beskou, die enigste bronne van kennis. Navorsers vind egter dat leerders die berekeninge blindelings doen sonder om werklik te verstaan waaroor vermenigvuldiging en deling gaan. As hulle bv. $174 + 174 + 174$ met drie moet deel, sal hulle eers die totaal bereken.

2.6.1.4 Klaskameratmosfeer

Volgens Iran-Nejad (1995:24) praat die onderwyser in die tradisionele klaskamer die meeste van die tyd, terwyl daar van die leerders verwag word om hulle volle aandag te gee (iets wat moeilik is), en terminologie wat onderwyser gebruik te verstaan (iets wat nog moeiliker is). Leerders moet die inkomende tydelike stroom van inligting orden (dikwels 'n onmoontlike taak) en oordeel vel in verband met die gehalte en sinvolheid van inligting ('n onrealistiese taak). Hulle moet poog om soveel moontlik neer te skryf ('n marteling) en die inligting wat as belangrik beskou word vir latere gebruik te memoriseer (dikwels die enigste taak waarvoor die leerders kans sien). Daar is dikwels min geleentheid, met die uitsondering van die memorisasie, om nuwe kennis te skep. Iran-Nejad (1995:26) skryf dat die tradisionele klaskamer se leerproses vanuit die leerder se oogpunt misterieus, verwarrend en arbitêr is. Saye (1997:2) beweer dat die onderwyser en individuele leerders dikwels gefrustreerd raak en dan nie begrip toon van hoe om probleme op te los nie.

Leerders ervaar dit as moeilik om terselfdertyd te luister en probleme van die skryfbord af te skryf. Hulle word deur oefeninge, reëls en vergelykings, wat geleer moet word, verwar.

2.6.1.5 Tradisionele metode van assessering

Die tradisionele assesseringmetode (Dogan 2011:420) word gekenmerk deur (1) pen en papiertoetse, (2) veelkeuse toetse, (3) waar en onwaar vrae en (4) “shortfillings”. Dit dra egter nie by tot die verbetering van leerprobleme nie, en reflekteer ook nie die werklike prestasievlakke van die leerders nie. Volgens Romberg en Kaput (1999:4) word die vorige dag se werk nagesien. Die fokus van onderrig is slegs op hoe om hoë punte te kry in toetse. Die metode bestaan uit sewe items. Die items in die metode gaan gewoonlik oor algemene en tipiese (tradisionele) kenmerke van die assesseringsproses. Daarom word dit die “tradisionele aspekte van assessering” genoem (TA). Die assesseringmetode is slegs daarop gemik om suiwer wiskundige kennis te meet.

Volgens die bevindinge in navorsing deur Dogan (2011:426) wat gedoen is onder derde en vierde jaar leerder-onderwysers in die Turkse Wiskunde Departement het die tradisionele metode van assessering, nie assosiasies met ander vakke nie en daar is ook nie skakels met ander toepassings nie. Verder reflekteer die metode nie die leerder se leer nie, en ook nie die verhouding tussen aktiewe deelname in die klas en die prestasies wat behaal word nie. Die metode wat gebruik word is nie geskik om leerders se vermoë om ontledings, wat een van die belangrikste leerstappe is, te meet nie. Hierdie student-onderwysers is verder van mening volgens Dogan (2011:426) dat die metode nie genoegsaam bydra tot die oplos van leerprobleme nie. Die metode meet nie op genoegsame wyse die konstruksie van die kennis leerproses, individuele vermoë en verskille, meta-kognitiewe vaardighede en die kommunikasie vermoë van die leerders nie. Die metodes dwing hulle nie om ondersoek in te stel, en om aktief betrokke te raak in die leerproses nie. Verder kan die metode nie die affektiewe (emosionele) dimensies en sielkundige aspekte van die opvoedkundige proses, die stabiliteit van die leerproses en kreatiwiteit meet nie. Hierdie student-onderwysers voel wel dat die metode die tradisionele aspekte van wiskunde genoegsaam kan meet. Hulle kan egter nie die progressiewe aspekte van opvoedkundige uitkomstes assesser nie. Hulle voel dat die metodes memorisering en teoretiese kennis kan toets, maar dat dit gewoonlik nie toegepas kan word nie. Die metodes sluit nie werklike probleem toepassings, kreatiwiteit, en ondersoeke in nie.

Wong in (Dogan, 2011:417) is van mening dat baie opvoeders dit eens is dat daar alternatiewe assessering moet wees, formatiewe assessering, of assessering wat die leerprosesse van leerders beter reflekteer as die tradisionele assessering wat net op die leeruitkomste fokus. Alternatiewe assessering

verskil van die tradisionele maniere van assessering. Dit poog om leer meer sinvol te maak en om 'n sterker skakel tussen leer en assessering te verskaf. Die assesseringsbenaderings word gebruik om die kennis en vaardighede van leerders wat nie deur tradisionele assesseringsmetodes gemeet word nie, te assesser. Johnsen en ook Stiggins (in Dogan, 2011:418) skryf dat dié metode van assessering dit moontlik maak om alles wat in 'n spesifieke area geleer is te assesser, en ook om die potensiaal, motivering en selfvertroue van die leerders aan te spreek. Die algemene doel van alternatiewe assessering is om leerders te motiveer om hulle beste te gee, hul selfvertroue te bou, hulle prestasie oor tyd te verbeter en hulle beste werk in spesifieke areas te identifiseer (Johnson in Dogan, 2011:18). Alternatiewe assessering plaas groter klem op die ontwikkeling en implementering van sinvolle kontekstuele onderrig en assessering.

Daar word algemeen aanvaar (Dogan 2011:417) dat die tradisionele aspekte van opvoedkundige uitkomst alleenlik gebaseer is op suiwer feitlike vlak, inhoudelike onderwerpe en memorisering. Sadler, 1998 en Blackin (Dogan, 2011:417) is oortuig daarvan dat die gebruik van alternatiewe assessering (formatiewe assessering of assessering vir leer) tydens klasinstruksie, leerders bemagtig as leerders en dus hulle prestasies kan verbeter.

2.6.2 Die probleemoplossingsbenadering

2.6.2.1 Inleiding

Probleemoplossingsbenadering verwys na 'n spesifieke metode wat leerders kan volg om wiskundige probleme op te los waarvoor daar nie 'n onmiddellike antwoord is nie. McIntosh (2000:13) sê dat 'n probleemoplossingsbenadering, behels die verbreding van wiskunde onderrig, asook dat dit leerders se persepsie van wiskunde verander van 'n reël-gebaseerde dissipline, tot 'n dissipline wat onsekerheid uitskakel en *kreatiwiteit* ontwikkel en bevorder.

2.6.2.2 Wat is 'n probleem?

Om te begryp wat probleemoplossing behels, moet ons eers weet wat 'n probleem is. 'n Probleem word beskryf deur (Hiebert 1997 in van de Walle, 2010:38) as enige taak of aktiwiteit waarvoor die leerder geen voorgeskrewe of gememoriseerde reëls of metodes ken nie, en waarvoor daar geen persepsie by die leerder is van 'n "korrekte oplossingsmetode" nie. Volgens Sakshaug (2000 in Fox & Surtees, 2010:47) benodig hierdie probleem dat die leerder moet redeneer oor 'n situasie wat uitdagend maar nie onmoontlik, is nie. Dit word beskryf as 'n situasies waarin ons dit moeilik vind om dit wat ons wil bereik, te bereik. Thomas Sonnabend (2004:49) sê dat 'n probleem twee kenmerke

het: (1) Dit benodig 'n oplossing, en (2) die oplossing is nie onmiddelik vanselfsprekend nie. Probleme ontstaan as daar 'n hindernis is wat verhoed dat ons 'n doelwit bereik. Daar kan aan probleme gedink word (Sheffield & Cruikshank, 2005:81) as ingewikkelde vrae of situasies. Dit is vrae of situasies waarvoor daar nie onmiddelik 'n oplossing is nie. Dit kan enige aspek van wiskunde behels - nie noodwendig net getalle nie. 'n Probleem volgens Paul Zeitz (1991:3), vereis egter meer nadenke en vindingrykheid voordat die korrekte benadering gevind word. Die oplos van 'n probleem behels twee dele, die ondersoek waartydens jy uitvind wat aan die gang is, en die argument waartydens jy ander oorreed van dit wat jy ontdek het, as korrek te aanvaar.

Die keuse, en stel van die regte probleme is die fondasie van probleemoplossende onderrig. Nadenke en kommunikasie is net moontlik as die probleme toepasbaar en werklik problematies van aard is. Volgens (Hiebert *et al.* 1997 in McIntosh 2000:20) het toepaslike probleme drie kenmerke:

- Probleme maak die vak vir die leerders problematies (dit kan nie anders nie – die kinders leer wiskunde deur probleme op te los) en leerders sien die probleme as interessante probleme.
- Probleme moet vir leerders toeganklik wees en op hul begripvlak geformuleer wees, en leerders moet die kennis en vaardighede waaroor hulle alreeds beskik, gebruik om 'n oplossingsmetode vir die voltooiing van die taak, te ontwikkel.
- Probleme moet die geleentheid aan leerders bied, om na te dink oor belangrike wiskundige idees.

2.6.2.3 Probleemoplossing

Probleemoplossing (Schoenfeld in Tripathi 2009:1)) verwys na die proses waarin leerders 'n probleem teëkom – 'n probleem waarvoor hulle geen onmiddelike oplossing kan sien nie en ook nie 'n algoritme het wat hulle direk kan toepas om 'n antwoord te verkry, en die probleem dus te begin oplos nie. Wiskundige probleemoplossing word deur Lester en Kehle (Nunokawa, 2005:1) beskryf as 'n denkproses waarin die oplosser deur middel van die wiskundige kennis wat die leerder het, probeer om sin te maak uit 'n probleemsituasie en poog om nuwe inligting oor die situasie te bekom totdat hy die “die spanning en onduidelikheid (dubbelsinnigheid) kan ontbind”. Volgens Maree *et al.*, (2005:125) en Lester (1995) word wiskundige leerinhoud in probleemoplossingskontekste en ondersoekgerigte omgewings bemeester waartydens leerfasiliteerders leerders begelei om wiskunde met beter begrip en meer toereikend kan verstaan deurdat hulle tydens die probleemoplossende benaderingstoepassing betrokke raak by die toepaslike doen van wiskunde.

Volgens die NCTM speel probleemoplossing 'n belangrike rol in alle vakke in wiskunde asook in ander vakke en behoort dit 'n prominente rol in die wiskunde onderrig van K-12 te speel. Fox (2010:47) is van mening dat probleemoplossing leerders instaat stel om hul sleutelvaardighede tesame met hul wiskundige kennis en begrip te gebruik, wanneer hulle idees ontdek, navraag doen, patrone ontdek, skat, vergelyk, rangskik en eienskappe herken. Dit is nie 'n aparte onderwerp nie, maar 'n proses wat behoort deur te dring tot die studie van wiskunde en wat 'n konteks voorsien waarin konsepte en vaardighede aangeleer word, (NTCM, 2000 Fox (2010:48) skryf dat probleemoplossing die vaardighede om die probleem te identifiseer en te verstaan insluit, asook die proses van vordering monitor en die oplossing van die probleem hersien. Hierdie vaardigheid is 'n bevoegheid wat ontwikkel kan word deur begeleiding in probleemoplossing asook deur genoeg blootstelling te kry aan probleemoplossing.

2.6.2.4 Die rol van die onderwyser

Die onderwyser het 'n baie belangrike rol om te vervul in die probleemoplossingsbenadering (Alsawaie 2003:38). Die rol van die onderwyser in die ontwikkeling van leerders se redeneringssvaardighede word deur navorsing beklemtoon (Tripathi 2009:169). Die onderrigbenadering stel spesifieke en beduidende eise aan leerkragte en bepaalde kundigheid word vereis (Human, 2009:314). Die rol van die onderwyser begin voordat die leerders begin werk aan die probleem en eindig aan die einde van die proses. Onderwysers het 'n kritieke en uitdagende taak wanneer hulle leerders lei om hul idees te verfyn (Human, 2009:309). Dit is 'n vereiste (Human 2009:314) dat die onderwysers by die gebruik van mededeling van kennis uiters versigtig moet wees om nie die outonomie en die ondernemingsgees van die leerlinge te ondermyn nie. Murray, Olivier en Human (1998:175) skryf dat onderwysers hulself so min as moontlik betrokke moet maak by die leerproses van die leerder. Volgens Murray et al. (1998:175) moet onderwysers besef dat hulle die nodige inligting moet verskaf (sosiale kennis) sodat die leerders die probleem kan verstaan, met mekaar kan kommunikeer en hulle gedagtes op 'n verstaanbare manier op papier kan neerskryf. Murray et al. (1998:175) skryf dat dit net is wanneer die leerders hoofsaaklik fokus op die konstruksie van logiese wiskunde kennis dat die onderwyser nie moet inmeng nie, behalwe om die sosiale prosedures en sosiale behoeftes te monitor.

Volgens Alsawaie (2003:38) moet onderwysers seker maak dat leerders die probleem verstaan voordat hulle daaraan begin werk (Baroody en Coslick 1998 in Alsawaie, 2003:38) sê dat onderwysers die belangrikheid van die lees van probleme sterk moet beklemtoon. Dit word gedoen deur leerders te vra om te identifiseer wat in die probleem gevra word, enige onbekende terme te

bespreek, en die probleem te stel deur hul eie woorde te gebruik. Hulle moet eers fokus op die onderrig van inhoud en prosedures. Om die probleemoplossingsbenadering suksesvol te implementeer, hang af van :

- die besluite en aksies wat die onderwyser moet neem,
- die seleksie van geskikte take,
- die manier van oordra van die take wat leerders se belangstelling stimuleer,
- die behou van leerders se verbintenis met die take,
- die neem van leiding in besprekings.

Onderwysers moet tussen leerders beweeg terwyl hulle aan probleme werk (Alsawaie, 2003:39). Volgens van Vane; Cathcart & Baroody met Coslick (1998 in Alsawaie; 2003:39) moet vrae aan individuele leerders of groepe gestel word oor watter strategieë hulle gebruik asook oor die aard van hul bevindinge. Hulle moet intens luister na die beredenering en besprekings van leerders en ook rekenskap gee van die dinamika van groepwerk. Tersaaklike vrae moet aan leerders gevra word om hulle te help om duidelikheid te verkry oor in watter rigting hulle die oplos van die probleem neem. Leerders wat eerste hulle werk voltooi, moet geïdentifiseer word en aangemoedig word om die probleem op 'n ander manier op te los. Volgens Van De Walle (g.d in Alsawaie; 2003:39) is dit net so belangrik vir onderwysers om verdere uitbreidings of veralgemenings van die oplossings te maak.

Onderwyser neem letterlik duisende besluite gedurende die onderrig van hul lesse (Good en Brophy soos aangehaal deur Schoen, 2006:136). Roh (2003:2) verklaar dat onderwysers nie net wiskundige kennis aan leerders moet oordra nie, maar ook moet weet hoe om 'subtiel' betrokke te raak by die leerders tydens die prosesse van probleemoplossing, en dan kennis te voorsien of in die geval van ongewone situasies, verdere denke tot probleemoplossing te ontlok.

Indien leerders tydens die aanvangsfase van die les probleme ondervind met die oplos van probleme, kan die onderwyser leerders help om te fokus op die taak deur direkte vrae aan leerders te stel, byvoorbeeld oor wat gegee, en wat gevind moet word. Onderwysers moet besef dat hulle net die nodige informasie moet voorsien aan die leerders om die probleem te verstaan, om te kommunikeer met mekaar en om hulle gedagtes op 'n algemene aanvaarbare manier op papier vas te lê. Sosiale norme moet deur die onderwyser neergelê word wat die interaksie en algemene klaskamer gedrag bepaal. Volgens (NTCM, 1991) is dit die plig van onderwysers om take wat gerig is op die ontwikkeling van begrip en die bemeestering van prosedures op so 'n wyse te hanteer dat dit ook die ontwikkeling van die vermoë om probleme op te los, om wiskundig te redeneer, te kommunikeer, te hersien, te selekteer en te ontwikkel insluit.

Volgens Alsawaie (2003:39) is die oplos van probleme nie die einde van die probleemoplossingsproses nie. Nadat leerders hul probleme opgelos het, moet onderwysers leerders aanmoedig om oor hul oplossings asook die proses wat hulle gebruik het, te reflekteer. Die rol van die onderwyser tydens refleksie is die van fasiliteerder en sy/haar doel is om probleemoplossing in 'n leeraktiwiteit te verander. Hierdie proses van refleksie laat die leerder toe om weg te beweeg van konkrete instruksies wat slaafs nagevolg moet word, deur liefds die leerder die geleentheid te bied om self nuwe maniere te vind om die probleem op te los en die antwoord te vind. (Saman, 2016:107) is van mening dat refleksie die leerder toelaat om woordprobleme beter en meer effektiek op te los deur kognitiewe strategieë te gebruik. Volgens (Saman 2016:109) kan refleksie aangeleer word deurdat onderwysers die leerder moet touwys maak in die prosedure van refleksie. Die eerste stap is om vas te stel wat die probleem is. Daarna moet die leerder 'n plan van aksie formuleer om by die antwoord uit te kom. Nadat die antwoord gevind is moet dit verskeie kere gekontroleer word. Die laaste stap is om rekord te hou van die rofwerk van die probleem om bewys te kan lewer van die denkpatroon wat die leerder gevolg het. Deur hierdie proses van refleksie te volg het die leerder sy metakognitiewe, kognitiewe en sosiale leerstrategieë gebruik. Besinning of oordenking kan slegs suksesvol toegepas word indien die leerder hom in 'n stimulerende omgewing bevind. Volgens die skrywers is refleksie of besinning meer as net die verstaan van die probleem, maar ook die verstaan van anders leerders se benadering, en die verstaan van probleme wat in die groep na vore kom. Die leerder kan nie net hom of haarself evalueer nie, maar moet ook ander in die groep kan evalueer. Die sosiale aspek van die aktiwiteit sluit ook die toepassing van ander in die groep se mening in. Die studie van Petrove and Zhelva (2010:2) het bevind dat die meeste leerders die probleme kon oplos, maar het nie oor beredeneringsvaardighede of besinningsvaardighede, beskik nie. So kon weinig van die leerders in die groep hulle denkpatriene aandui om te bewys hoe hulle by die antwoord uitgekom het.

2.6.2.5 Die rol van die leerder

Leerders moet probleme ten volle verstaan en vasstel wat beantwoord moet word, indien hulle dit suksesvol wil oplos (Alsawaie 2003:38). Alsawaie (2003:38) sê dat dit 'n vereiste is dat leerders die probleme goed moet deurlees, of luister na die een wat dit voorlees. Krulik en Rudnick (Roh 2003:40) skryf dat in die probleemoplossingsbenadering leerders moet leer om meer krities te dink, hul kreatiewe idees te opper en hoe om wiskundig met mekaar te kan kommunikeer. Aldus moet leerders aktief na nuwe inligting soek ten einde oplossings te vind (Roh in Maree *et al.*, 2005:128).

Roh (2003 in Maree *et al.*, 2005:127:1) sê dat leerders in plaas daarvan om net na 'n enkele korrekte antwoord te soek, hulle probleme moet kan interpreteer, nuwe inligting kan versamel, moontlike oplossings te behoort identifiseer, verdere moontlikhede moet kan evalueer, en hul eie gevolgtrekkings, en moontlike oplossings, kan voorstel.

Volgens Rich en Meier (2008:40) moet leerders deur die probleem werk op wyses wat vir hulle sin maak en nie staatmaak op die memorisering van die “afdeling se metode” nie. Leerders moet verduidelikings of regverdiging gee vir die resultate asook die proses wat gebruik is vir 'n volledige oplossing van 'n probleem. Santos-Trigo (2007:325) skryf dat leerders 'n tipe denke moet ontwikkel wat inpas by wiskundige praktyke en waarin probleme gesien word as dilemmas wat in terme van vraagstelling ondersoek moet word. Volgens Santos-Trigo (2007:526) moedig probleemoplossing leerders aan om relevante vrae te vra in hul ondersoek. Santos-Trigo (2007:326) skryf dat 'n integrerende beginsel in alle probleemoplossing is dat leerders die geleentheid moet kry om vrae in verband met die probleem of situasie te stel. Hierdie vrae moet daartoe lei dat hulle die relevante inligting wat nodig is om die konsepte te begryp, moet kan herken.

Volgens verskeie wiskundeopvoedkundiges (Turner, Gutiérrez & Suttan; 2011:228) skep probleemoplossing die geleentheid vir leerders om 'n begrip van belangrike idees te ontwikkel en om 'n positiewe houding teenoor die onderwerp en teenoor hulself as wiskundige denkers te ontwikkel. Cai (2003b:12) sê dat leerders tydens die onderrig van probleemoplossing, die geleentheid kry om probleemsituasies te ondersoek en om probleme op te los. Leerders word aangemoedig om enige oplossingstrategie wat hulle wil, te gebruik. Hulle kry ook die geleentheid om hul onderskeie strategieë met mekaar te deel. Terwyl hulle probleme oplos, kan hulle enige kennis wat hulle geleer het gebruik, en regverdiging vir hulle idees vind op enige wyse wat hulle as oortuigend beskou.

Volgens (Savoie en Hughes in Maree, 2005:128) doen leerders hul ondersoek na die oplossings deur dinkskrumms met ander groeplede te hou, verskeie hulpbronne te raadpleeg, alternatiewe moontlike oplossings te bespreek, te toets en af te sluit deur na te dink oor dit wat hulle uit hierdie ervaring geleer het. Leerders deel die verantwoordelikheid om die klaskamerkultuur en gemeenskaplike belange van die mede-leerders te ontwikkel (Hiebert, 1996:16). Eerstens het leerders die verantwoordelikheid om saam te werk, hul idees met mekaar uit te ruil en onderling te deel, hul werk te verduidelik en te verdedig. Leerders moet besef dat om te leer beteken ook om van mekaar te leer en te mag verskil. Van die leerders word verwag om met die kennis wat hulle tot hulle beskikking het, metodies te kan rekonstrueer (Murray *et al.*). Tydens die toepassing van die

probleemoplossingbenadering moet leerders vaardig wees in probleemoplossing, oor kreatiewe- en kritiese denkvermoë beskik (Roh 2003:1).

2.6.2.6 Minimale, gedeeltelike en volle leiding tydens die probleemoplossingsbenadering

Sonder voldoende leiding van onderwysers is 'n positiewe interaksie tussen leerders in gevaar. Wanneer onderwysers probleme nie betyds identifiseer wat leerders ervaar nie, en nie voldoende ingryp nie, kan die kwaliteit van die samewerkingsproses en die gevolglike leeruitkomste belemmer word Van de Pol et al., 2010 (in Leeuwen & Jansen, 2019:72). Sodoende word bepaal watter aspekte van onderwyserleiding of fasilitering die voordeligste is om suksesvolle samewerking tussen leerders te bevorder.

Clark, Kirschner en Sweller (2006:6) is van mening dat die leerder nie alleen gelaat moet tydens probleemgesentreerde leer nie. Hulle is van mening dat daar die afgelope dekades binne die onderwyskringe geglo was dat gedeeltelike en minimale instruksie/leiding tydens onderrig die gepaste manier is om leer by leerders te bevorder. Volgens die skrywers was daar baie navorsing gedoen oor hierdie onderrigmetodes binne die klaskamer vanaf die 1950's tot en met die 1980's Clark et. al (2006:7). Verskeie leerterme is gebruik om die gedeeltelike leiding/instruksie in onderrig te beskryf onder andere, self-ontdekkingsleer, probleem-gebaseerde leer en konstruktivistiese leer.

Die opvoedkundige, Jerome Bruner het in die vroeë 1960's minimale of gedeeltelike instruksie voorgestel as 'n onderrigmetode sodat die leerder nuwe kennis self kan ontdek Clark *et. al* (2006:10). Hierdie tipe leer word gekenmerk deur die leerder wat nuwe kennis self ontdek met gedeeltelike of minimale hulp van die onderwyser. Die leerders moet self hulle probleme oplos en dan binne groepsverband moontlike oplossings bespreek. Die oplossing van die probleem is nie onmiddellik beskikbaar nie, en mag 'n tyd neem voordat die korrekte antwoord of oplossing deur die onderwyser bekendgemaak word (Clark et al , 2006:8). Bruner was 'n voorstander van gedeeltelike leiding.

2.6.2.6.(1) Ondersteuning met volle onderrigleiding.

Ondersteuning vir instruksies oor volle begeleiding kom van navorsers en teoretici wat aangevoer het dat leerders wat aan hul eie lot oorgelaat word, nie begrippe sal leer nie, of erger nog, die verkeerde begrippe sal leer (Rogoff & Cobb in Horan & Carr, 2018:290). Sosiaal-konstruktivistiese teoretici volgens Bruner, 1966 en Vygotsky 1978 in (Horan & Carr, 2018:290.) stel dat volle leiding tydens leer met manipulasies noodsaaklik is omdat die manipulasies kultureel-spesifieke, eksterne

voorstellings is wat kinders in staat stel om te tel voordat hulle 'n interne getalvoorstelling het. Carbonneau et al 2013 (in Horan & Carr, 2018:295) het bevind dat volle leiding optimaal was om leerders se prestasies ten opsigte van die taak wat aangebied word, te verbeter.

2.6.2.6.(2) Ondersteuning met minimale leiding.

Alhoewel die belangrikheid van onderwys deur volle leiding bewys word deur vorige navorsing, toon ander navorsing dat volle leiding nie altyd lei tot verbeterde prestasies bo lae leiding nie (Horan & Carr, 2018:292). Verder is daar situasies waar goed gestruktureerde volle leiding nie beter is as minimale leiding nie, maar dat minimale leiding in werklikheid meer doeltreffend is as goed gestruktureerde volle leiding. Doodeenvoudig omdat onderrig met minimale begeleiding leerders die geleentheid gee om wiskundige konsepte self te formuleer en te verstaan, wat belangrik is vir dieper leer ter verwerwing van wiskundekennis (Piaget, 1977; Fuson, 2009). Minimale begeleiding kan ook die gevolge van leerders wat oorweldig voel en is, met veel te vroeë of kommentaar van 'n onderwyser vermy (Kroesbergen en Van Luit, 2005:368).

Kroesbergen en Van Luit 2002 (in Horan & Carr, 2018:292) het eweneens bevind dat leerders in spesiale onderwysklasse meer baat gevind het by minimale leiding as volle leiding, maar hulle het bevind dat lae-presterende leerders wat nie as leergestremdheid geïdentifiseer is nie, meer baat gevind het by volle leiding. Hierdie bevindings het aangedui dat leerders met leergestremdhede kenmerke kan hê wat die impak van leiding op leer onderskei. Leerders met 'n lae voorkennis sal die beste presteer deur die gebruik van manipulasies. Dit gaan egter gepaard met min insig.

Leerders met 'n hoë voorkennis sal die beste presteer met konsekwente minimale leiding, of minimale tot volle leiding, wanneer hulle deur middel van manipulasies leer.

Welch (2011:1) meld dat navorsing toon dat leerders wat blootgestel was aan minimale leiding tydens onderrig soms verward en verlore raak tydens onderrig. Sommige leerders was nie in staat om nuwe konsepte op hul eie vas te lê of toe te pas nie. Die leerders wat goed voorbereid is of baie potensiaal het sal wel baat vind by minimale en gedeeltelike leiding tydens onderrig, dit is slegs sulke leerders wat kennis verwerf deur dit self te kan ontdek met hierdie tipe onderrig.

Minimale of gedeeltelike leiding kan daartoe lei dat leerders wat sukkel en verward in die klas is, op mede leerders sal steun vir oplossings of die oplossings/antwoorde blatant afskryf/kopieer. Leerders kan ook met die tipe leiding verkeerde afleidings maak en glo dat hulle tot die korrekte konklusies gekom het. Sulke misverstande kan heelwat tyd en energie neem om leerders te oortuig dat hulle gevolgtrekkings verkeerd was in die eerste plek. Minimale leiding tydens onderrig kan ook baie

stremmend wees, en bydra om die vele periodes wat dit vir die leerder neem om op sy/haar eie 'n ontdekking te maak tot gevolg hê. Volgens die skrywers het leerders swakker gepresteer met hierdie tipe instruksies, waardevolle tyd het verlore gegaan en die gaping tussen die sterker leerders en swakker leerders het net vergroot.

Clark, Kirschner en Sweller is voorstanders van volle leiding. Volgens die skrywers was daar min klem gelê op die impak van kognitiewe leer by kinders, veral wat hul langtermyn en korttermyn geheue betref. In die langtermyn geheue word woorde, gedagtes, ideas ensovoorts gestoor. In die korttermyn geheue vind denke plaas. Daar is 'n wisselwerking tussen die twee tipes geheue om die denkproses te ontwikkel. Die skrywers meld dat ons langtermyn geheue nie net 'n stoorkamer word van gedagtes nie, maar sentraal staan ten opsigte van wat ons hoor, sien en dink. Hierdie gedeelte van die kognitiewe laat ons toe om vaardig te word in 'n area waar die langtermyn geheue 'n oorfloed van kennis het oor die spesifieke area. Die doel van volledige instruksie is dan om soveel as moontlik nuwe kennis en vaardighede in die langtermyn geheue in te prop. Die prosessering van kennis vind plaas in die korttermyn geheue. Nuwe kennis word nie lank gestoor in die korttermyn geheue nie. Maar kennis wat in die langtermyn geheue gestoor was kan opgeroep word in die korttermyn geheue. Clark, Kirschner en Sweller is van mening dat minimale en gedeeltelike instruksies oneffektief is by die aanleer van nuwe kennis. Dit het wel 'n plek by ervare kenners op 'n spesifieke gebied.

Volle leiding ten opsigte van nuwe kennis behels 'n duidelike stap vir stap voorbeeld van die probleem sonder dat dit nodig was om die oplossing te vind. Daarna kry die leerder die geleentheid om nuwe konsepte te stoor in die langtermyn geheue. Wanneer die leerder gekonfronteer word met probleemoplossing, hoef die leerder nie blindelings rond te skarrel nie, maar beskik die leerder oor die vermoë om sy korttermyn geheue te aktiveer omdat die nodige kennis, vaardighede, konsepte alreeds vasgelê is in die langtermyn geheue. Volle leiding fokus meer op die uitwerk van voorbeelde bv. in wiskunde en laat geen ruimte vir ontdekking nie. Daar kan wel 'n verskuiwing plaasvind van volledige instruksie na gedeeltelike instruksie nadat die leerder die nuwe kennis vas gelê het in sy langtermyn geheue. Dit wil sê die leerder beskik nou oor 'n gevestigde vaardigheid.

2.6.2.6.(3) Die rol van voorkennis

Kognitiewe ladingteorie bepaal dat leerders met minder voorkennis meer leiding nodig het om hul kognitiewe lading nie te oorskry nie. Leerders met meer domeinspesifieke kennis het nie soveel leiding nodig nie omdat die inligting in die langtermyngeheue gestoor word (Sweller, Ayres, &

Kalyuga, 2011 in Horan & Carr, 2018:293). Leiding moet gegee word om die verwerwing van nuwe kennis te ondersteun, en nie om te fokus op inligting wat reeds geleer is nie, omdat dit die leerders kan verwar as teenstrydige inligting gegee word (Kalyuga, 2007 in Horan & Carr, 2018:293). Dit beteken dat onderwysers die hoeveelheid leiding moet monitor wat gebaseer is op leerders se voorkennis en ervaring met 'n onderwerp.

Verrassend is bevind dat leerders met hoër voortoetspunte (hoë voorkennis) aansienlik beter presteer met die volle leidraad, skemagebaseerde kurrikulum, terwyl leerders met laer voortoetspunte beter presteer met die kurrikulum vir minimale begeleiding. Leerders met 'n lae voorkennis sal die beste presteer met manipulasies met 'n konstante hoë leiding of hoë tot lae leiding ten opsigte van manipulasies. Leerders met 'n hoë voorkennis sal die beste presteer met konsekwente lae leiding of lae tot hoë leiding wanneer hulle met manipulasies leer.

Rina Scott-Wilson het in haar studie (Scott-Wilson; Wessels, D; Wessels, H; Hearne, L 2020) aangetoon dat selfs brein-beskadigde leerders met die regte onderwys, bv proleemoplossing en modellering, tog in staat is om met leerprogramme te vorder as die lesse hierby aanpas. Kinders se ervaringe en voorkennis is baie belangrik in suksesvolle leer. Onderwysers moet behoorlik opleiding ontvang hierin.

Eie gevolgtrekking

Die tipe leiding wat onderwysers sal aanbied vir leerders in die klaskamer sal afhang van verskeie faktore soos:

- Die kennis waarmee leerders na die klaskamer kom sal die onderrigleiding bepaal of dit minimaal, gedeeltelik of volle leiding sal wees.
- Leerders met min voorkennis sal meer baat vind met volle onderrig leiding.
- Volle leiding sal help met die verwerwing van nuwe kennis vir leerders met min voorkennis.
- Met volle onderrig leiding leer leerders met min voorkennis nuwe konsepte en begrippe aan.
- Leergestremde leerders wat nie op hul eie kakonsepte, begrippe en nuwe kennis kan verwerf nie sal meer baat vind met volle onderrig leiding.
- Leerders met 'n hoë voorkennis sal goed presteer met konsekwente minimale leiding as leerders met min voorkennis.

Die stoor van nuwe kennis in die langtermyn geheue is ook 'n bepalende faktor by die besluit wat onderwysers sal moet neem oor watter onderrigleiding die beste sal wees. Leerders wat probleme moet oplos, en nie instaat is om kennis uit die langtermyn geheue deur die kortermyn geheue te kan herroep nie, sal beslis hoë onderrig leiding moet kry. Minimale onderrig leiding bied die geleentheid vir die leerder om self nuwe kennis te ontwikkel. Met volle onderrig leiding word leerders blootgestel aan die betrokkenheid van die onderwyser. Beide onderrigleiding, met volle en minimaleleiding het besliste voordele sowel as nadele. Die tipe leiding wat leerders ontvang, sal afhang van die voorkennis waaroor leerders beskik.

2.6.2.7 Die rol van take en materiaal

Take (probleme) vorm die grondslag van probleemoplossing-instruksies en moet die vermoë hê om leerders die geleentheid te bied om na te dink oor belangrike wiskundige idees. Dit speel 'n beduidende rol in die leer van die kind (Stein and Kaufman 2010 in Sullivan & Clarke 2013:627). Die potensiële sukses wat take kan inhou in die kind se leer, hang deels af van die manier hoe die onderwyser take inkorporeer in die leerprogram. Wanneer die onderwyser besluit om take vir leerders te gee, moet hy homself eers afvra wat die doel van die taak is, en hoe daardie taak sal bydra tot die uitkomst van die kurrikulum. Sullivan en Mornane (in Sullivan & Clarke 2013:627) is van opinie dat take wat ietwat meer uitdagend van aard is, die vermoë het om leerders te help om 'n skakel te vind tussen wiskundige kennis wat hulle alreeds opgebou het met 'n goeie grondslag, en die aanleer van wiskunde wat in hulle huidige klas aangebied word.

Die onderwyser kan take gebruik as 'n metode om die wiskunde kurrikulum te verryk. Take moet gesien word as opdragte wat die verstand prikkel. Take moet die leerder stimuleer om probleme op te los wat nie andersins bereikbaar sou wees nie. Volgens die skrywers kan take help om 'n effektiewe en funksionerende klaskamer kultuur vir wiskunde te skep waarbinne nuwe probleme opgelos word. Daardeur ervaar leerders wiskunde as 'n praktiese en lewende vak. Die voordele van take is die geleentheid wat dit bied aan leerders om nuwe kennis en strategieë aan te leer. Leerders word ook geleer om saam met mekaar te werk. Dit bied leerders die geleentheid om hulle eie denkprosesse te ondersoek en dan later daaroor te besin. Samewerkende aktiwiteite kan leerders leer saam met mede leerders saam te werk om 'n gesamentlike kurrikulum of didaktiese doel te bereik. Volgens Zhan (2008 in Alzahrani, 2013:4) bring dit 'n gevoel van samehorigheid en tevredenheid. Volgens Stein en Lane (Schoen, 2006:131) toon sommige navorsing aan dat die gebruik van wiskundig-ryk take 'n positiewe

effek kan hê op die leerder se leer. Wiskundige probleme wat problematies is en betekenisvolle wiskunde insluit, het die potensiaal om te voorsien in die intellektuele konteks van leerders se wiskundige ontwikkeling. Slegs toepaslik gekose probleme gee aan leerders die geleentheid om dit wat hulle weet te verbreed en die wiskundige leer te stimuleer. Wiskundige opvoeders stem saam dat die wiskundige probleme wat onderwysers kies nie net 'n invloed het op die wiskunde wat leerders leer nie, maar ook op die diepte en gehalte van leer (Schoen, 2006:131). Schoen (2006:133) skryf dat die probleme wat aan leerders gegee word 'n invloed op die wiskundige konsepte en vaardighede het wat die leerders tydens die oplos van die probleme kan aanleer.

Goed-geselekteerde probleme kan dien as inspirasie vir die navorsing van belangrike wiskundige idees, die aanleer van volharding en die versterking van die behoefte om verskeie strategieë en wiskundige eienskappe en verwantskappe te verstaan (Tripathi, 2009:169). Wiskundige probleme wat problematies is en betekenisvolle wiskunde insluit, het die potensiaal om te voorsien in die intellektuele konteks van leerders se wiskundige ontwikkeling.

Die gebruik van byvoorbeeld diagramme is 'n kragtige strategie wat veral leerders met leerprobleme kan help. Die voordeel van 'n diagram is dat dit inligting ruimtelik voorstel (Poch, van Garderen, & Scheuermann, 2015:1). Diagramme sluit begrip in van wat 'n diagram is, die verhoudings wat die Diagramme voorstel kan gebruik word om die probleem te bekyk en meer toeganklik gemaak. Aldus vorm diagramme as prentjies 'n skakel tussen die praktiese en teoretiese vlakke van begrip (Bruner in Elia & Philippou, 2010: 327). Die vermoë om beelde van wiskundige begrippe en verwantskappe te vorm is onmisbaar in die oplos van wiskundige probleme. Die maak van prentjies of diagramme kan dien vir verskillende doeleindes. Dit kan 'n voorstelling wees van die dele of die geheel van 'n probleem, dit kan help met die organiseer van 'n probleem of dit kan inligting verskaf.

Outentieke take en opdragte is nodig vir die ontwikkeling van wiskundige begrip (Pugalee, Lock & Wallace, 2015:303). Die take word gekenmerk deur in-diepte ontleding, denke, en redenering met die skep van diskoers, en wiskundige instrumente en die ontwikkeling van houdings. Hierdie take het te make met lewenspraktyk-geïntereerde probleme wat die leerders in hulle lewe sal teëkom. Dit ontwikkel die beredeneringsvaardighede van die leerder. Die leerder moet skattings maak wat op veralgemening en observasie gegrond is, en dan afleidings maak om te toets of die skattings korrek is. Veelvoudige benaderings kan gebruik word. Leerders se denke en redeneringsvermoë word verbeter as hulle in groepe saamwerk waar hulle, hul maats van 'n bepaalde standpunt moet oortuig.

Eie gevolgtrekking

Die materiaal of probleme wat die onderwyser kies het 'n groot invloed op die gehalte van leer wat plaasvind. As die onderwyser die regte probleme kies, leer leerders strategieë aan wat vir ander probleme gebruik kan word. Leerders se konseptuele kennis, hulle vermoë om te redeneer, en hulle kommunikasievaardighede kan verbeter en hulle belangstellings word in dieselfde proses geprikkel. Leerlinge sal verwantskappe in die oplos van probleme kan insien. Die probleme wat gekies word moet deur 'n reeks benaderings opgelos word en nie net deur een metode nie. In die keuse van probleme moet daar voorsiening gemaak word vir die swakker leerders sowel as die leerders wat instaat is om die meer ingewikkelde probleme op te los. Deur 'n gebalanseerde keuse van probleme te maak wat voorsiening maak vir alle leerders, sal die gaping in die uitkomst van leer tussen die swakker leerder, en sterker leerder, kleiner maak.

2.6.2.8 Klaskamerkultuur

Kersaint (Eliot, 2007:94) beweer dat as opvoeders wil hê ander mense moet 'n ander mening van die werk wat hulle doen huldig, moet hulle iets doen om die huidige leerperspektiewe te verbeter. Leerders se sukses in die leer van wiskunde word geaffekteer deur die konteks waarin hulle leer. Volgens Kersaint (Eliot, 2007:83), het die leeromgewing 'n belangrike invloed op sekere leeruitkomst. Wat 'n mens leer, en hoe 'n mens in enige leeromgewing leer, hang af van wesenlike kenmerke van die leeromgewing en die wyses waarop daardie kenmerke gebruik word om leer aan te moedig. So is Kersaint (Eliot, 2007:83) van mening dat die leeromgewing as 'n fundamentele veranderlike in leerders se leerproses ondersoek moet word. So kan vasgestel word watter kenmerke bevordelik is vir die verbetering van leerders se leergeleenthede en vir die aanspreek van kwessies wat verwant is aan daardie omgewings en wat 'n invloed op leerders se leeruitkomstes mag uitoefen.

Wesenlike geleenthede vir leer hang af van die tipe klaskamerdiskoers wat tydens probleemoplossing, beide tussen die onderwyser en leerders asook tussen leerders onderling plaasvind (NTCM, 2010). 'n Groot aantal teoretiese en empiriese bewyse wat die konneksie tussen klaskamerdiskoers en suksesvolle leer ondersteuning, bestaan (NTCM). Klaskamerkultuur gee vorm aan leerders se verstaan van wiskunde. Schoenfeld (McIntosh, 2000:21) skryf, "As ons wil verstaan hoe leerders se wiskundige perspektiewe ontwikkel, moet ons gaan kyk na die kwessies wat binne wiskundige gemeenskappe waar leerders beweeg bestaan en na die praktyke wat die gemeenskappe ten grondslag lê".

Kersaint (Eliot, 2007:83) sê dat daar drie kenmerke van leeromgewings is wat 'n invloed op die leerders se leeromgewing het, naamlik konteks vir leer, geleentheid om te leer en wiskundige opvoedkundige programme. Konteks vir leer fokus op die tipe en gehalte van wiskundeprogramme wat aangebied word en verskaf 'n struktuur vir die ondersoek van die doelwitte en verwagtinge wat deel uitmaak van die programme. Die geleentheid om te leer fokus op die kwessies van gelyke toegang tot opvoeding in die algemeen, asook gelyke toegang tot verdere vlakke van wiskundig besig wees, en veral tot 'n baie sterk begrip en verstaan van wiskunde. McDonald (in Eliot, 2007:85) beskryf geleentheid om te leer as die hoeveelheid tyd wat die leerder gegun word om spesifieke take te leer. Dit verwys ook na gelyke toegang tot gehalte opvoedkundige geleenthede (Guiton & Oakes 1995 in Eliot, 2007:85). Tate (2005 in Eliot 2007:86) is van mening dat leerders se geleentheid om te leer die gevolg is van tyd, gehalte en ontwerp. Tyd verwys na die werklike tyd wat aan instruksie bestee word. Die hoeveelheid tyd wat aan die vak bestee word het 'n invloed op die hoeveelheid inhoud wat gedek word, asook die hoeveelheid tyd wat die leerders betrokke is by die inhoud. Gehalte verwys na die kenmerke van die opvoedkundige programme wat die leerders ondervind. Dit word beskryf as die "klaskamer pedagogiese strategieë wat 'n invloed het op leerders se prestasies in skoolwiskunde". Tyd en gehalte word beskou as die buigsame kenmerke van die leeromgewing wat aangespreek kan word om primêr te fokus op verbeterde leeruitkomstes wat sonder ingryping verander kan word. Tate (2005) gebruik die term "gehalte" om die aktiewe betrokkenheid van opvoeders in die verbetering van die leerders se geleentheid om te leer, te beskryf.

Volgens Kersaint (Eliot, 2007:84) word die wiskundige opvoedkundige programme beperk tot drie aspekte wat 'n invloed het op leer in die opvoedkundige omgewing, naamlik (1) leeromgewing, (2) die ontwikkeling van wiskundige geletterdheid, en (3) die bekwaamheid om te voorsien in die behoeftes van 'n diverse leerderbevolking. Dit beklemtoon die globale kenmerke van die wiskundige-opvoedkundige omgewing wat 'n invloed het op hoe, en wat, leerders leer.

Die kenmerke van die gevestigde leeromgewing kommunikeer direk of indirek die doelwitte en verwagtings van leer. Akademiese prestasies van 'n leerder hou altyd verband met die vele komponente van die leeromgewing (Rohana, et.al., 2009:17). Opvoedkundige omgewing beïnvloed hoe, waarom, en wat leerders leer. Dit is van kardinale belang vir die sukses van die kurrikulum (Al-Rukban, et al., 2010:126). 'n Positiewe-klaskameromgewing bied effektiewe onderrig aan leerders, bevorder die gladde onderrig-leerproses en beïnvloed akademiese prestasies positief (Ezike, 2018:63). Die omgewingsontwerp van die klaskamer kan daartoe bydra dat dit die leerproses kan vergemaklik en verbeter (Falsario et al 2014:2). Die kwaliteit van die werklike klaskamer beïnvloed

ook die akademiese prestasie van leerders aansienlik (Suleman & Hussain 2014:74). Fisiese fasiliteite in klaskamers verseker effektiewe en suksesvolle leerproses. Sonder hierdie fasiliteite is effektiewe en vrugbare leerprosesse nie moontlik nie. Navorsingsbevindinge dui daarop dat die fisiese omgewing so 'n invloed op leerders kan hê, dat dit tot 25% van die leerders se akademiese vordering kan beïnvloed (Warfield, 2016:1).

Die ontwikkeling van wiskundige geletterdheid verwys na die oorkoepelende doelwit van wiskundeonderwys. Chapin en O'Conner (Eliot, 2007:124) skryf dat as ons wil hê dat die akademiese diskoers produktief gebruik moet word, sekere toestande in plek moet wees binne die leeromgewingstoestande wat die taalontwikkeling en wiskundige ontwikkeling sal bevorder. Dit moet veilig wees vir leerders om uitdrukking te gee aan hulle idees sonder vrees vir bespotting of verleentheid. Bepaalde omstandighede moet gevestig word sodat die omgewing waarin 'n respekvolle diskoers kan ontwikkel, geskep kan word soos:

- uitdruklike verwagtings vir leerders wat betref hulle rol in klas besprekings;
- duidelike reëls oor wat beskou word as respek en disrespek sodat selfs subtiële negatiewe boodskappe nie toegelaat word nie;
- duidelike sanksies teen disrespekvolle gedrag met zero toleransie tydens klas besprekingsessies.

Een van die voordele verbonde aan die gebruik van diskoers-gebaseerde gestruktureerde strategieë is dat die leerders die geleentheid gegun word om hulle begrip van idees en oplossingsmetodes te kan uitbrei deur dit in-diepte te kan bespreek Chapin & O'Conner (Eliot, 2007:125). Die doelwit van 'n bespreking is om leerders te help in die opklaring van 'n idee of die veralgemening van 'n oplossingsmetode vir 'n stel probleme. Dit gebeur soms tydens hierdie besprekings dat foute uitgewys word. Dit is belangrik om die toestande vir respekvolle bespreking vas te stel, maar dit is net so belangrik om die toestande wat nodig is vir gelyke deelname te bepaal. Deelname is gelyk en regverdig as elke persoon die geleentheid gegun word om vrae te vra, stellings te maak en om uitdrukking te gee aan eie idees. Akademiese produktiewe diskoers is nie net bedoel vir die leerders wat oor sterk verbale vaardighede beskik of vertrouwe het in wat hulle weet, of nie weet nie. Elke leerder behoort aan die bespreking deel te neem.

Cobb en Bauersfeld 1995; Hiebert et al. 1997 en NCTM 2000 (in Eliot, 2007:143) sê dat die gee van uitdruklike aandag aan die sosiale aspekte van leer en onderrig van wiskunde 'n belangrike

komponent is in die skep van 'n klaskameromgewing waarin leerders wiskunde met begrip kan leer. Die aard van die leeromgewing is veral belangrik in klaskamers waar leerders hulle wiskundige idees en strategieë kommunikeer as deel van 'n opvoedkundige benadering wat streef daarna om wiskunde deur middel van probleemoplossing te ontwikkel. Aandag aan die sosiale aspekte van die leer van wiskunde bied 'n manier om kommunikasie, redenering, en probleemoplossing, die drie hoofaspekte van die NCTM se "Principles and Standards for School Mathematics" (2000), bymekaar te bring.

Volgens McIntosh (2000:21) vorm die klaskameromgewing leerders se oortuigings oor wiskunde net soos dit oor ander kulturele oortuigings en interaksie met andere, gevorm word. De Corte *et.al* (2004:370) skryf dat die leeromgewing die verwerwing van aktiewe, opbouende leerprosesse in alle leerders behoort in te lei, asook passiewe leerders hierin te ondersteun. Kragtige leeromgewings word gekenmerk deur 'n goeie balans tussen ontdekking en persoonlike eksplorاسie aan die een kant, en sistematiese onderrig en leiding aan die ander kant. Leeromgewings behoort die ontwikkeling van self-reguleringsstrategieë in leerlinge aan te moedig. Dit impliseer dat eksterne regulering van die verwerwing van kennis en vaardighede deur middel van sistematiese ingryping op 'n beplande wyse moet verminder sodat die leerders agente van hulle eie leer kan word. Weens die belangrikheid van konteks en samewerking vir effektiewe leer, moet 'n kragtige leeromgewing leerders se konstruktiewe verwerwingsaktiwiteite insluit. Dit moet verkieslik plaasvind in situasies wat vir die leerders persoonlike betekenis het en wat baie geleenthede bied vir die verspreiding van leer deur sosiale interaksie, en wat verteenwoordigend is van die take en probleme waarop die leerders hulle kennis en vaardighede in die toekoms sal moet toepas. Kragtige leeromgewings behoort 'n klaskamer klimaat en kultuur te skep wat daartoe lei dat leerders die leeraktiwiteite en probleem-oplossing strategieë duideliker verstaan en daaroor besin.

Eie gevolgtrekking

Die leer van wiskunde hang af van die omstandighede waarin dit plaasvind. Die strukturering van die leeromgewing speel 'n belangrike rol oor wie ingetrek word en wie uitgesluit word. Dit is dus belangrik om die leeromgewing so te ontwerp dat dit voorsiening maak vir alle leerders.

'n Stimulerende leeromgewing sal 'n positiewe effek hê op die leer van wiskunde. Leerders behoort wiskunde dan te verstaan en beter te begryp. Dit gee daartoe aanleiding dat leerders se prestasies in wiskunde sal verbeter. Goed georganiseerde klaskamerpraktyke wat voorsiening maak vir alle leerders bied veilige, geborge ondersteunende en respektvolle omgewings. Leerders sal meer aangetrokke voel tot wiskunde, en deelname aan klasbesprekings sal sonder vrees geskied. Alle leerders se bydraes tot klasbesprekings sal gerespekteer word.

2.6.2.9 Die rol van assessering in Probleemgesentreerde leer

Assessering soos deur Preston (1987:151) beskryf, word beskou as die toewys van 'n waarde aan die leerder se prestasie, dit wat hy verrig en die proses wat die leerder gebruik. Dit is die proses waardeur 'n leerder se kennis van wiskunde, sy vermoë om die kennis te gebruik, sy houding teenoor wiskunde en die vermoë om afleidings te maak, versamel word. Die versameling van inligting het ten doel om ingeligte opvoedkundige besluite te neem (Snow & Van Hemel 2008 in Charlesworth & Leali, 2011:373). Vir onderrig om suksesvol te wees is dit belangrik dat die onderwyser dit wat plaasvind, assesseer. Volgens Nitko (1996) kan die inligting wat verkry word deur assessering gebruik word tydens die maak van besluite oor leerders, leerplanne, leerprogramme en die onderwysbeleid. Volgens die NCTM (2000 in Charlesworth & Leali, 2011:375) "Assessment should support the learning of important mathematics and furnish useful information to both teachers and students". Dit vorm 'n integrale deel van die onderrig en behoort gebruik te word om die in die alledaagse aktiwiteite te integreer. Assessering is nie 'n onderbreking nie, maar is deel van die onderrigproses roetine. Wiskundige leer behoort ondersteun te word deur assessering en die inligting wat verkry word deur assessering behoort nuttig te wees vir die leerders. Die assesseringsdata wat deur die onderwyser versamel word, kan waardevolle inligting toevoeg tot die onderrigprogram.

Assessering sluit ook diagnosering, optekening, gradering en verslaggewing oor die leerders se vordering in. Dit behoort vir die leerders gedoen te word sodat hulle leer kan verbeter. Die leerders word daardeur bewus van hul swak-en sterkpunte (Sheffield & de Cruikhank, 2005:51).

Assessering help die onderwyser om 'n stelling te maak oor die individu wat die onderrig ontvang en help die onderwyser om te besef hoe suksesvol sy onderrig metode was Preston (1987:151). Daar is verskillende vorme van assessering en die gekose vorm sal afhang van wat die onderwyser in die gegewe situasie graag wil weet (Preston, 1987:153). Diagnostiese assessering kan bv 'n leerling se probleme vasstel. Dit kan dan ook formeel of informeel wees. Die belangrike ding is of dit wel toets wat dit veronderstel is om te toets. As die onderwyser byvoorbeeld die leerder se vermoë om te redeneer, te skat en om hoofrekeninge te doen assesseer, moet hy verder kyk as die antwoord.

Assessering behoort die volgende elemente in te sluit :

- Dit behoort kinders se leer te verbeter as om deel van elke dag se onderrig.
- Assesseringstake wat soortgelyk of dieselfde is as die onderrigtake wys aan leerders presies wat hulle behoort te ken en doen.
- Leerders se kommunikasievaardighede kan verbeter word as assessering, observasie, gesprekke, onderhoude, mondelinge verslae en joernale ingesluit word.

- Evaluasie gidse of rubrieke kan aan leerders duidelik maak presies wat hulle sterkpunte en swak punte is en dit vir hulle makliker maak om hulself te assesseer.

Volgens Orsmond (2000 in Egodawatte 2010:76) is daar drie hoofredes waarom assesseringsprosedures uitgevoer moet word.

- Dit is om die leerder se leer te bevorder om die leerder te leer.
- Om na te dink oor die praktyke.
- Om die leerder toerekenbaarheid en akkreditasie te gee.

2.7 RUBRIEKE

Hatfield (Rosli, Goldsby & Capraro, 2013:55) skryf dat in die huidige hervorming van die kurrikulum 'n verskeidenheid van instrumente en strategieë beskikbaar is vir die meting van leerders se wiskundige leer. Volgens (Rosli, *et al.*, 2013:56) kan 'n prestasie-rubriek ontwerp word om leerders se prestasie in probleemoplossing te meet. Dit is 'n geskikte instrument vir die toetsing van leerders se vermoë om wiskundige probleme op te los. Die prestasie-rubriek is 'n meer omvattende metode vir die assessering van leerders se wiskundige konsepte, -prosedures en houding teenoor wiskunde (Sanche, 2002 in Rosli, *et al.*, 2013:56). 'n Goed-ontwikkelde prestasie rubriek bied aan die onderwysers geldige en betroubare inligting oor die leerders se vordering in spesifieke kriteria, kennis en prosesse (Van de Walle, 2009 in Rosli, *et al.*, 2013:56). Gebaseer op inligting uit die rubriek kan onderwysers leerders se leer monitor en terugvoering gee sodat die leerders hulle kennis kan herstruktureer (Pugalee, Lock & Wallace, 2015:303). Rubrieke verskaf verwagtinge aan leerders oor wat assesseer gaan word, inligting oor standaarde en dui aan hoe naby leerders gekom het aan hulle doelwitte. Dit gee beskrywings van elke vlak van prestasie om sodoende meer betroubare en onpartydige bepunting moontlik te maak. Dit gee vir leerders meer spesifieke kriteria wat in besonderhede wys wat van hulle verwag word en wat 'n voltooide respons behels. Dit help onderwysers om leerders se respons tot komplekse take te analiseer, te beskryf en om leerders se vlak van bekwaamheid vas te stel. Die algemene rubrieke wat in die praktyk gebruik word om punte toe te ken, is die holistiese-, analitiese- en anaholistiese rubrieke (Kulm 1994 in Rosli, *et al.*, 2013:56).

2.7.1 Die Analitiese Bepuntingsrubriek

In die analitiese bepuntingsrubriek identifiseer die onderwyser die belangrikste aspekte van 'n goeie oplossing en ken daaraan punte toe. In die rubriek word die aparte dele of kenmerke van die produk of proses bepunt (Charlesworth & Leali, 2011:382; sien figuur 2.2). Die punte word bymekaar getel

om die totale punt te kry. Die analitiese rubriek is tydrowend omrede die onderwyser elke komponent van 'n prestasie apart moet soek en bepunt. Die rubriek is veral nuttig om leerders te help om te leer.

Analitiese Bepuntings Skaal

Die verstaan van die probleem	0 - Algehele misverstaan van die probleme. 1 - Deel van die probleem misverstaan of verkeerd interpreteer. 2 - Die hele probleem goed begryp of verstaan.
Beplanning vir 'n oplossing 1- Deels korrekte beplanning gegrond op deel van die probleem wat korrek interpreteer is Die plan kon tot 'n korrekte oplossing gelei het as dit korrek geïmplementeer was.	0 - Geen poging of 'n heeltemal ontoepaslike plan 2-
Die bereiking van 'n antwoord gegrond op 'n ontoepaslike plan. fout, foutiewe berekening, antwoord vir 'n probleem met antwoorde.	0- Geen antwoord, of die verkeerde antwoord 1- Oorskryf gedeeltelike veelvoudige 2- Korrekte antwoord en korrekte etiket vir die antwoord

Figuur 2.2: Analitiese bepuntingskaal (Charlesworth & Leali, 2011:382)

2.7.2 Holistiese Bepuntingsrubriek

Charles, Lester & O' Daffer (1987 in Sheffield & Cruikshank, 2005:93) beskou die holistiese manier as een manier om probleemoplossing te assesseer. By die holistiese rubriek moet die onderwyser die oorhoofse gehalte van die gekonstrueerde respons vasstel. Die rubriek plaas die leerders se werk in voorafgestelde kategorieë wat die gehalte van die respons reflekteer. Volgens Nikto (1996 in Egodawatte, 2010:78) kan die holistiese rubriek uitgebrei word om kommentaar in te sluit wat die annoteerde rubriek genoem word. In die holistiese rubriek word die holistiese punt eers vasgestel. Daarna word 'n paar kenmerke wat swak-en sterkpunte is, beskryf om die holistiese punt te beskryf. Holistiese bepunting verwys na die assessering van die oplossing van 'n probleem deur al die geskrewe bewyse wat die leerder tydens die probleemoplossing produseer, in ag te neem (Charlesworth & Leali, 2011:382; sien fig.2.3). Die holistiese bepunting is daarop gemik om die proses wat leerders gebruik om by die oplossing uit te kom, te assesseer. Die bepuntingstegniek bied aan die onderwyser alternatiewe assessering-instrumente om inligting te versamel wat nuttig sal wees tydens die ontwerp van probleemoplossingsonderrig vir leerders, en wat leerders ook bewus maak van hul eie denkprosesse.

Holistiese Bepuntingsrubriek

- 1 Meer onderrig benodig - die student se werk wys dat die probleem nie ten volle begryp is nie, gebruik metodes wat nie geskik is nie, maak belangrike foute.
- 2 Goeie werk - taak voltooi met klein foutjies. Bewyse van basiese begrip van die probleem.
- 3 Baie goeie werk - taak soos gestel voltooi, geen foute, werk is volledig en duidelik.
- 4 Uitstekende werk - leerder het bo verwagting presteer (bv. die probleem is op meer as een manier opgelos of die student het die probleem uitgebrei en die moeiliker weergawe opgelos).

Figuur 2.3 : Holistiese bepuntingsrubriek (Charlesworth & Leali, 2011:382)

2.7.3 Anaholistiese Bepuntingsrubriek

Die anaholistiese rubriek is 'n kombinasie van die analitiese-en holistiese rubrieke. Dit is gebaseer op verskeie kriteria verwysings wat leerders se algehele kennis van konsepte en prosedures dek Kulm (1994 in Rosli, Goldsby & Capraro, 2013:56). Volgens Kulm (1994 in Rosli, Goldsby & Capraro, 2013:56) is dit 'n geskikte instrument vir die assessering van probleemstelling en probleemoplossing. Dit is 'n benadering vir die bepunting van 'n wiskunde taak en is gebaseer op meer as een kriterium in terme van leerders se konsepte, prosesse en ook van probleemoplossings prosesse. Kulm het die proses-gebaseerde rubriek ontwerp om take te assesseer wat gebaseer is op die verstaan van konsepte, die oplossing van die probleem, die kreatiwiteit waarmee die probleem opgelos is, asook die oplossing van maats se probleme (Rosli, Goldsby & Capraro, 2013:57, sien Fig.2.4).

Proses-baseerde rubriek

Begrip van die konsep	Oplossing van die probleem	Kreatiwiteit van die probleem	Maat se oplossing
• 4 punte- algehele begrip	4 punte- Alles is korrek	4 punte - Verskil heeltemal van teks	4 punte - Alles korrek
• 2 punte- gedeeltelike begrip	2 punte- gedeeltelike korrek	2 punte-Verskil gedeeltelik van teks	2 punte- Gedeeltelik korrek
• 1 punt- swak begrip	1 punt- pogings aangewend om probleem op te los	1 punt-Kan vergelyk word met tipes in die teks	1 punt- Poging aangewend om probleem op te los

Figuur 2.4 Die proses-baseerde bepuntingsrubriek van Kulm, G. (1994 in Rosli, Goldsby & Capraro, 2013:57)

Eie gevolgtrekking

Deur assessering behoort onderwysers agter te kom op watter vlak van leer leerders is. Assessering dien as instrument om te bepaal of daar verbetering of agteruitgang in die leerder se werk is. Dit skets vir die onderwyser 'n duidelike beeld waar daar gefouteer is en dien as hulpmiddel om die foute reg te stel. Onderwysers kan deur assessering bepaal of die probleme wat aan leerders gegee is voldoen aan die vereiste standaard. Die onderskeie rubrieke wat as meetinstrument dien, kan bepaal waar leerders gefouteer het. Deur assessering kan bepaal word aan watter afdeling van die werk meer aandag gegee behoort te word.

2.8 DIE ROL VAN METAKOGNISIE TYDENS PROBLEEMOPLOSSING

2.8.1 Begripsomskrywing

Volgens Cornoldi (1995 in Schneider & Artelt, 2010) behels metakognisie, in die konteks van leerprosesse, die bewustelike gebruik en beheer wat mense het oor hulle eie kognitiewe funksies. Metakognisie verwys ook na mense se kennis van hulle eie inligtings-prosesseringsvaardighede, asook kennis van die aard van kognitiewe take en van strategieë om dit die hoof te bied.

Metakognisie sluit ook uitvoerende vaardighede verwant aan die monitering en self-regulering van mens se eie kognitiewe aktiwiteite, naamlik metakognitiewe kennis, metakognitiewe ondervinding en metakognitiewe vaardighede, d.w.s. strategieë wat kennis beheer, in.

Volgens Flavell (Schneider & Artelt, 2010:149) sluit metakognitiewe kennis ook geheue, eksplisiete, bewuste en feitelike kennis oor die belangrikheid van persoon, taak, en strategie, d.w.s. veranderlikes vir die memoriseer en herroeping van inligting, in. Metakognitiewe ondervindings verwys na 'n persoon se bewustheid en gevoelens wat tydens probleemoplossingsituasies uitgelok word, en daar word geglo dat metakognitiewe vaardighede 'n rol speel in baie tipes kognitiewe aktiwiteite soos mondelinge kommunikasie van inligting, die verstaan van leesstof, aandag en geheue.

2.8.2 Verband tussen metakognisie en wiskundige probleemoplossing

Schneider en Artelt (2010:153) sê dat navorsers wat geïnteresseerd is in wiskundige probleemoplossing, vanaf die vroeë 1980s belang begin stel het in die konsep van metakognisie.

Stillman en Mevarech (2010:145) skryf dat probleemoplossing 'n vrugbare teelaarde vir inspirasie in metakognisie navorsing in wiskunde is. Volgens Stoker (1993 in Maree *et al.*, 2005:126) vereis die probleemoplossingproses die metakognitiewe handeling asook die selfmonitering van die soeke na 'n oplossing. Hy verwys na metakognisie as leerders se bewustheid van selektering, sifting asook toetsing (beplanning, monitoring en evaluering) van hul werk in 'n soeke na 'n oplossing. Volgens Cornoldi (1995 in Schneider & Artelt, 2010) en Schoenfeld (Yong & Kiong, 2005:4) behoort leerders hul tyd wyslik in te deel tussen (a) die verstaan van die probleem, (b) beplanning, (c) die maak van besluite oor wat om te doen en (d) die uitvoer van die besluit oor 'n oplossing.

Tydens die proses van probleemoplossing moet hulle moniteer en tred hou met die vordering na die oplossing. Verschaffel (1999 in Schneider & Artelt, 2010:153) wys ook daarop dat metakognisie veral belangrik is in die proses van wiskundige probleemoplossing. Hy neem aan dat metakognisie in die sin van voorspelling, instrumenteel is by die begin stadium van wiskundige probleemoplossing, wanneer oplosers probeer om 'n toepaslike voorstelling van die probleem op te bou. Verschaffel (1999) beklemtoon die belangrikheid van metakognisie in die sin van evaluasie in die finale stadium van wiskundige-probleemoplossing wanneer die berekende uitkomst nagegaan moet word. Een van die eerste pogings om die belangrikheid van metakognisie vir wiskunde onderrig te beklemtoon, is deur Schoenfeld gedoen (Schneider & Artelt, 2010:154). Na sy mening het metakognisie die potensiaal om die sinvolheid van leerders se klaskamerleer te vergroot, en dat die skepping van 'n "wiskundekultuur" metakognisie op die beste manier bevorder. Volgens Schoenfeld is die belangrikste bydrae van metakognisie tot die leer van wiskunde die verkryging van kennis oor 'n mens se eie denkprosesse en die ontwikkeling van genoegsame monitering en self-regulerende aktiwiteite.

Garofalo en Lester (Schneider & Artelt, 2010:154) het Polya se invloedryke vier-fase beskrywing van probleem-oplossing-aktiwiteite herformuleer om metakognitiewe aktiwiteite behoorlik te inkorporeer. Hulle kognitiewe-metakognitiewe raamwerk vir die bestudering van wiskundige prestasie bestaan uit

- 'n oriënteringsfase (strategiese gedrag om 'n probleem te bepaal en verstaan) ,
- 'n organisasiefase (die beplanning van gedrag en die kies van aksies),
- 'n uitvoerende fase (regulering van gedrag om te konformeer met planne), en
- 'n verifikasie fase (evaluasie van besluite wat gemaak is en uitkomst van uitgevoerde planne).

Elk van die fases bestaan uit uitvoerende asook metakognitiewe aktiwiteite. In die veld van metakognisie, is dit moontlik om te onderskei tussen ten minste twee vlakke van metakognitiewe verwerking. Eerstens metakognitiewe kennis of bewustheid – dit is die kennis wat ‘n individu het oor hoe sy verstand werk, en tweedens uitvoerende beheer oor die taak – dit beteken die beheer prosesse wat leiding gee, as gids optree en die uitvoering van die taak vergesel en wat op hulle beurt beheer word deur die mens se metakognitiewe bewustheid. Volgens Depaepe *et al.* (2010:206) bestaan metakognitiewe kennis uit relatief stabiele inligting wat die leerlinge het oor hulle eie kognitiewe funksionering, soos hul eie sterk- en swakpunte as probleem-oplosser en leerder, en die kennis van waar, hoe en hoekom om sekere strategieë toe te pas. Die regulering van kennis verwys egter na die metakognitiewe vaardighede wat ‘n mens toepas gedurende die hele probleemoplos- of leerproses: voor, gedurende en na die aanpak van die taak.

Eie gevolgtrekking

Metakognisie is die bewuswees van eie kennis en vaardigheid waarvoor leerders beskik en hoe om dit te gebruik om probleme op te los. Leerders weet wat hulle weet, en nie wat hulle graag wil weet nie. Dit is die verstaan van leerders se eie kognitiewe take en wat van hulle verwag word. Deur metakognisie is leerders bewus van hulle eie denkstrategieë asook van hulle verskillende benaderings tot leer. Hulle word dus in staat gestel om meer onafhanklik te leer. Leerders beskik oor die vermoë om strategies te dink, om probleme te kan oplos, hul idees te kan organiseer, doelwitte te stel en om te evalueer wat hulle weet en nie weet nie. Deur metakognisie word leerders bewus van hulself en neem beheer oor hul eie leeraktiwiteite. Dit help leerders om na inligting te soek, waarmee hulle nuwe kennis kan inwin indien hulle nie daarvoor beskik nie en om te verstaan wanneer hulle nuwe benaderings moet gebruik in die soeke na die oplossing van probleme. Leerders speel ook ’n meer aktiewe rol in die assessering van hulle werk. Die bewus-wees by leerders van die metakognitiewe eienskappe waarvoor hulle beskik help leerders om te bepaal wat hulle help om te leer. Hulle moet geleer word om die gevolge van hulle keuses te ondersoek en die verwantskap tussen besluite, aksies en gevolge te verstaan.

2.8.3 Enkele Metakognitiewe strategieë om probleme op te los

Die volgende voorbeeld kan gebruik word om leerders bewus te maak van hoe om probleme deur middel van hulle metakognitiewe kennis en vaardighede op te los:

Voorbeeld van probleem:

Die som van drie getalle is gelyk aan 8 697. Die eerste getal is 3 142 en die tweede getal is 3 321. Bereken die derde getal.

Deur die gebruikmaking of toepassing van metakogniese moet die onderwyser leerders bewus maak van die kennis en vaardighede waaroor hulle beskik. In die oplos van probleme moet leerders gelei word deur die kennis en vaardighede waaroor hulle beskik om die probleem te identifiseer, strategieë te kies, hul denke te organiseer en die uitkomst te voorspel. Leerders moet hul leeraktiwiteite monitor deur toetsing en die evaluering van hul strategieë.

2.8.3.1. Beplanningstrategieë

Aan die begin van 'n leeraktiwiteit moet onderwysers leerders bewus maak van strategieë, reëls en stappe in die probleemoplossing. Tydsbeperkings, doelwitte en grondreëls wat verband hou met die leeraktiwiteit behoort eksplisiet en geïnternaliseer word deur die leerders. Gevolglik sal leerders dit gedurende die leeraktiwiteit in gedagte moet hou en hul vorderdering daarteen beoordeel. Tydens die leeraktiwiteit kan onderwysers leerders aanmoedig om hul vordering, hul kognitiewe prosedures, en hul siening van hul gedrag te deel. Aldus word leerders meer bewus van hul eie gedrag en kan onderwysers probleemareas in die leerders se denke identifiseer (Costa, 1984 in Du Toit & Kotze, 2009:59).

2.8.3.2. Die genereer van vrae

Leerders moet vrae vir hulself stel voor en tydens die lees van die leer materiaal, en moet gereeld stop om vas te stel of hulle die begrip verstaan. Hulle moet ook vasstel hoe hulle dit kan koppel aan vorige kennis, en dan moet ander voorbeelde gegee kan word, en of hulle die hoofkonsep met ander konsepte kan verbind. Hier voer Muijs en Reynolds (2005 in Du Toit & Kotze, 2009:59) aan dat die verband tussen voorkennis en nuwe konsepte moet tydens die les plaasvind en nie net wanneer 'n nuwe konsep bekendgestel word nie. Die integrasie van voorkennis en nuwe konsepte stel die leerder in staat om die vervlegde en onderling verbonde aard van kennis te verstaan.

2.8.3.3 Opname, vraag, lees (OVL).

Die OVL-strategie behels uitbreiding en bespreking tussen onderwyser en leerders. Hierdie besprekings lei daartoe dat 'n leerder 'n beter begrip van die probleem sal hê. Die strategie was ontwikkel om leerders te help om tot hul eie oplossings te kom deur middel van ryke bespreking (Florida DoE, 2009:7).

2.8.3.4. Parafrasering

Die parafraseringstrategie is ontwerp om leerders te help om die wiskundeprobleem in hul eie woorde te omskryf. Dit het hul begrip van die probleem versterk (Montague 2005:3).

Voorbeeld

Stap 1. (Lees die probleem).

Die som van drie getalle is gelyk aan 8 697. Die eerste getal is 3 142 en die tweede getal is 3 321. Bereken die derde getal.

Stap 2. (Onderstreep die sleutel terme).

Die som van drie getalle is gelyk aan 86978. Die eerste getal is 3 142 en die tweede getal is 3 321. Bereken die derde getal.

Stap 3 (Herhaal die probleem in u eie woorde).

Daar is drie getalle en hul som wat gelyk aan 7483. Twee van die getalle is 3762 en 2946. Wat sal die derde getal wees.

Stap 4 (Skryf 'n numeriese sin).

$8\ 697 - (3\ 142 + 3\ 321) = 1234$ is die derde getal.

2.8.3.5 Visualisering

Visualisering in wiskunde is die gebruik om beeldende voorstellings van wiskundige probleme.

Leerders word gevra om die probleem te visualiseer en dan te teken, sodat hulle 'n beter begrip kan kry van wat die probleem vra. Visualisering is een van die kragtigste strategieë vir probleemoplossing (Montague, 2005:2). Vir die meeste kinders ontwikkel visualisering tussen die ouderdomme van 8 en 11. Daarom moet leerders in die hoërskool visualisering effektief gebruik om wiskundige probleme voor te stel. Leerders met leerprobleme, het gewoonlik probleme met die gebruik van visualisering as 'n effektiewe leerstrategie vir inligting onthou en probleme voorstel. Baie leerders ontwikkel nie die vermoë om visuele voorstelling outomaties te gebruik tydens wiskundeprobleemoplossing. Hierdie leerders het eksplisiete onderrig nodig om visualisering te gebruik om probleme voor te stel.

Voorbeeld

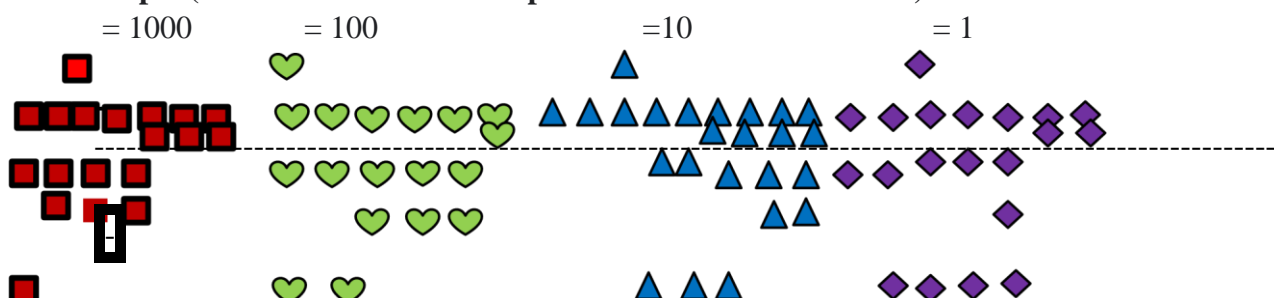
Stap 1. (Lees die probleem).

Die som van drie getalle is gelyk aan 8 697. Die eerste getal is 3 142 en die tweede getal is 3 321. Bereken die derde getal.

Stap 2 (Laat die leerders belangrike beelde in die probleem onderstreep).

Die som van drie getalle is gelyk aan 8 697. Die eerste getal is 3 142 en die tweede getal is 3 321. Bereken die derde getal.

Stap 3 (Vra die leerders om die probleem visueel voor te stel).



4 (Skryf 'n numeriese sin).

$$8\,697 - (3\,142 + 3\,321) = 1\,234$$

Eie gevolgtrekking

Metakognisie bring vrae na vore oor watter kennis en vaardighede leerders moet beskik om probleme op te los. Indien leerders nie oor die bepaalde kennis en vaardighede beskik nie, moet hulle dit aanleer. Leerders wat oor die nodige kennis en vaardighede beskik, behoort enige probleemsituasie te verstaan en te kan oplos. Metakognisie gee daartoe aanleiding dat leerders presies weet wat om te doen in die verskillende prosesse van probleemoplossing. Deur middel van metakognisie kan leerders alle vorige kennis en vaardighede waaroor hulle beskik om probleme op te los, herroep. Metakognisie gee aan leerders die nodige selfvertroue omdat hulle in beheer is van die probleem self. Dit lei verder daartoe dat leerders beter resultate behaal. Leerders beskik oor die vermoë om self hul oplossing te assesser en die nodige evaluasies te maak. Metakognisie is dus 'n onontbeerlike aspek waaroor leerders moet beskik om probleme te kan oplos en om die oplossingstrategieë op probleme in die werklike leefwêreld te kan toepas.

2.9. KONSTRUKTIVISME AS BELANGRIKE LEERTEORIE VAN WISKUNDIGE PROBLEEMOPLOSSING

2.9.1 Inleiding

Lerman (1989 in Orton, 2004:211) beskryf konstruktivisme as kennis wat deur die leerling konstruktueer word en nie passief vanaf die omgewing ontvang word nie. Indien onderwysers konstruktivisme suksesvol wil toepas moet hulle presies weet waar die leerder is wat betref die huidige stadium van sy kennis sodat die leerder vir homself persoonlike betekenis kan heg aan die nuwe inligting wat aan hom gegee word. Die klaskamer is nie meer die plek waar onderwysers kennis aan passiewe leerders oordra nie. Kennis word self deur die leerders verwerf. Die leerders is aktief betrokke in hulle eie leerproses. Volgens Jean Piaget (in Powell & Kalina, 2009:242) kan inligting nie aan mense gegee word en daar verwag word dat hulle dit netso moet verstaan en gebruik nie. Die leerders organiseer die inligting, verken die leeromgewing, bestuur leeraktiwiteite en moniteer hulle eie leer. Volgens Cobb (Orton, 2004:165) behels hierdie onderrig benadering nie dat 'n mens maar enigiets kan doen wat jy wil nie, of dat die onderwyser sy gesag prys gee en sy sosiale

verantwoordelikheid verwerp nie. Orton (2004:202) sê dat die onderwyser nie sy beheer in die klaskamer prysgee nie, en ook nie dat die onderwyser die leerders se idees bymekaar maak en weer aan hulle terugvoer nie.

Die klem val egter meer op wat die leerder doen en minder op wat die onderwyser doen (Resnick en Klopfer (in Iran-Nejad, 1995:16). Die onderwyser se rol is om die gehalte van die besprekings te verbeter en nie om van die begin af te fokus op die “korrekte” antwoord nie (Orton 2004:199). Hierdie onderrigstrategieë is volgens Powell en Kalina (2009:241) baie effektief in die klaskamer, kognitief asook sosiaal.

Maree *et al.* (2005:126) skryf dat die vernaamste leerteoretiese raamwerk wat die probleemoplossingbenadering onderlê bekend staan as (sosiale) konstruktivisme. Sosiale konstruktivistiese teorieë van leer behels volgens Oldfather, West, White & Wilmart (1999 in Morrone, 2004:20) dat leerders aktiewe deelnemers in hulle eie leer moet wees en dat hulle hul kennis deur middel van samewerking met hulle eweknieë tydens sinvolle aktiwiteite moet konstrueer. Powell (2009:243) skryf dat sosiale konstruktivisme gegrond is op die sosiale interaksie van die leerders in die klaskamer, tesame met ‘n persoonlike kritiese denkproses.

Volgens Powel en Kalina (2009:241) word idees in individue opgebou deur middel van ‘n persoonlike proses. Dit is in teenstelling met sosiale konstruktivisme waar idees opgebou word deur interaksie tussen die leerder, onderwyser en ander leerders. Piaget se kognitiewe konstruktivistiese teorie inkorporeer die belangrikheid daarvan dat elke individu teen sy eie tempo kennis moet bekom en leer. Die fokus is hoofsaaklik op feite en die opbou van kennis binne die persoon se eie skemas.

Die onderwyser verskaf die gereedskap soos probleem-oplossing en navraag-gebaseerde leeraktiwiteite waarmee die leerders hulle idees kan formuleer en uittoets, gevolgtrekkings kan maak en tot ‘n slotsom kan kom. Die onderwyser en leerder dink beide aan kennis, nie as passiewe feite wat gememoriseer moet word nie, maar as ‘n dinamiese, ewig-veranderende sienings van die wêreld waarin hulle leef en as die vermoë om suksesvol daardie sienings te verbreed en te ondersoek. Konstruktivisme moedig die ontwikkeling van sosiale en kommunikasie vaardighede aan omdat die klaskamer omgewing geskik is vir samewerking en die uitruil van idees. Meer eienaarskap word aan die leerders gegee oor dit wat hulle moet leer want die leer is gegrond op die leerders se vrae en ondersoeke. Dikwels is die leerders ook betrokke by die ontwerp van assessering. In die konstruktivistiese klaskamer word sterk gesteun op samewerking tussen leerders. Die hoofrede

hiervoor is dat leerders bymekaar leer. As leerders saam nadink oor die leerproses, leer hulle by mekaar oor strategieë en metodes.

2.9.2. Kognitiewe Konstruktivisme

Kognitiewe konstruktivisme is gebaseer op die werk van Jean Piaget, 'n leersielkundige van Switserland. Piaget se teorie oor konstruktivisme meld dat kinders in fases volgens hulle ouderdomme ontwikkel. Hierdie teorie voorspel dan wat kinders volgens sekere ontwikkelingsfase moet verstaan en hoe hulle moet ontwikkel volgens hulle kognitiewe vermoëns (Amineh and Davatgari, 2015:10). In kognitiewe konstruktivisme is die klem op die individu in die groep. Kennis geskied en word verwerf in die kop van elke persoon in die groep. Kognitiewe konstruktivisme lei daartoe dat leerders deur interaksie met hulle omgewing kreatiwiteit en denkvaardighede ontwikkel wat hulle in staat stel om 'n eie persoonlike siening van die wêreld te skep. Só kry leerders die geleentheid om deur middel van die gebruik van Inligtings- en Kommunikasietegnologie: IKT betrokke te raak by betekenisvolle en werklike leer.

2.9.3 Sosiale konstruktivisme

Amineh en Davatgari (2015:13) beskryf sosiale konstruktivisme as 'n teorie wat gemoeid is met kennis in sosiologie en kommunikasie om te bepaal hoe die individu die wêreld om hom verstaan en hoe individue gesamentlik ontwikkel. Volgens hierdie teorie is die veronderstelling dat die mens se ontwikkeling plaasvind in samewerking met ander mense. Hierdie teorie is gebou op die veronderstelling dat mense hulle realiteite baseer op 'n sosiale model waaraan hulle gehoor gee en die oortuiging dat mense hulle realiteite te danke het aan 'n taal waardeur hul realiteite gebou word.

Volgens Vygotsky vind kognitiewe ontwikkeling eerste plaas op 'n sosiale vlak. Die individue bou eers kennis op 'n sosiale vlak op en dit laat hom dan toe om met ander te meng. Volgens die teorie word individuele kennis verkry in die kringe waarbinne die individue beweeg en die mense waaraan die individu blootgestel word. Dan eers kan kennis geïnternaliseer, opgebou, en ontwikkel word.

Die voorstanders van die teorie (Ernest, 1999; Gredler, 1997; Kim, 2001) gaan van die veronderstelling uit dat die teorie gebaseer is op realiteit, kennis en leer aannames.

Die mens doen kennis op deur sy ervaring met die wêreld. Die wêreld word dus deur die persoon georganiseer en geskep as gevolg van sy ervaringswêreld. Kennis wat opgedoen word deur die self of kommunikasie word dan gekonstruteer om by die mens se eie realiteit in te pas. Volgens die

teorie moet kennis aanpas by die mens se realiteit. Die opdoen van kennis is dus 'n aanpassingsaktiwiteit (Botha, 2004:26).

Die vertrekpunt van die leerteorie is dat kennis deur 'n aktiewe wyse deur leerders gestruktureer word. Maree, Molepo, Owen en Ehlers (2005:126) meld dat kennis nie passief deur die onderwyser oorgedra kan word nie. Nog minder passief uit die omgewing verkry word. Die verwerwing van kennis, volgens die voorstanders van die teorie, is 'n aanpassingsproses. Dit bring mee dat leerders nie elke keer 'n nuwe onafhanklike wêreld ontdek nie (Maree, Molepo, Owen en Ehlers, 2005:126).

Radikale Konstruktivisme lê klem op die rol wat die mense se eie ervaring speel in die ontwikkeling van sy eie kennis van die werklikheid (Du Plessis en Ferreira: 2000:19). Een van die eienskappe van hierdie teorie is dat die mens sy kennis gebruik om werklikheidskepping te laat plaasvind. 'n Unieke realiteit word dus geskep deur die individue se belewing van 'n eie omgewing en kognitiewe prosesse wat op die belewing en ervaring reageer (Du Plessis en Ferreira: 2000:28). Van Glaserfeld meld dat die individue net kennis kan hê van iets wat hy self gemaak het. Die mense gee uitdrukking van die realiteit deur kommunikasie en taal, wat beteken dat verskillende betekenis gegee kan word aan dieselfde konsep. Volgens die teorie bestaan daar nie objektiwiteit of objektiewe kennis nie. Hierdie teorie meld dat die mens verantwoordelik is vir sy eie denke, kennis wat hy opdoen en die wyse waarop die mense bepaalde situasies hanteer (Du Plessis en Ferreira: 2000:30).

Die eerste aanname, aangaande die werklikheid is dat dit nie in die toekoms kan bestaan nie. Die gemeenskap skep die bestaanswerklikheid/ontologiese werklikheid vir die individu. Sosiale konstruktiviste argumenteer dan dat werklikheid nie ontdek kan word nie. Kennis is die produk van menslike en kulturele interaksie. Individue kan slegs waarde heg aan die interaksie wat hulle met hul omgewing het. Volgens sosiale konstruktiviste vind leer nie plaas in 'n vakuum nie, leer is nog minder passief. Leer vind nie net eensydig vir die individu plaas nie, maar vind in groepsverband plaas.

Sosiale konstruktiviste se onderrig leerstyle word veral gekenmerk deur groepwerk, probleemoplossing, kognitiewe leer en sosiale leer. Samewerking tussen leerders is 'n uitstaande kenmerk van die teorie. Volgens die teorie word die kind aangemoedig om sy eie kennis te verbreed deur tydens die leerproses kennis te ontdek en te absorbeer. Die sosiale konstruktivistiese onderwyser sal dus volgens die teorie, die kind se sosiale, en kulturele agtergrond in ag moet neem.

2.9.4 Radikale konstruktivisme

Radikale konstruktivisme berus op die beginsel dat kennis of bewustheid die leerder se ervaringsveld bedien eerder as om bestaanswerklikhede te ontdek. Ernst von Glasersfeld se denke oor konstruktivisme is sterk beïnvloed deur Piaget. Von Glasersfeld definieer radikale konstruktivisme as kennis wat nie gebaseer is op wêreldkennis en reeds gebaseerde sienings nie.

Volgens Von Glasersfeld is kennis nie iets wat 'n objektiewe bestaanswerklikheid weerspieël nie.

Die mens doen kennis op deur sy ervaring met die wêreld. Die wêreld word dus deur die persoon georganiseer en geskep as gevolg van sy/haar ervaringswêreld. Kennis wat opgedoen word deur die self of kommunikasie word dan gekonstrueer om by die mens se eie realiteit in te pas. Volgens die teorie moet kennis aanpas by die mens se werklikheid. Die opdoen van kennis is dus 'n aanpassingsaktiwiteit (Botha, 2004: 26).

Die vertrekpunt van die leerteorie is dat kennis op 'n aktiewe wyse deur leerders gestruktureer word. Maree, Molepo, Owen en Ehlers (2005) meld dat kennis nie passief deur die onderwyser oorgedra kan word nie. Nog minder passief uit die omgewing verkry word. Die opdoen van kennis, volgens die voorstanders van die teorie, is 'n aanpassingsproses. Dit bring mee dat leerders nie elke keer 'n nuwe onafhanklike wêreld ontdek nie (Maree, Molepo, Owen en Ehlers, 2005:126). Radikale konstruktivisme lê klem op die rol wat ervaring speel in die ontwikkeling van kennis van die werklikheid (Du Plessis en Ferreira: 2000:19). Een van die eienskappe van hierdie teorie is dat die mens sy kennis gebruik om werklikheidskepping te laat plaasvind. 'n Unieke realiteit word dus geskep deur die individue se belewing van 'n eie omgewing en kognitiewe prosesse wat op die belewing en ervaring reageer (Du Plessis en Ferreira: 2000:28). Von Glasersfeld meld dat die individue net kennis kan hê van iets wat hy self gemaak het. Die mense gee uitdrukking van die realiteit deur kommunikasie en taal, wat beteken dat verskillende betekenis gegee kan word aan dieselfde konsep Volgens die teorie bestaan daar nie objektiwiteit of objektiewe kennis nie. Hierdie teorie meld dat die mens verantwoordelik is vir sy eie denke, kennis wat hy/sy opdoen en die wyse waarop die mense bepaalde situasies hanteer (Du Plessis en Ferreira: 2000:30).

2.9.5 Perspektiewe van verskillende denkers

2.9.5.1 Jerome Bruner

Bruner beïnvloed deur Vygotsky beklemtoon die rol van die onderwyser, taal en onderrig. Hy het gedink dat verskillende prosesse deur leerders gebruik word in probleemoplossing, dat dit van persoon tot persoon verskil en dat sosiale interaksie die grondslag van goeie leer lê (Anon, s.ja).

Bruner bou voort op die Sokratiese tradisie van leer deur middel van dialoog, en moedig die leerder aan om deur refleksie hul eie verstaan te toets om probleemoplossing te bemeester. Noukeurige kurrikulumontwerp is noodsaaklik, sodat die een gebied op die ander bou. Leer moet dus 'n ontdekkingsproses wees waar leerders hul eie kennis bou, met die aktiewe dialoog van onderwysers, wat voortbou op hul bestaande kennis. 'n Algemene misverstand rakende konstruktivisme is dat instrukteurs nooit iets direk aan leerders moet vertel nie, maar dat hulle altyd moet toelaat om self kennis op te stel. Dit verwar eintlik 'n teorie van pedagogie (onderrig) met 'n teorie om te weet. Konstruktivisme veronderstel dat alle kennis opgebou is uit die leerder se vorige kennis, ongeag hoe 'n mens geleer word. Selfs die luister na 'n lesing behels dus aktiewe pogings om nuwe kennis op te stel.

Bruner se onderrigteorie kan ook as konstruktivisties beskou word (Gatt & Vella, 2003:5). Hy fokus sy werk hoofsaaklik oor die identifisering van maniere waarop mense probleme oplos. Hy het gewys hoe neem individue verskillende prosesse aan wat verskil in omvang, krag en doeltreffendheid in probleme hanteer. Hierdie prosesse wissel van persoon tot persoon en oor dissiplines heen, Wood (1998 in Gatt & Vella, 2003:5). In sy teorie beklemtoon hy die rol van aktiwiteit in die leer proses. Hy voer aan dat abstrakte denke uit materiële handeling groei. Kinders sal verstaan en veralgemeen lesse slegs as dit gebaseer is op praktiese probleme oplossing (Wood, 1998). Hy stem nie saam met Piaget oor die noodsaaklikheid daarvan dat 'n kind nie 'n sekere ontwikkelingsvlak hoef te bereik om sekere konsepte te kan leer nie. Bruner voer aan dat enige vak effektief met een of ander vorm van intellektuele inspraak onderrig kan word, en dat dit met eerlikheid aan enige kind in enige stadium van ontwikkeling kan geskied (Ellis, 1998).

Bruner identifiseer leergereedheid in die vorm van enaktiewe, ikoniese en simboliese leermetodes. In aktiewe voorstelling is die kind betrokke by fisieke aktiwiteite soos om 'n speletjie te speel, wat ook 'n konseptuele aspek insluit. In ikoniese voorstelling is die kind in staat om inligting voor te stel, of aan te bied, in terme van ikone soos beelde, prente en grafieke. Simboliese voorstelling verwys na die kind se vermoë om inligting in een of ander vorm voor te stel, gewoonlik deur die gebruik van taal of deur simbole soos in die geval van wiskunde. Namate leerders meer suksesvol in hul werk word, is hulle beter in staat om hul denkprosesse konseptueel te orden, en te organiseer, dit het tot gevolg dat hulle beter probleemoplossers word.

Bruner se teorie ten opsigte van konstruktivisme hou vol dat leer 'n aktiewe proses is waarop die leerders nuwe idees of konsepte bou, gebaseer op hul huidige en vorige ervaring of kennis (Sani,

2017:1). Die onderwyser tree op as 'n fasiliteerder wat die leerders lei en aanmoedig om self beginsels te ontdek. Die onderwyser en die leerders moet in 'n aktiewe gesprek met mekaar tree.

Sy beginsels is gegrond op die volgende:

- Onderrig moet handel oor die ervarings en kontekste wat die leerder bereid en bekwaam maak om te leer (gereedheid).
- Onderrig moet so gestruktureer word dat dit maklik begryp kan word deur die leerders (spiraalorganisasie).
- Onderrig moet ontwerp word om ekstrapolasie te vergemaklik en of die leemtes kan invul (verder as die gegewe inligting).

2.9.5.2 Lev Vygotsky

Vygotsky se teorie, bekend as 'n 'sosio-historiese benadering tot leer', het baie bygedra tot die konstruktivistiese beweging (Gatt & Vella, 2003:6). Sy bekende bydrae tot onderrig en leer is sy idee van die "Zone of proximal development" - die *sone van proksimale ontwikkeling* (SPO). Die (SPO) is gebruik om die verskil uit te wys tussen wat kinders op hul eie kan doen, en wat hulle met die hulp van ander kan doen (Meece 2002 in Anon, 2017:3). Die SPO dui aan wat 'n kind se geestelike ontwikkeling op 'n bepaalde tydstip is Galant (2006 in Anon, 2017:3). Vygotsky (1978) beskryf die SPO as: "the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers".

Sy bystand in die SPO word steierwerk of "scaffolding" genoem. Scaffolding wat ontwikkel is om leerders te help om inligting te internaliseer, kom die beste voor in leer situasies waar die leerders geleenthede het om hul gedagtes oor te dra (Roehler & Cantlen 1997 in Gatt & Vella, 2003:6). Hierdie scaffolding verwys na die ondersteunende situasies wat volwassenes skep om kinders te help om hul bestaande vaardighede en kennis uit te brei na 'n hoër vlak van bekwaamheid. Namate die kind in vaardigheid groei, is daar 'n geleidelike onttrekking van ondersteuning vir die voltooiing van die taak Gaskins et al., (1997 in Gatt en Vella, 2003:6).

Vygotsky beklemtoon die rol van die navorser as fasiliteerder/onderwyser (Vygotsky 1978). Onder gestruktureerde leiding, word 'n hoër vlak bereik. Dit beteken nie dat die onderwyser die dinkwerk vir die leerlinge kan doen nie, maar deur bewuste steun en sleutel vrae van die fasiliteerder, kom

vaardighede en konsepte by die leerders na vore. Die sukses van hierdie leer deur middel van die onderwyser as tussenganger hang af van die moeilikheidsgraad van die taak, en moet binne die vlak van proksimale ontwikkeling (dit wil sê wat die leerder kan doen sonder hulp, en wat hy kan bereik met leiding en aanmoediging van, byvoorbeeld die onderwyser) van die kind wees. Aan die ander kant glo baie dat Lev Vygotsky in sy Kultuurhistoriese teorie gefokus het op die sosiale aspekte van leer. Vir Vygotsky is menslike ondersoekende eienskappe ingebed in die kultuur, wat op sy beurt ingebed is in die sosiale geskiedenis (Glassman, 2001:4). Lev Vygotsky, die grondlegger van die sosiale konstruktivisme het geglo in sosiale interaksie en dat dit 'n integrale deel van leer. Vygotsky het geglo dat “kinders gebore word met elementêre verstandelike vermoëns soos persepsie, aandag en geheue” (Meece in Anon, 2017:1). Namate kinders sosiaal met hul kultuur en samelewing ontwikkel en omgaan, word hierdie aangebore eienskappe verder ontwikkel.

Volgens Vygotsky is *taal een van die belangrikste dele* van kognitiewe ontwikkeling. Binne hierdie teorie kom taal in drie fases voor: sosiale spraak, egosentriese spraak en innerlike spraak. Sosiale spraak is net dit: spraak vir doeleindes van kommunikasie. Egosentriese spraak is meer intellektueel en kinders gebruik dit deur hardop met hulself te praat. Innerlike spraak word deur kinders gebruik om in hul koppe na te dink oor die probleem of taak voor die hand, in plaas daarvan om hul gedagtes te verbaliseer om te besluit wat om verder te doen. Lev Vygotsky, die grondlegger van die sosiale konstruktivisme, het geglo in sosiale interaksie en dat dit 'n integrale deel van leer vorm (Powell en Kalina, 2009: 243). Sosiale konstruktivisme is gebaseer op die sosiale interaksies wat 'n leerder in die klaskamer plaasvind, gelyktydig met sy eie persoonlike kritiese denkproses. McLeod (2018:2) beweer volgens Vygotsky dat babas gebore word met die basiese vermoëns vir intellektuele ontwikkeling wat “elementêre verstandelike funksies” genoem word (Piaget fokus op motoriese refleksie en sensoriese vermoëns). Net soos Piaget, glo Vygotsky dat jong kinders nuuskierig is en aktief betrokke is by hul eie leer en die ontdekking en ontwikkeling van nuwe begrippe / en skematiese voorstellings. Vygotsky het egter meer klem gelê op sosiale bydraes tot die ontwikkelingsproses, terwyl Piaget self-geïnisieerde ontdekking beklemtoon het.

Vygotsky se benadering tot kinderonwikkeling is 'n vorm van sosiale konstruktivisme, gebaseer op die idee dat kognitiewe funksies die produkte van sosiale interaksies is. Hy het die samewerkende aard van leer beklemtoon deur die konstruksie van kennis deur middel van sosiale onderhandelings. Hy verwerp die aanname wat Piaget gemaak het dat dit moontlik is om leer van sy sosiale konteks te skei. Vygotsky het geglo dat alles op twee vlakke geleer word. Eerstens deur interaksie met ander, en dan geïntegreer in die individu se geestelike struktuur.

Elke funksie in die kind se kulturele ontwikkeling verskyn twee keer: eers op sosiale vlak en later op individuele vlak; eerstens tussen mense (inter-psigologies) en dan binne-in die kind (intrasielkundig). Dit geld ook vir vrywillige aandag, die logiese geheue en die vorming van konsepte. Al die hoër funksies ontstaan as werklike verhoudings tussen individue.

2.9.5.3 Jean Piaget

Jean Piaget, soos geargumenteer, het gefokus op die primaat van die individu in sy eie biologiese basis soos aangehaal deur Pass, (2007:227). Vir Piaget, is menslike ondersoek ingebed in die individuele kind, wat kennis konstrueer deur sy of haar optrede op die omgewing Cole & Wertsch (1996 in Pass, 2007:227). Hy verwerp die empiriese en gedragsmatige houding dat kennis direk afkomstig is van sintuiglike ervarings asook die rasionalistiese of preformistiese siening dat kennis aangebore is. Kennis is iets wat min of meer biologies ontwikkel as ons groei en volwasse word (Sjøberg, 2007:5). Piaget verwerp die idee dat leer die passiewe assimilasië van gegewe kennis is. Volgens hom is leer 'n dinamiese proses is wat opeenvolgende stadiums van aanpassing aan die werklikheid omvat, waartydens leerders aktief kennis rekonstrueer deur hul eie wêreldteorieë en sieninge te skep en te toets .

Piaget se sentrale teorie is gebaseer op die kind se verstandelike prosesse as die sleutel tot kognitiewe ontwikkeling wat die basis van konstruktivisme vorm. Hy voer aan dat die kind inisiatief neem deur te reageer op gebeure in die omgewing. Die kind ontwikkel sy idees eintlik oral en op enige tydstip (Gatt & Vella, 2003:3). Deur die bewegingsproses konstrueer kinders hul kennis terwyl die omgewing dien as stimulus vir die leerder in hierdie prosesse.

Jean Piaget se teorie oor kognitiewe ontwikkeling dui daarop dat intelligensie verander namate kinders groei (McLeod, 2020:1). 'n Kind se kognitiewe ontwikkeling gaan nie net oor die verkryging van kennis nie. Die kind moet 'n geestelike model van die wêreld ontwikkel of vir homself konstrueer. Kognitiewe ontwikkeling vind plaas deur die interaksie van aangebore vermoëns en omgewingsgebeurtenisse, en kinders gaan deur 'n reeks fases. Piaget se 4 stadiums van ontwikkeling is:

- 1) Die Sensorimotor-stadium: Vanaf geboorte tot 2 jaar
- die baba verken die wêreld deur beweging en sensasies
- 2) Die Pre-operasionele/Vooroperatiewe stadium van ontwikkeling: Ouderdomme: 2 tot 7 jaar - kinders tree egosentries op en sukkel om dinge vanuit die perspektief van ander te

- sien 3) Die Konkrete Operasionele Fase of Stadium: Ouderdomme: 7 tot 11 jaar - kinders begin om logies te dink oor konkrete gebeure
- 4) Die Formele Operasionele Fase: Ouderdomme: 12 en hoër
- tydens die fase begin die adolessent abstrak te dink oor hipotetiese probleme

In elke stadium van ontwikkeling is die denke van die kind kwalitatief anders as die ander stadiums, dit wil sê elke stadium behels 'n ander soort intelligensie. Die volgorde van die fases is universeel oor kulture heen en volg dieselfde onveranderlike orde. Alle kinders gaan deur dieselfde stadiums in dieselfde volgorde (maar nie almal in dieselfde tempo nie). Alhoewel geen stadium misgeloop kan word nie, is daar individuele verskille in die tempo waarteen kinders deur stadiums vorder, en sommige individue kan nooit die latere stadiums bereik nie. Piaget beweer dat 'n spesifieke stadium nie op 'n sekere ouderdom bereik word nie.

2.9.5.4 Dewey

Dewey en Vygotsky deel soortgelyke idees rakende die verhouding tussen aktiwiteit en leer wat uitloop op ontwikkeling, veral die rolle wat alledaagse aktiwiteite en sosiale omgewing in die opvoedingsproses speel. Die twee teoretici is egter ver uitmekaar in hul opvatting oor die verband tussen proses en doelstellings in die onderwys (Glassman, 2001:3). Dewey konsentreer op middele in die onderwys en glo dat dit die vermoë van die individu is om dit deur ervaring te bevraagteken, die belangrikste vir die menslike gemeenskap is. Hy beskou ervaring as die vorming van denke, terwyl Vygotsky in sy kultuurhistoriese teorie, kultuur as die basis van denke stel.

Volgens Dewey bestaan daar 'n dualisme tussen die kind aan die een kant en die skoolkurrikulum aan die ander kant (Kruketburg, 2003:2). Aangesien Dewey se voortgesette projek was om sulke dualismes op te los, was sy raad vir onderwysers om die kurrikulum nader te bring aan die behoeftes en belangstellings van die leerders (Dewey 1902, 1916). Dit is belangrik om daarop te wys dat Dewey nie die een of ander kant bevoordeel het in die kind/ kurrikulum tweedeling, nie. Hy sien die probleem met tradisionele onderwys as een met die klem op die logiese struktuur en inhoud, ongeag die leerder se belangstelling. Dewey het 'n deeglike argument aangevoer ten opsigte van die belangrikheid van ontwerp instruksies wat voortbou op die ervarings wat leerders na die klaskamer bring. Daar moet vasgestel word wat die leerder weet, en leer daarvolgens aangepas En beplan word (Novak 1977 in Kruckeburg, 2006:2). Dewey se denke is ooreenstemmend met die huidige konstruktivistiese beweging in die onderwys. Wanneer daar iets nuuts geleer en bemeester

word, sal dit nou saamhang met die soort vorige ervarings en kennis wat die leerder alreeds oor beskik. Derhalwe is onderwys, volgens Dewey hoofsaaklik 'n proses van sosialisering.

Dewey was van mening dat leer sosiaal gekonstrueer is, en dat bringebaseerde pedagogie kinders in plaas van kurrikulum en instellings in die middel moet plaas (Anon, 2015:1). Effektiewe leer het vereis dat leerders vorige (en heersende) ervarings moes gebruik om nuwe betekenis te skep. Hy voer aan dat die inhoud op 'n manier aangebied moet word sodat die leerder die inligting in verband kan bring met vorige ervarings, om sodoende die verband met hierdie nuwe kennis te verdiep. Dewey het geglo dat onderwys 'n lewensproses is en dit ook moet dien as 'n voorbereiding op 'n bepaalde toekomstige lewenswyse. Die leerder se selfbeeld kan nie net in die klaskamer gebou word nie, maar moet ook in alle aspekte, en ten opsigte van alle terreine van sy of haar lewe, gebou word.

Dewey beskou die klaskamer as 'n mikrokosmos van 'n demokratiese samelewing (Pardjona, 2002:165). Die onderwyser moet die demokratiese ideale voorleef as model om na te streef, en die leerder moet leer uit ervaring. Hy was van mening dat leerders met hul omgewing moes kommunikeer om te dink, en daarom moet elke leerder betrokke wees by lewendige aktiwiteite rondom 'n projek. Die projekmetode van probleemoplossing was Dewey se alternatief vir die tradisionele metode. Dewey (1933 in Pardjona, 2002:165) het tradisionele onderwys gekritiseer as 'passiewe en buitengewone leer aangesien kinders kennis van die onderwyser ontvang het en kennis word aanvaar as inligting- en vaardigheidsliggame wat in die verlede met standaard en gedragsreëls gewerk is'. In plaas van 'n tradisionele benadering, het hy aktiewe leerbeginsels voorgestel. Leerders moet toegelaat word om meer aktief te wees in hul leerproses en daaglikse ervaring.

2.9.5.5 Kritici teenoor konstruktivisme

Konstruktivisme word gekritiseer op grond van verskillende aanklagte (Educational Broadcasting Corporation (2004). Van die kritiek wat daarteen aangevoer word, is die volgende:

- Dit is te elitisties. Kritici meen dat konstruktivisme en ander "progressiewe" opvoedingsteorieë die suksesvolste is met leerders wat kom uit bevoorregte agtergronde. Hierdie leerders is gelukkig om uitstekende onderwysers, toegewyde ouers en ryk tuisomgewings te hê. Hulle voer aan dat minderbevoorregte kinders, sonder sulke hulpbronne, meer voordeel trek uit meer eksplisiete instruksies.
- Sosiale konstruktivisme lei tot 'groepsdenke'. Kritici meen dat die samewerkende aspekte van konstruktivistiese klaskamers geneig is om 'n 'tirannie van die meerderheid' te skep, waarin

‘n paar leerders se stemme of interpretasies die gevolgtrekkings van die groep oorheers, en ander leerders gedwing word om te voldoen aan die opkomende konsensus.

- Daar is min bewyse dat die konstruktivistiese metodes werk. Kritici meen dat konstruktiviste, deur evaluering deur middel van toetsing en ander eksterne kriteria van die hand te wys, hulself nie verantwoordelik gehou het vir die vordering van hul leerders nie.

”Project Follow Through 1”, ‘n langtermyn-regeringsinisiatief, het bevind dat leerders in konstruktivistiese klaskamers agterbly teenoor leerders in meer tradisionele klaskamers veral in die ontwikkeling van basiese vaardighede.

Volgens konstruktivisme moet leerders hul kennis aan tasbare voorwerpe koppel om te verseker dat hulle die kennis verwerf het, en konstruktivistiese benaderings ondersteun nie hierdie leerverwante behoefte nie (Alanazi 2016:2). Volgens hierdie kritici is kognitiewe leer nie genoeg vir individue nie. ‘n Mens moet kennis demonstreer deur artefakte te maak (Papert & Harel, 1991 in Alanazi 2016:2). Navorsers wat konstruktivistiese metodes kritiseer, is van mening dat leerders hul leeruitkomste tasbaar moet vertoon, sodat hierdie tasbare leeruitkomste voortgaan om hulle denke te vorm en op te skerp. Ander bekommernisse is dat die Piagetiaanse konsep van konstruktivisme belangrike kontekstuele faktore in leeromgewings, soos beskikbare opvoedkundige hulpbronne, die noodsaaklikheid om media in leeromgewings te integreer, leerders se voorkeure en die bekostigbaarheid van individuele leerders se denke, miskyk (Ackermann 2001 Alanazi 2016:3). Kritici voer aan dat hierdie bogenoemde faktore bydra tot leeromgewings. Hierdie kritiek dui daarop dat konstruktivistiese benaderings hoofsaaklik op kognitiewe faktore fokus, en ander bydraende omgewings- en tegnologiese faktore ignoreer.

‘n Verdere kritiek op konstruktivistiese teenstanders beweer dat konstruktivisme leerders die wêreld anders interpreteer (Jon Assen (1991 in Alanazi 2016:3), en instruksies is dus nie effektief nie omdat kritieke begrippe binne die kurrikulum nie algemeen onder leerders gekonstrueer word nie. Hierdie kritici voer aan dat konstruktivisties gebaseerde pedagogieë, om aan leerders voldoende onderrig te gee, nie werklik effektief is nie, omdat leerplanne gerig is op alle leerders in die klaskamer, terwyl elke individu anders dink. Daarom argumenteer diegene wat konstruktivisme kritiseer dat algemene leerplanne ondoeltreffend is, en assulks dus ook ondoeltreffend vir leerders is. Carlson, Lundy, & Schneider, (1992 in Alanazi 2016:3).

- Ander kritici van konstruktivistiese benaderings voer aan dat konstruktivisme groepsdenke bevorder en die individualiteit van leerders ignoreer, alhoewel leer individuele regte moet bevorder. Sommige sielkundiges kritiseer konstruktivisme omdat dominante leerders interaksies in die klaskamer beheer, terwyl gemiddelde leerders geïgnoreer kan word (Gupta,

2011 in Alanazi 2016:3). Hierdie kritici voer aan dat die dominante groep die hele klas tot hul denke dryf, terwyl hulle talle leerders agterlaat. Dit wil sê, hierdie kritici voer aan dat konstruktivistiese onderrig die ontwikkeling van baie leerders se vaardighede miskyk, omdat die aktiwiteit deur enkeles gelei word.

Kritici van konstruktivisme blyk die meeste bekommerd te wees oor die geldigheid van gekonstrueerde kennis (Kruckeberg, 2006:7). Die einste term 'konstruktivisme' staan skynbaar vyandig teenoor die doel van fisiese wetenskap in soverre dit poog om dinge oor die wêreld, wat veronderstel is om onafhanklik te wees van hoe menslike kennis en denke dit beïnvloed, na hul mening oor te haal. Die vrees is as konstruktivisme ernstig opgeneem word as 'n epistemologie in die wetenskap- en wetenskaponderwys dan word dit volgens Pickering “...(g)e-reduce (as a) science to a play off some purely social variable, usually “‘interest’”. This is then held to be equivalent to the belief that interest overrules all else – in other words, scientists say whatever they wish about nature. Constructivism is then understood to assert not just a form of cultural relativism but something much more specific, a self fulfilling wish- or desire-relativism (Pickering 1995, p. 44).

Eie gevolgtrekking

Konstruktivisme is 'n interessante nuwe wending wat in opvoedkunde na vore gekom het. Dit het die klem laat verskuif vanaf die onderwyser na die leerder. Dit het ook taakgerigte onderwys ondersteun. In konstruktivisme neem die leerder verantwoordelikheid vir sy eie leer en is meer aktief betrokke in die leerproses. Dit is 'n duidelik verskuiwing van onderrig na leer. Die leerder bou self kennis op en ontdek nuwe dinge deur sy vorige ondervinding en brei verder daarop uit. In konstruktivistiese leer dink die leerder self of in groepe en luister na sy maats en evalueer hulle menings in plaas daarvan om net na die onderwyser te luister. Tydens konstruktivistiese leer sal leerders die nuwe kennis wat verwerf word beter onthou, omdat dit sy eie is. Leerders kan deur konstruktivisme hulle eie menings oor hoe om die leerproses suksesvol te laat verloop vorm, en word hulle toegelaat om op hulle eie manier leerprobleme op te los.

Die onderwyser in die konstruktivistiese klaskamer moet:

- goed opgelei wees
- die kurrikulum goed ken
- wiskundige materiaal met probleme oordeelkundig kan kies
- weet hoe leerders oor probleme en wiskunde dink

- weet hoe leer leerders wiskunde
- weet hoe om foute wat leerders maak positief te gebruik in sy onderrig
- weet hoe om kontinue assessering produktief in die leerproses aan te wend.

So ook moet 'n goed opgeleide onderwyser wat behoorlik toegerus is, en in 'n sterk ondersteunde leeromgewing klas gee, en sy eie rol goed verstaan. So 'n onderwyser sal in 'n Multigraadklaskamer goeie werk doen sodat hierdie werk in 'n arm gemeenskap kan bly voortbestaan, deur 'n effektiewe onderrig-leer omgewing te skep, waarin hyself en sy leerders sal floreer. Konstruktivisme is dan juis die enigste leerteorie wat daardeur effektiewe onderrig, en produktiewe leer sal verseker!

2.10 KOÖPERATIEWE LEER

2.10.1 Inleiding

Johnson en Johnson (1999 in Tarim, 2009:326) sê dat koöperatiewe leer die gebruik van klein groepies vir instruksie behels. Die kinders werk saam om hulle eie en ander se leer te maksimaliseer en beheer. Deur 'n omgewing te skep wat probleemoplossing vergemaklik, word leerders toegelaat om koöperatief, samewerkend en ondersteunend, met mekaar te verkeer. Koöperatiewe leer is 'n vorm van onderrig wat gebruik kan word om die aktiewe leer van leerders te bevorder. Dit is 'n belangrike dimensie van wiskundige leer en word hoog aangeslaan deur opvoeders en navorsers, en derhalwe sterk aanbeveel. Take kan aan leerders gegee word om te bespreek, probleme op te los en doelwitte te bereik. Die algemene idee met koöperatiewe leer is dat leerders saamwerk om te leer en dat as hulle dit doen, hulle verantwoordelikheid ontwikkel vir mekaar se leer en ook vir hulle eie.

2.10.2 Rol van onderwyser voor die implementering van 'n koöperatiewe leersituasie

Die plasing van leerders in klein groepies, en hulle om dan te beveel om saam te werk, verseker nie dat hulle koöperatief saam sal werk nie (McIntyre, 2012:1). Groepe moet so gestruktureerd wees om te verseker dat die groeplede onderling afhanklik van mekaar sal werk. Die rol wat die onderwyser speel in die vestiging van 'n suksesvolle koöperatiewe leersituasie in die klaskamer is van kritiese belang vir sukses deurdat dit 'n positiewe klaskamersituasie moet skep. Voorts moet die onderwyser die kennis besit, en weet hoe om die strukturering van koöperatiewe leer in die groepe, te laat werk. Die grootte van die groepe sal afhang van die leerders se vermoëns om met mekaar te kommunikeer, die samestelling van die tipe take, die verwagtinge van die leerders se gedrag en dan individue en

groepe se verantwoordelikhede. Die leerders moet binne die groepe so geplaas wees dat hulle naby genoeg sit om materiaal en idees met mekaar te kan deel. Rolle van die groeplede moet aan hulle uitgespel word.

2.10.3 Implementering

Na al die voorbereidings is dit tyd om te begin werk. Die verantwoordelikheid verskuif nou vanaf die onderwyser na die leerders om probleme op te los wat aan hulle opgedra is. Gedurende die Implementeringsfase van koöperatiewe leer speel die leerders die grootste rol.

2.10.3.1 Die Leerders se verantwoordelikhede is soos volg:

- Samewerking
- Luister na mekaar
- Vra vrae
- Maak aantekening soos hulle vorder.
- Produsering van die assesseringstaak
- Aanvaar persoonlike verantwoordelikhede/ betrokkeheid by die groep.

2.10.3.2 Die rol van die onderwyser tydens die implementeringsfase.

Die onderwyser behou die beheer in koöperatiewe leer, alhoewel die leerders in groepies saamwerk om die doelwitte te bereik. Derhalwe is dit duidelik dat die onderwyser ook verantwoordelikhede gedurende hierdie stadium van die onderrig-leerproses het. (Johnson, Johnson en Smith (1991) noem 'n paar rolle wat die onderwyser het tydens die implimentering van koöperatiewe leer, naamlik:

- Hou gedrag dop - Gedurende die implementering van samewerkende leer, moet die instrukteur deur die klaskamer rondbeweeg en elke groep besoek.
- Gryp in indien nodig - Indien die onderwyser dus enige groepkonflik of gedrag buite die taak opmerk, moet daar ingegryp word.
- Hulpverlening - Terwyl die groep se werk gemonitor word, moet die onderwyser groepe ondersteun om hulle sodoende terug te lei en op die regte spoor bring, van dit wat hulle moet doen.

- Prys - Leerders moet weet of hulle die werk op 'n bevredigende wyse voltooi, veral as hulle onervare is om in samewerkende groepe te werk. Om hierdie rede moet die onderwyser individuele leerders en groepe laat weet wanneer hulle iets reg of goed doen.

2.10.4 Na implementering

Johnson, Johnson en Smith (1991) gee drie opdragte wat die onderwyser moet voltooi nadat die leerders saamgewerk het om die probleme op te los, te voltooi en in te dien.

- Bied afsluiting deur opsomming - Die onderwyser moet die hele leerders weer byeenbring. Op hierdie stadium kan die onderwyser belangrike punte van die les/eenheid saamvat. 'n Ander voorstel is dat elke groep hul werk en punte wat volgens hulle belangrik is, moet saamvat. Dit help die onderwyser om presies te weet op watter kennisvlak die groepe werk. Dit strook ook baie met die idee van artikulasie en refleksie in die hoofstuk oor Kognitiewe ontwikkeling van leerders.
- Evalueer leerlinge - onderwyser moet 'n matriks gebruik om die assesseringstaak van elke groep te beoordeel. Hulle moet ook deur groepwerk aan die hand van 'n matriks beoordeel word. Hierdie rubrieke moet tydens die voorafgaande implementeringsfase van koöperatiewe leer geskep word, en die leerders sou dan moontlik hul insette gehad het. Nadat die onderwyser die evaluerings voltooi het, is dit belangrik dat hulle terugvoer gee aan die leerders oor hul produk en hul groepsprestasie. Sonder hierdie inligting sal die leerders nie die koöperatiewe samewerkende leervaardighede kan verbeter nie.
- Besin oor wat gebeur het - onderwyser moet rekord hou van wat gewerk het en waarom dit werk elke keer as hulle 'n “Cooperative Learning or Lesson”, (CL) -les of -eenheid onderneem. Hierdie inligting kan en moet met hul koöperatiewe leerondersteuningsgroep gedeel word. Die onderwyser moet ook hul lesse aanpas op grond van die refleksie en terugvoering van die leerders. Dit sal die stagnasie van 'n koöperatiewe leer-eenheid voorkom. Met ander woorde dit sal voortdurend groei en verander by elke groep leerders.
- Na voltooiing van die groepwerk en assesseringstaak is dit die leerders se taak om na te dink oor die werk wat in hul groep verrig is. Wat het gewerk en wat nie? Wat sou hulle verander of behou as hulle die volgende keer saamwerk? Die leerders moet ook terugvoering gee aan hul onderwyser. Hulle moet in staat wees om die onderwyser te vertel wat werk of wat goed

is aan hierdie eenheid, en hulle moet wys wat nie goed werk nie. Hierdie inligting kan in die klas neergeskryf word of informeel bespreek word.

- Samevatting - Koöperatiewe leer moet deel wees van die beweging om onderrig na eie leer te verskuif. Derhalwe verskuif dit van onderwysergesentreerde benadering na die kind- en taakgesentreerde benadering in die klasmaterie praktyk. Met ander woorde die onderwyser se rol sal al hoe meer fasiliterend word., want effektiewe leer is die fokus, en dit sal nie saak maak waar dit tot sy reg kom nie, binne die klaskamer, of skool opset, of in die gemeenskap nie. So sal dit dus aan die einde van die onderwyser se koöperatiewe les, vir die onderwyser belangrik wees om terugvoering van die leerders te kry oor hoe hulle gedink het die les verloop het. Die onderwyser sal ook op sy beurt aan die leerders terugvoering moet gee oor hul groepwerkvaardighede en hul werkopdragte. Dit kan die onderrig van groepwerkvaardighede, en of, die aanpassing van die prosedures vir die volgende samewerkende les insluit

Die positiewe effek van koöperatiewe leer op akademiese prestasies, verhouding met maats, die insluit van leerders met spesiale behoeftes, self-respek, houdings en angs is die hoofredes waarom dit so wyd gebruik word.

Slavin (1987 in Tarim 2009:326) skryf dat koöperatiewe interaksie, leer en kognitiewe ontwikkeling bevorder, want leerders leer, lei en help mekaar as hulle saam probleme oplos en take voltooi. Die saamwerk aan take skenk aan leerders die kans om met mekaar te praat en sodoende hulle kommunikasie vaardighede te verbeter.

Chiu en Khoo (2003:506) skryf dat groepsprobleemoplossing baie voordele het deurdat 'n groep dikwels probleme kan oplos wat die leerders van die groep nie individueel kan oplos nie, want dit is makliker om kognitiewe prosessering tussen die leerders te versprei. (Hutchins (1995) en Vygotsky (1987) in Chiu & Khoo, 2003:506), volgens Gilles (2003:35) kan groepe hul lede se kognitiewe prosessering versprei om sodoende inligting beter te beheer, om subtake te doen, om idees te evalueer en om terugvoering te gebruik. Daar word van individue verwag dat hulle mekaar moet help om vrae te beantwoord en probleme gegrond op duidelik gestruktueerde take met gesamentlike doelwitte wat 'n positiewe interafhanklikheid en individuele toerekenbaarheid tot gevolg het, op te los (Gilles & Boyle, 2006).

Volgens Lovat (2005 in Al-Yaseen, 2011:276) word die belangrikheid van koöperatiewe leer beklemtoon as 'n vorm van “kommunikasie vermoë”, wat leerders aanmoedig om in 'n

vertrouensverhouding met hulle klasmaats op te bou. Leerders word toegelaat om mekaar se idees en mening te ondersoek, waarna hulle aanbeweeg deur hulle eie menings te vorm (El-Yaseen in 2011:276). Gilles (2003:35 in El-Yaseen 2011:275) verduidelik dat as leerders koöperatief saamwerk, hulle leer om hulp aan te bied vir mekaar, en hulle idees te deel, te luister na mekaar se perspektiewe, te soek na nuwe maniere om verskille op te klaar, probleme op te los en om nuwe begrip en kennis te konstrueer. Gevolglik behaal leerders hoër akademiese uitkomst en is hulle meer gemotiveerd as hulle sou gewees het as wanneer hulle alleen gewerk het.

Leerders wat koöperatief leer, bereik baie positiewe uitkomst wat verbeterde leer, verhoogde motivering en verminderde rasse spanning insluit (Good, Mulryan & McCaslin, 1992 en Slavin, 1990, in Chiu en Khoo, 2003:506). Leerders se kognitiewe leer en akademiese prestasies word in koöperatiewe leergroepe positief beïnvloed deur die proses van interaksie en kommunikasie. Gilles (2002 in Al-Yaseen, 2011:275) verklaar dat koöperatiewe leer die leerproses van die leerders verhoog aangesien hulle aangemoedig word om deel te neem in aktiwiteite op 'n effens hoër vlak van prestasie en wat benodig dat hulle, as gevolg van hulle deelname in die sosiale konteks, met die res van die groep moet saamwerk om die taak te voltooi.

Johnson en Johnson, (1989 in Fei-xue en Jing-qin, 2010:38) skryf dat die volgende vyf basiese elemente nodig is vir die effektiewe toepassing van enige soort koöperatiewe leermetode.

2.10.4.1 Positiewe interafhanklikheid

Leerders besef dat lede van die groep moet saamwerk om die taak af te handel. As die ander lede onsuksesvol is, is daar dalk een wat dit regkry. Dit beteken dat elke lid verantwoordelik is vir die leer van almal in die groep.

2.10.4.2 Van aangesig tot aangesig kommunikasie bevorder interaksie

Leerders deel hulle begrip met ander lede van die groep deur middel van onderlinge kommunikasie, onderlinge hulp en onderlinge stimulasie. Daardeur word onderlinge vertroue tussen lede van die koöperatiewe groep opgebou en behou.

2.10.4.3 Individuele aanspreeklikheid

Individuele aanspreeklikheid beteken dat elke lid van die groep verantwoordelikheid moet neem vir 'n sekere taak en dat die sukses van die groep afhang van die individuele leer van al die lede. Om te verhoed dat sommige leerders lyf wegsteek en verantwoordelikheid ontduik, kan individuele aanspreeklikheid bevorder word deur gebruik te maak van lukrake vrae, individuele toetse, wisseling van rolle en die lukrake kies van 'n lid om die groep te verteenwoordig.

2.10.4.4 Sosiale vaardighede

Die feit dat koöperatiewe leer in groepe nie altyd effektief is nie, is die gevolg van die feit dat die lede gebrek het aan drie tipes sosiale vaardighede. Die eerste is die vermoë om 'n span te vorm. Die tweede is die basiese vermoë om as groep saam te werk. Die derde is om idees uit te ruil. Omdat hierdie belangrike sosiale vaardighede nie ingebore is nie, moet die onderwyser dit op konkrete wyse vir die kinders aanleer.

2.10.4.5 Groep prosessering

Groep prosessering kan nuttige terugvoering wat groep samewerking betref verskaf, en die doel daarmee is om die effektiwiteit van die groepaktiwiteite te bevorder. Leerders leer, bespreek en bemeester saam kennis in hulle groepe. Die essensie van koöperatiewe leergroepe lê in interafhanklikheid. Leerders moet besef “ Ons is saam hierin en werk hand aan hand, ons help mekaar”.

Eie gevolgtrekking

Koöperatiewe leer help leerders met die aanleer van wiskundige begrippe en ontwikkel hulle sosiale vaardighede. Dit is 'n “fyn” proses, aangesien leerders in klein groepies saamwerk, nou neem hulle verantwoordelikheid vir hulle eie leer, *en* vir die leer van die lede van die groep. Leerders kommunikeer in die verskillende groepe met mekaar, ruil idees uit en leer so terselfdertyd van mekaar hoe om probleemoplossingsvaardighede toe te pas en probleme op te los. Leerders kan mekaar se idees evalueer en daarop voort bou. In die leerproses word leerders se kommunikasievaardighede verbeter. Deur gebruik te maak van hierdie strategie van leer is al die leerders betrokke. Die lede in die groepe stimuleer mekaar, en hulle leer om mekaar te vertrou en reg te help waar nodig. Desnieteenstaande is groepwerk nie altyd die regte oplossing vir 'n klaskamerpraktyk nie. Dit bly die onderwyser/fasiliteerder se plig om voortdurend sensitief te wees en die regte keuse van leerder ordening te probeer uitoefen.

2.11 VERSKILLENDIGE PROSESSE VAN PROBLEEMOPLOSSING

Daar bestaan verskeie prosesse van wiskundige probleemoplossing. Yong en Kiong (2005:2) skryf dat probleemoplossing in wiskunde die proses is om 'n oplossing te vind as die metode nie aan die probleemoplosser bekend is nie. Polya (1973 in Yong & Kiong, 2005:2) stel die volgende vier-fases van die probleemoplossingsmodel voor.

2.11.1. Verstaan van die probleem

Hierdie fase bestaan daaruit dat die leerder die probleem goed moet deurlees om sodoende die probleem te verstaan. Sodoende word die bekende, onbekende en die doelwit vasgestel. Die leerder moet homself die volgende vrae afvra:

- Wat presies wil hulle weet?
- In watter eenhede moet die antwoord wees? (bv. % of sentimeter) • Watter feite word gegee?
- Kan jy aan soortgelyke probleme dink?
- Wat is onbekend?
- Kan die probleem anders beskryf word? soos in Ives (2011:7) • Kan jy enige aannames maak? Is bykomende inligting nodig?
- Is dit moontlik om 'n prentjie, diagram, grafiek, lys ensovoorts wat jou kan help, op te stel of te teken?
- Wat word jy gevra om uit te vind of te bewys?
- Kan jy die probleem in jou eie woorde stel?
- Kan jy aan numeriese voorbeelde dink wat jou sal help om die probleem op te los?

2.11.2. Maak van plan

Hierdie fase behels die kies van 'n strategie vir die oplos van die probleem.

Volgens Burris (2010:2) sluit strategieë die volgende in: raai en gaan na, stel 'n georganiseerde lys op, teken 'n prentjie of diagram, soek 'n patroon, trek 'n tabel op, gebruik 'n veranderlike, los 'n eenvoudiger probleem op, eksperimenteer, doen rolspel, stel vas of dit moontlik is om agteruit te werk, maak afleidings en verander jou uitgangspunt, elimineer moontlikhede.

Indien leerders in 'n groep saamwerk, kan elke lid van die groep sy eie strategie uittoets of almal kan saamwerk aan die strategie soos in Ives (2011:8). Indien die eerste poging nie slaag nie, kan die groep kyk wat hulle daaruit kan leer. Leerders kan hul pogings kombineer met ander strategieë.

2.11.3. Die uitvoer van die plan

Die probleemoplosser en of die groep, voer die plan uit op grond van die plan waarop besluit is en skryf die oplossing neer. Indien die eerste plan nie slaag nie, moet leerders weer probeer. Onderwysers moet leerders aanmoedig om nie gefrustreerd te raak of ontmoedig te word as die eerste poging nie slaag nie. Ives (2011:10) skryf dat leerders toegelaat moet word om hulle eie planne uit te voer. Hulle moet die korrektheid van elke stap kontroleer. Daar mag van hulpmiddels soos sakrekenaars gebruik gemaak word. Leerders moet leer uit hulle foute en die strategie aanpas.

Onsuksesvolle pogings moet nie eenvoudig uitgewis word nie. Daar moet geleer word uit foute.

Elke stap moet versigtig nagegaan word.

2.11.4. Kyk terug

Volgens McIntosh (2000:15) is die kyk-terug fase dalk die belangrikste aspek van die onderrig van probleemoplossing want dit gee aan die leerder die kans om te leer van die probleemoplossings-prosesse en oor hoe een probleem verwant is aan ander probleme. Die kyk-terug-fase sluit die volgende aktiwiteite in:

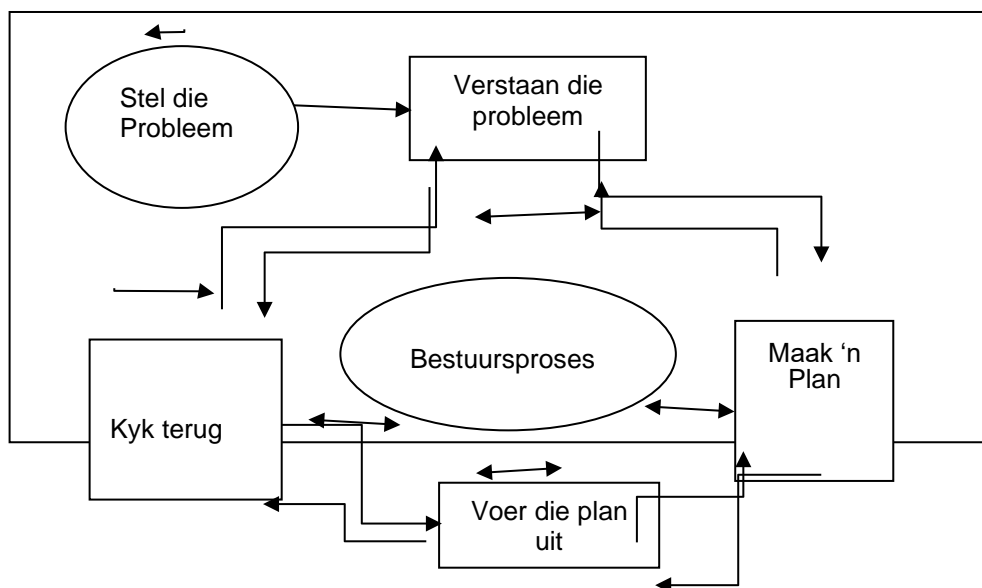
- Die verifieer van die resultate
- Die kyk na alternatiewe oplosmetodes
- Die vasstelling van die geldigheid van die argument.
- Die toepassing van die metode of oplossing op ander probleme
- Die interpretasie van die resultate
- Die genereer van nuwe probleme om op te los

Volgens Burris (2010:3) mag daar ook 'n vyfde fase wees, nadat die probleemoplosser die oplossing het, moet die probleemoplosser seker maak of die probleem opgelos is. Die onderwyser moet kyk na moontlike of verwante probleme deur om eenvoudiger of moeiliker voorbeelde op te stel. Die probleme moet skakel met die werklike wêreld. Die volgende vrae kan gevra word:

- Is dit moontlik om hierdie probleem te veralgemeen?
- Was dit moontlik om die antwoord te skat?
- Wat het jy geleer?

Kon jy dalk die probleem op 'n ander, makliker wyse, of geldige wyse, opgelos het?

Elke probleemoplosser sal egter weet dat dit nie net 'n eenvoudige bo-na-onder proses deur die vier stadiums is nie. In die praktyk raak die fases geïntegreer en word hulle parallel uitgevoer, elke nuwe uitvinding lei tot die aanpassing van die oorhoofse benadering as plan om die probleme op te los. (Pólya, 1973 in Yong & Kiong 2005:2). Dit is 'n kwessie van vooruit en agteruit beweeg tussen die vier stadiums. 'n Probleemoplossingsmodel word deur Fernandez, Hadaway en Wilson (1994 in Yong & Kiong 2005:2) verskaf (Figuur 2.2). Die kloksgewyse of anti-kloksgewyse aard van die siklus beteken dat die probleemoplossingsproses van bo-na-onder of van onder-na-bo kan beweeg (sien Pólya se model). Die beheerprosesse sal ook daartoe lei dat die probleemoplosser 'n sekere stadium of stadiums uitlaat, sou uitlaat om sukses te probeer behaal.



Figuur 2.5: Raamwerk wat die dinamiese en sikliese aard van die probleemoplossing- aktiwiteit beklemtoon (Yong & Kiong, 2005:3)

Lester (1985) het egter Polya (1945) se model aangepas om die kognitiewe en metakognitiewe komponente in te sluit. Die vier fases van verstaan, beplanning, implementering, en kyk terug, word ingesluit by die kognitiewe siening van oriëntering, organisering, uitvoering en verifikasie.

Oriëntasie verwys na strategiese gedrag om 'n probleem te assesser en te begryp. Dit sluit begripstrategieë, die ontleding van inligting, aanvanklike en daarop volgende voorstellings, en die assessering van die graad van moeilikheid, en die kanse op sukses, in.

Organisasie verwys na die identifikasie van doelwitte, globale beplanning en plaaslike beplanning. Die kategorie van uitvoering sluit die regulering van gedrag om ooreen te kom met die planne, in. Dit sluit in die uitvoer van plaaslike aksies, die monitering van vooruitgang, die konsekwentheid van plaaslike planne en besluite waar daar tussen verskillende voordele besluit moet word, bv. tussen spoed en akkuraatheid.

Verifikasie bestaan uit die evaluering van besluite en die uitkomst van uitgevoerde planne. Dit sluit die evaluasie van aksies wat tydens die oriëntasie, organisasie en uitvoeringskategorieë plaasgevind het, in.

Die metakognitiewe komponent bestaan uit drie tipes veranderlikes: menslike veranderlikes, taak veranderlikes, en strategiese veranderlikes. Die drie kognitiewe kategorieë is soos volg: Die metakognitiewe komponente van Lester (1985) se model bestaan uit drie klasse van veranderlikes, naamlik: - persoon veranderlikes, - taak veranderlikes, en - strategiese veranderlikes.

Persoon veranderlikes verwys na 'n individu se geloofsisteem en affektiewe kenmerke wat sy prestasie mag beïnvloed. *Taak veranderlikes* verwys na die kenmerke van die taak soos die inhoud, konteks, struktuur, sintaks en proses. Die individu se bewus wees van die kenmerke van die taak, beïnvloed sy prestasie. Laastens is *strategiese veranderlikes* die veranderlikes wat verwys na die individu se bewus wees van strategieë wat gebruik kan word vir beter begrip, organisasie, die uitvoer van planne, en die nagaan en evaluasie van wat gedoen is.

Gedurende die 60's en 70's het navorsers 'n algemene probleemoplossingsmodel ontwikkel om probleemoplossingsprosesse te verduidelik (Newell & Simon, 1972; Polya, 1957 volgende Bransford & Stein, 1984). Een so 'n algemene probleemoplossingsmodel is Bransford se "IDEAL" model wat uit die volgende sleutelkonsepte bestaan:

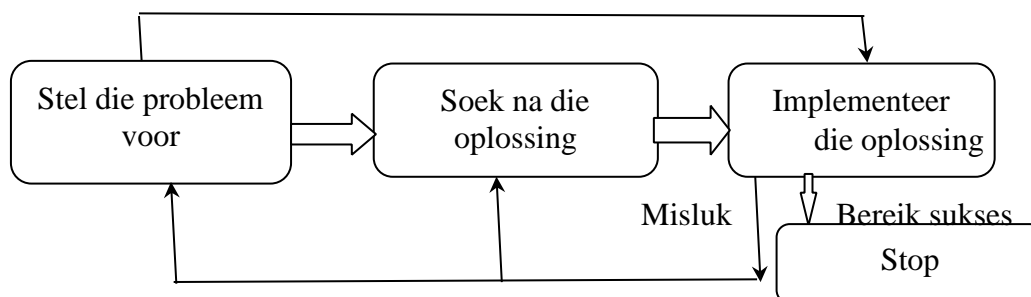
1. (Identify) Identifiseer die probleem
2. (Define) Defineer die probleem deur daaroor te dink, en die relevante inligting uit te haal.
3. (Explore) Ondersoek verskillende oplossings deur te kyk na alternatiewe, om dinkskrumme te hou en om ander menings in te win.
4. (Act) Neem aksie wat strategieë betref.
5. (Look) Kyk terug en evalueer die effektiwiteit van jou aktiwiteite.

Mason (1982) en Burton (in Fox & Surtees, 2010:48) definieer probleemoplossing as 'n sikliese proses met die sleutel frases van ingang, aanvang en oorsig. Ingang word beskou as die kritiese stadium. Dit is belangrik dat die probleem toepaslik en toeganklik moet wees. Dit is op hierdie punt dat die kind moet uitwerk wat gedoen moet word en hoe hy dit sal doen. Met ander woorde dit behels die vind van 'n manier om die probleem op te los. Indien dit nie onmiddelik gebeur nie, moet vrae gevra word en 'n werkswyse gekies word. Tydens oorsig evalueer die kind die sukses van die werk, die metode, en die resultaat.

Probleemoplossing sluit 'n stel kognitiewe-, gedrags- en houdingskomponente in. Mayer (1983) beskryf probleemoplossing as 'n veelstappproses waar die probleemoplosser die verwantskap tussen sy ondervinding in die verlede en die huidige probleem moet vind en dan daarop reageer. Mayer lys drie kenmerke van probleemoplossing :

- Probleemoplossing is kognitief, maar word van gedrag afgelei.
- Probleemoplossing het gedrag tot gevolg wat weer tot 'n oplossing lei.
- Dit is 'n proses wat die manipulasie of gebruik van voorkennis behels.

Neem die oplossing in oorsig skuif regs!



Figuur 2.6 'n Model van die probleemoplosproses (Kirkley, 2010:4)

Hierdie model identifiseer die basiese volgorde van die drie kognitiewe aktiwiteite in probleemoplossing.

- Die voorstelling van die probleem sluit die oproep van toepaslike konteks-kennis in, en identifiseer die doelwit en die relevante begintoestande vir die probleem.
- Die soeke na 'n oplossing sluit die verfyning van die doelwit en die ontwikkel van 'n aksieplan om die doelwit te bereik, in.
- Die implementering van die oplossing sluit die uitvoer van die aksieplan in, asook die evaluering van die resultate.

Probleme wat te kompleks is kan deur die leerder afgebreek word in kleiner dele en die dele moet dan afsonderlik volgens die bostaande proses opgelos word.

2.12 SLEUTELEIENSKAPPE VAN PROBLEEMOPLOSSING

Na aanleiding van huidige navorsing en literatuur oor probleemoplossing is daar sekere eienskappe soos konseptuele begrip, strategieë en redenering, kommunikasie, berekening en uitvoering, en wiskundige insig wat leerders sal openbaar as hulle besig is met probleemoplossing op hoë vlak (McIntosh 2000:15).

2.12.1 Konseptuele begrip

Leerders demonstreer konseptuele begrip deur wiskundige beginsels in 'n probleem te interpreteer en om daardie idees in 'n samehangende wiskundige voorstelling te vertaal deur gebruik te maak van die belangrike feite van die probleem. Indien leerders toepaslike voorstellings kies, die relevante inligting gebruik, en wiskundige terme presies gebruik, bewys dit dat daar kontekstuele begrip van wiskunde in die probleem is (Hiebert *et al.*, 1997 in McIntosh, 2000:16).

Die sleutelvraag wat beantwoord moet word is die volgende: Reflekteer die leerder se interpretasie van die probleem wat hy met die gebruik van wiskundige voorstellings en prosedures bereik het, die sleutel wiskundige konsepte akkuraat?

Die maniere hoe die onderwyser die leerder kan help, sluit in - LW: Die fasiliteerder vertel nie vir die leerder hoe om die probleem op te los nie.

- Waaroor gaan die probleem? Skryf die probleem in jou eie woorde oor.
- Wat weet jy?
- Wat moet jy uitvind?
- Wat is die belangrike feite en getalle in die probleem? Is sommige van hierdie inligting onnodig as dit kom by die oplossing van die probleem?
- Watter wiskundige terme sal jou help om die probleem te verstaan en op te los?
- Hoe sal die antwoord lyk (eenhede, vlak van akkuraatheid vereis, vorm van antwoord)?

Die volgende wenke ("hints, cues or prompts") kan die leerders help om die wiskundige konsepte te verstaan:

- Watter tipes berekeninge word vereis?

- Watter voorstellings kan help om dit makliker te maak om die probleem te verstaan?
- Watter wiskundige idees en vaardighede kan jou help om die probleem voor te stel en op te los (bv. grafieke, die identifikasie van patrone, die byvoeging van breuke, ens)?

2.12.2 Strategieë en beredenering

Leerders demonstreer hulle vermoë om strategieë en redenering te gebruik vir die ondersoek en seleksie van toepaslike probleemoplossing-strategieë, en voer 'n logiese, goed-beplande en ondersteunde proses wat lei tot 'n redelike oplossing, uit (McIntosh 2000:16). Alle vorme van voorstellings is konsekwent en word reg in die oplossing geïntegreer, vooruitgang is deur hulself gemonitor, aanpassing is waar nodig gemaak, en die werk is geverifieer om vas te stel of daar bewyse van die korrektheid verskaf is (Hiebert *et al.* in McIntosh, 2000:16).

Die sleutelvraag wat gevra kan word is: Is daar bewyse dat die leerders volgens plan gewerk het, gebruik gemaak het van toepaslike strategieë, en 'n logiese en verifieerbare proses tot die oplossing gevolg het?

Wenke wat die leerders sal help om te begin, sluit in:

- Sal die teken van 'n prentjie of diagram of die maak van 'n model help om hierdie probleem op te los.
- Sal dit help as jy jou inligting in 'n kaart of tabel of 'n lys organiseer? • Sal dit help om te raai, na te gaan of iets aan te pas?
- Dalk moet jy soek na patrone in jou inligting.
- Sal dit help as jy die probleem verander deur om vir eers eenvoudiger getalle gebruik?
- Kan jy agteruit werk vanaf waar jy ge-eindig het, en weer terug tot waar jy wil begin?

Wenke wat die leerders kan help dink oor sy oplossing, sluit die volgende in:

- Is die strategie wat jy gebruik het doeltreffend? Indien nie, kan jy 'n meer doeltreffende wyse om die probleem op te los, vind?
- Kan jy aan voorbeelde dink om jou oplossing te ondersteun?
- Verstaan jy jou plan/strategie goed genoeg om dit aan iemand anders te verduidelik?
- Is daar ander benaderings tot hierdie probleem wat dalk sal werk?
- Herinner hierdie probleem jou aan ander probleme wat jy dalk al opgelos het? Kan jy dit wat jy toe geleer het, toepas op hierdie probleem?

2.12.3 Kommunikasie

Leerders demonstreer goeie kommunikasie as hulle duidelik kan beskryf wat hulle doen, en hoekom, hulle dit doen (McIntosh, 2000:17). Hulle verduidelikings volg 'n logiese en vloeiende volgorde. Leerders wat nadink oor wat hulle doen, en met ander kommunikeer daarvoor is in die beste posisie om konneksies in wiskundige kennis te bou (Hiebert et al. in McIntosh, 2000:17).

Wenke wat leerders sal help om hulle denke te kommunikeer, sluit in:

- Behoort jy tabelle, grafieke, prente, woorde of 'n kombinasie te gebruik om jou denke te verduidelik of uit te brei?
- Wat het jy eerste gedoen? Hoekom? Wat het jy volgende gedoen? Hoe het dit gehelp om jou doelwit te bereik?
- Hoe het jy dit uitgewerk? Wat het jy tydens die oplossing van hierdie probleem geleer?
- Het jy gewys hoe jy jou antwoord gekontroleer het?
- Lees jou verduideliking aan iemand voor en maak seker dat dit jou proses duidelik maak en dat dit maklik is om te verstaan.

2.12.4 Berekeninge en uitvoering

Leerders bewys dat hulle die berekeninge bemeester het deurdat hulle alle prosedures akkuraat uitvoer, en alle visuele voorstellings van die probleem (kaarte, tabelle, grafieke, ens), korrek toe te pas, en dit etiketteer om dus die korrekte gebruik van beskikbare tegnologie of manipulatiewe metodes te demonstreer (McIntosh 2000:18). Indien leerders gevra word om hul eie prosedures vir die berekening van antwoorde op probleme te bereken en om hierdie prosedures met ander te deel, sal hulle wiskundige begrip versterk word deur die uitvoer, bespreking en nadenke oor mekaar se idees (Schoenfeld, 1992 in McIntosh, 2000:18).

Sleutelvraag: Is die benadering wat die leerders gebruik het om die probleem op te los (insluitende al die stappe van die proses) akkuraat en volledig gevolg?

Wenke wat die leerders kan help om hulle berekeninge en vaardighede te verbeter, kan die volgende insluit:

- Het jy jou berekeninge gereeld nagegaan terwyl jy werk? (Onthou om altyd 'n skatting te maak voordat jy 'n sakrekenaar gebruik).
- Het jy die reël of formule wat jy gebruik het, aangetoon?
- Het jy nagegaan of jou antwoord korrek is deur die probleem op 'n ander wyse op te los, of deur die antwoord in die probleem in te stel om te kyk of dit sin maak?

- Het jy nagegaan of die berekenings en kaarte wat gebruik is, korrek ge-etiketteer is?
- Is jy bekend met die berekeninge en algoritmes wat gebruik moet word? Indien nie moet jy dit hersien en oefen voordat jy die probleem aanpak.
- Het jy seker gemaak of jou antwoord inpas by wat die probleem vereis?

2.12.5 Wiskundige insigte, ook gekoppel aan die idee van ‘konneksies vorm’

Leerders toon insig in ‘n probleem as hulle die belangrikheid van die probleem en die verwantskap daarvan met ander probleme of die skakels met ander dissiplines of ‘werklike wêreld’ toepassings kan herken (McIntosh, 2000:18). Hulle demonstreer insig in die onderliggende struktuur van die probleem as hulle die patrone inherent aan die probleem herken, veelvoudige benaderings en/of oplossings ontdek, of ‘n algemene reël of formule skep Becker & Shimada (in 1997 McIntosh 2000:18).

Die sleutelvraag wat behoort gevra te word: Verstaan die leerder die dieper strukture van die probleem en hoe die proses wat gebruik word om die probleem op te los, skakel met ander probleme of met die ‘werklike wêreld’ toepassings? McIntosh (2000:18). As die leerder insig wil ontwikkel is dit belangrik dat hy/sy verder moet dink as die oplossing van die probleem en nadink oor die implikasies van die probleem in ander situasies.

Wenke wat insig kan verbeter, sluit in:

- Herinner hierdie probleem jou aan ander probleme? Indien wel, hoe is hulle eenders?
- Het jy enige patrone herken terwyl jy die probleem opgelos het?
- Watter aannames het jy gemaak tydens die oplos van die probleem?
- Kan jy ‘n probleem skep wat in sommige aspekte dieselfde is as hierdie probleem maar wat in ander opsigte verskil?
- Is jou oplossing die enigste moontlike oplossing?
- Kan jy ‘n proses (of formule) vind wat gebruik kan word om alle vorme van hierdie probleem op te los?
- In watter opsigte is hierdie probleem dieselfde as ander probleme of as situasies in die werklike lewe?

2.13 ONDERRIGSTRATEGIEË VAN PROBLEEMOPLOSSING

2.13.1 Inleiding

Strategieë vir die oplos van probleme is uitkenbare metodes vir die benadering tot 'n taak (Van de Walle, 2010:57). Strategiese doelwitte speel 'n belangrike rol in al die fases van probleemoplossing, die verstaan van die probleem, die oplos van die probleem en die reflektoring oor die antwoord. Ontwikkelde en geselekteerde strategieë help leerders om 'n versameling probleemoplossingstrategieë te bekom wat nuttig is om te gebruik in 'n verskeidenheid van probleemoplossings-situasies en ook gebruik kan word om antwoorde te verifieer. Hatfield, Edward, Bitter en Morrow (2007 in Avcu, 2010:1283) beklemtoon dat die strategieë leerders help om vordering te maak in die oplos van meer uitdagende en moeiliker probleme. Bingham (1998 in Avcu, 2010:1284) beklemtoon die belangrikheid van probleemoplossing-strategieë aangesien probleme op verskillende maniere opgelos kan word. Behalwe om die probleemoplossingstrategieë te ken, is dit belangrik om te weet hoe en wanneer om hierdie strategieë te gebruik (Polya, 1957 in Avcu, 2010:1284).

Probleemoplossing-strategieë moet onderrig word sodat leerders dit effektief kan gebruik skryf Frederickson (1984 in Schumacker, 2000:20). Die gevolg is dat leerders bevoegdhede dwarsdeur hulle loopbane kan gebruik en in hulle lewens kan toepas. Daar moet vroeg begin word om hierdie strategieë te onderrig sodat die leerders 'n logiese manier kan aanleer om oor die oplos van probleme te dink. Hierdie logiese denkwysse groei soos hulle vaardighede ontwikkel en hulle dit op meer gevorderde probleme toepas. Sonder 'n vroeë begin, ontwikkel leerders swak gewoontes en sukkel hulle blindweg met probleme. Leerders moet leer watter probleemoplossing-strategieë vir hulle beskikbaar is, wat dit behels, en wanneer en hoe om dit te gebruik.

Wiskunde-onderwysers kan meer as een strategie gebruik om nuwe probleme te formuleer of om die leerders in hulle wiskunde klasse aan te moedig om goeie probleemstellers, en nie net goeie probleemoplossers te word nie (El Sayed 2002). Strategieë sal afhang van die wiskundige inhoud, die student se kennisvlak, leeruitkomstes en die tipe wiskundige denke. Probleemoplossing moet geïntegreerd gedoen, en onderrig word. Kinders moet deur probleemoplossing (deur probleme op te los), wiskunde leer. Dit is waar dat hierdie oplossingstrategieë bestaan maar dit moet voortdurend beklemtoon word dat dit een van die baie is wat die kind sal leer as hy genoeg probleme kry om op te los. Dis reg as dit spesifiek uitgewys word aan die leerders.

2.13.2 Teken 'n prentjie

'n Prentjie moet gebruik word tydens die strategie, "Teken 'n prentjie". Prentjie hoef nie ingewikkeld te wees nie. Dit moet net genoeg detail bevat om die probleem op te los. 'n Rowwe sirkel met twee merkies is genoeg om 'n kuiken voor te stel, en 'n klont plus vier merkies, 'n varkie, Dit is nie nodig om 'n bek, vere en 'n krullerige stert, ens. in volkleur te teken nie. Sommige kinders sal ontmoedig moet word om nie te veel tyd op die prentjie te spandeer nie anders sal hulle **nie** tyd hê om die probleem op te los nie. Alle kinders moet aangemoedig word om hierdie strategieë op die een of ander punt te gebruik want dit help die kinders om die probleem te "sien" en dit kan later in 'n redelik gesofistikeerde strategie ontwikkel.

Vraag : In die graad 6 klas speel 10 leerders rugby, 6 netbal en 4 speel skaak. Watter breuk van die leerders speel netbal.

Strategie:

1) Verstaan:

Wat moet jy uitvind ?

Jy moet eers uitvind hoeveel leerders daar in totaal is. Daarna moet jy uitvind hoeveel van die leerders speel netbal.

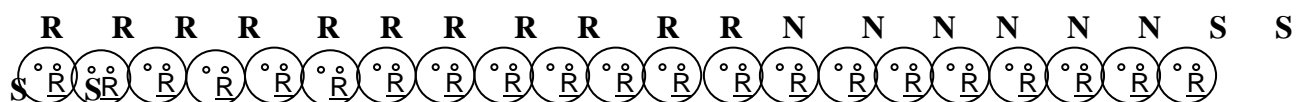
2) Maak 'n plan

Hoe kan jy die probleem oplos ?

Jy teken 'n prentjie om die informasie te wys. Nou kan jy die prentjie gebruik om die antwoord te vind.

3) Los die probleem op:

Teken die 20 sirkels met die voorletter van die sportsoort daarop.



Figuur 2.7 : Die teken van prentjie as strategie om 'n probleem op te los.

$\frac{6}{20}$ van die leerders speel netbal

2.13.3 Die teken van 'n diagram

Die teken van 'n diagram is die mees algemene probleemoplossing-strategie. Sommige probleme kan maklik met 'n diagram of model opgelos word. Die tekening sluit die voorwaardes van die probleem in en maak dit vir die oplosser moontlik om die oplossing te sien. Dit is dikwels nodig vir die oplosser om 'n diagram te teken net om die betekenis van die probleem te begryp. Die diagram stel die probleem voor op 'n wyse waarop ons dit kan "sien", verstaan en daaroor dink terwyl ons na die volgende stap kyk.

In die begin is oefening nodig om te leer hoe om die probleem te interpreteer en om 'n nuttige diagram te teken. Gee vir die leerders 'n maklike probleem om op te los, d.w.s. 'n probleem waarvoor dit maklik is om 'n diagram te teken, en om dan, nadat die diagram geteken is, die volgende stap te neem. As die volgende stap 'n berekening is, behoort jou leerders alreeds die formula of die algoritme wat hulle vir die berekening sal benodig, te ken.

Die volgende voorbeeld kan gebruik word om 'n wiskundige probleem op te los deur middel van die tekening van 'n diagram.

In 'n motorreis het die eerste vyf motors die reis in 'n bepaalde volgorde voltooi: 'n Ford, 'n Pontiac, 'n Chevrolet, 'n Buick en 'n Dodge.

- Die Ford eindig 7 sekondes voor die Chevrolet.
- Die Pontiac eindig 6 sekondes na die Buick.
- Die Dodge eindig 8 sekondes na die Buick.
- Die Chevrolet eindig 2 sekondes voor die Pontiac.

In watter volgorde het die motors die reis voltooi? Watter strategie gaan jy gebruik?

Oplossing:

1) Verstaan die probleem.

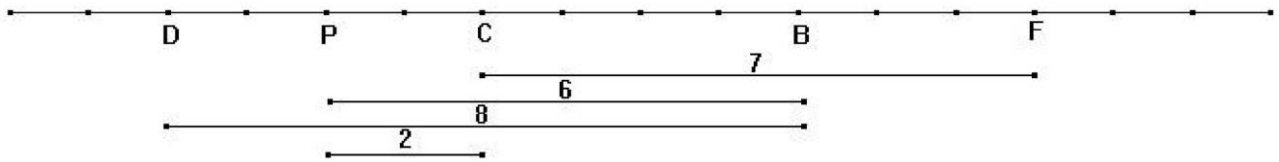
Laat leerders dit bespreek

2) Maak 'n plan.

Ons gaan kies om 'n diagram te teken om te "sien" hoe die motors geëindig het. 3)

Voer die plan uit.

Teken 'n lyn om aan te dui, en begin die motors te plaas die een relatief tot een die ander.



Figuur 2.8 (<http://www.mathstories.com/strategies.htm>).

Die volgorde is as volg: Ford, Buick, Chevrolet, Pontiac, Dodge

4) Nie net ken ons die volgorde nie, maar ook hoeveel sekondes hulle na mekaar eindig.

2.13.4 Raai en Kontroleer

”Raai en kyk” is 'n probleemoplossingstrategie wat leerders kan gebruik om wiskunde op te los deur die antwoord te raai en dan te kyk of die raai aan die voorwaardes van die probleem (Florida DoE:31).

As die Raai, Kontroleer en Hersien strategie gebruik word, moet die volgende stappe gevolg word:

1. Raai wat die antwoord is.
2. Kontroleer jou antwoord. Is dit bevredigend?
3. Gebruik die inligting wat jy bekom het tydens die kontrolering en waag ‘n nuwe raaiskoot.
4. Herhaal die prosedure totdat jy by die korrekte antwoord uitkom.

As jy ‘n probleem moet oplos, word jy aangemoedig om te raai wat die antwoord is. Voordat jy die “Raai-en-Kontroleerstrategie” gebruik, moet jy aan die probleem dink en begin deur te raai. Jy moet verwag dat jou eerste raaiskoot verkeerd sal wees, maar dit sal inligting verskaf wat die volgende raaiskoot makliker sal maak.

”Raai-en-kyk” is ‘n probleemoplossingstrategie wat leerders kan gebruik om wiskundige probleme op te los deur die antwoord te raai en dan te kyk of die raai aan die voorwaardes van die probleem voldoen.

Kurt en Johny het altesaam 13 albasters saam. Kurt het 3 meer albasters as Johny. Hoeveel albasters het elkeen.

Strategie:

1) VERSTAAN

Wat moet bereken word?

Jy moet weet dat Kurt en Johny altesaam 13 albasters het.

Jy moet bereken dat Kurt 3 meer albasters as Johny het.

2) PLAN

Hoe kan die probleem opgelos word ?

Jy kan raai en kyk of twee getalle met 'n som van 13 en 'n verskil van 5 gevind kan word.

As die eerste raaiskoot nie werk nie, probeer twee ander getalle.

3) OPLOSSING

Eerste raai

Kurt = 7

Johny = 6

Kyk $7 + 6 = 13$

$7 - 6 = 1$ (Kurt het 1 albaster meer as Johny)

Hierdie getalle werk nie! **Tweede raai:**

Kurt = 9

Johny = 4

$9 + 4 = 13$

$9 - 4 = 5$ (Kurt het 5 meer albasters as Johny) Hierdie getalle werk nie!

Kyk

$8 + 5 = 13$

$8 - 5 = 3$ Kurt het 3 meer albasters as Johny.

$8 - 3 = 5$

Hierdie getalle werk wel!

Kurt het 8 albasters.

2.13.5 Maak 'n lys

'n "Georganiseerde" lys is 'n probleemoplossingstrategie wat leerders in staat stel om die data te organiseer en hul opsies visueel te besigtig wanneer hulle 'n probleem oplos (Florida Department of Education:34). "In die poging om 'n georganiseerde lys te gebruik, sal leerders gereelde en herhalende patrone teëkom ". (Muckerheide et al.,1999).

Probleem:

Die volgende getalle 1; 2; 3 en 4 kan in verskillende volgordes geplaas word. Hoeveel kombinasies van getalle 1; 2; 3 en 4 kan gemaak word?

[Om die antwoord te bereken kan die volgende lys gemaak word.] Antwoord

: 24 kombinasies kan gemaak word.

1;2;3;4	2;1;3;4	3;1;2;4	4;1;2;3
1;2;4;3	2;1;4;3	3;1;4;2	4;1;3;2

1;3;2;4	2;3;1;4	3;2;1;4	4;2;3;1
1;3;4;2	2;3;4;1	3;2;4;1	4;2;1;3
1;4;2;3	2;4;3;1	3;4;1;2	4;3;1;2
1;4;3;2	2;4;1;4	3;4;2;1	4;3;2;1

Figuur 2.9: Georganiseerde lys as probleemoplossingstrategie

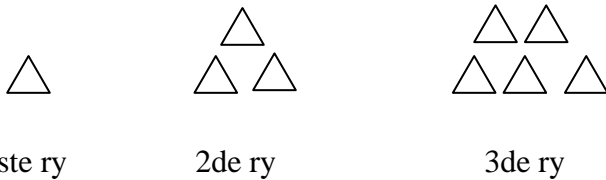
2.13.6 Soek na 'n patroon

In sommige probleme probeer ons patrone vind. Hierdie patrone mag visueel, of numeries van aard wees, of somtyds kan dit altwee wees. Indien die patroon eers herken is, is dit maklik om die probleem op te los. Indien leerders hierdie probleemoplossing-strategie gebruik, word daar van hulle verwag om patrone in data te ontleed en om voorspellings en veralgemenings te maak. Hulle moet dan die veralgemenings opweeg teen die inligting in die probleem en moontlik 'n vooruitskatting maak of 'n verlenging van die gegewe inligting. 'n Patroon is 'n gereelde, sistematiese herhaling. Dit kan 'n herhaling van nommers, beelde of gedrag wees. As jy 'n patroon identifiseer kan jy voorspel wat volgende sal kom en wat oor en oor sal gebeur. Die soek na patrone is 'n baie belangrike strategie vir die oplos van probleme, en word gebruik om baie verskillende soorte probleme op te los. Soms kan jy 'n probleem oplos deur net 'n patroon te herken, maar dikwels sal jy 'n patroon moet uitbrei om 'n oplossing te vind. Die maak van 'n getalle-tabel onthul dikwels patrone en daarom word dit te saam met hierdie strategie gebruik.

Een van die beroemdste wiskundige patrone is die Fibonacci reeks wat vernoem is na 'n wiskundige wat in die 13de eeu in Italië gewoon het. Fibonacci het hierdie patroon bekend gestel deur middel van 'n probleemstelling.

Rangskik die driehoek in driehoekige vorms soos hieronder. Hoeveel driehoeke sal daar wees in 'n driehoek wat 8 rye het?





Oplossing

Verstaan

Ons weet dat die drie hoeke in driehoekvorm gerangskik is.

Ons wil weet hoeveel driehoeke daar is in 'n driehoek wat 8 rye vorm.

Strategie/oplossing

'n Goeie strategie sal wees om 'n tabel te maak en te lys hoeveel driehoeke in 'n driehoek is wat verskillende rye het.

1ste ry: Dis eenvoudig om te sien dat 'n driehoek met slegs een ry net een driehoek het.



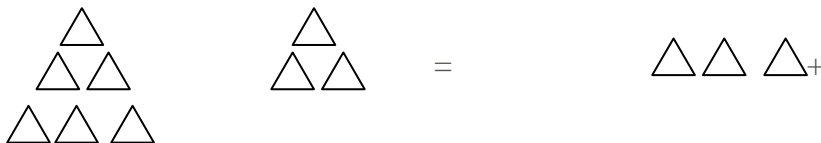
2 de ry: Om 'n driehoek met twee rye te vorm, moet die driehoek van die boonste ry by die onderste ry gevoeg word. Dit is nuttig om op hierdie stadium 'n prentjie te teken van die rye.



Boonste ry Onderste ry

$$3 = 1 + 2$$

3 de ry: Hier word die drie hoeke van die boonste driehoek by die driehoek van die onderste ry gevoeg.



$$6 = 3 + 3$$

Nou kan ons die eerste drie rye van die tabel voltooi.

Getal rye	Getal driehoeke
1	1
2	3
3	6

Ons kan die patroon opmerk.

Om die volgende driehoek te vorm moet ons by die bestaande driehoek 'n nuwe onderste ry byvoeg.

Die nuwe onderste ry het dieselfde getal driehoeke as wat daar rye is. (byvoorbeeld, 'n driehoek met 3 rye het 3 driehoeke in die onderste rye).

Om die totaal van die aantal rye driehoeke in die nuwe driehoek te bepaal, moet ons die getal driehoeke in die ou driehoek byvoeg by die getal driehoeke in die nuwe onderste ry.

Oplossing/toegepaste strategie

Nou kan ons die tabel voltooi deur die patroon wat ons ontdek het.

Getal driehoeke = getal driehoeke in die vorige driehoek + die getal rye in die nuwe driehoek.

Getal rye	Getal driehoeke
1	1
2	3 1 + 2 2de ry
3	6 1 + 2 + 3 3de ry
4	6+4=10 1 + 2 + 3 + 4 4de ry
5	10+5=15 1 + 2 + 3 + 4 + 5 5de ry
6	15+6=21
7	21+7=28
8	28+8=36

Antwoord: Daar is 36 driehoeke in 'n driehoek wat met 8 rye gerangskik is.

Kyk terug

Elke ry in die driehoek het meer as driehoek as in die vorige ry. Die driehoek met 8 rye sal dus so uitsien:

Ry 1 het 1 driehoek, ry 2 het 2 driehoeke, ry 3 het 3 driehoeke, ry 4 het 4 driehoek, ry 5 het 5 driehoeke, ry 6 het 6 driehoeke, ry 7 het 7 driehoeke, ry 8 het 8 driehoeke

Wanneer ons al die driehoeke optel, kry ons dan: $1+2+3+4+5+6+7+8=36$ driehoeke

Die antwoord is korrek.

Let op dat ons in hierdie voorbeeld van tabelle en diagramme/sketse gebruik gemaak het, om ons inligting te organiseer en 'n patroon te vind. Deur verskillende metodes te gebruik is diagramme algemene praktyk en veral nuttig by probleemoplossings.

2.13.7 Elimineer die moontlikhede

Die gebruik van hierdie vaardigheid maak dit vir die probleemoplosser moontlik om die aantal moontlike antwoorde te verminder (Sheffield & Cruikshank, 2005: 86). Deur die moontlikhede te verminder, word die oplossing makliker om te beheer. In die probleemoplossings konteks moet leerders moontlike oplossings lys en dan elimineer gegrond op inligting wat in die probleem gegee is. Die selekteer van 'n probleemoplossingstrategie is 'n voorbeeld van die eliminasië proses. Logiese beredenering is 'n probleemoplossingstrategie wat in alle probleemoplossing situasies gebruik word. Dit kan lei tot die eliminasië van verkeerde antwoorde, veral in "as-dan" situasies en in probleme met 'n lysbare aantal moontlike oplossings. Die volgende dien ter illustrasie van eliminerings.

Wat is die grootste twee-syfer getalle vanaf 60 en tot 89 wat deelbaar is deur 4 en waarvan die twee syfers verkiel met 5

89, 88, 87, 86, 85, 84, 83, 82, 81, 80

79, 78, 77, 76, 75, 74, 73, 72, 71, 70

69, 68, 67, 66, 65, 64, 63, 62, 61, 60

Elimineer eers die getalle wat nie deelbaar deur 4 is nie.

~~89~~, 88, ~~87~~, ~~86~~, 85, 84, ~~83~~, ~~82~~, ~~81~~, 80

~~79~~, ~~78~~, ~~77~~, 76, ~~75~~, 74, ~~73~~, 72, ~~71~~, ~~70~~

~~69~~, 68, ~~67~~, ~~66~~, ~~65~~, 64, ~~63~~, ~~62~~, ~~61~~, 60

Van die oorblywende getalle elimineer die getalle wat nie 'n verskil van vyf het nie.

88, 84, 80, 76, 72, ~~68~~, ~~64~~, ~~63~~, ~~62~~, ~~61~~, ~~60~~...

72 is die laaste getal wat oorbly.

2.13.8 Agteruit te werk

Om agteruit te werk is nuttig as jy die verlangde uitkomst weet, maar nie weet hoe om daarby uit te kom nie (Sheffield & Cruikshank, 2005:87). Dit mag makliker wees om agteruit te werk in plaas van vanaf die begin tot die einde. Die strategie kan gebruik word om die volgende probleem op te los.

Henk verkoop boksies aarbeie vanuit sy tuin. Die eerste persoon wat hy ontmoet koop die helfte van die boksies. Die volgende persoon koop 4 boksies aarbeie. Die derde persoon koop die helfte van die oorblywende boksies. Die volgende kliënt koop 7 boksies aarbeie. Henk het nou nog een boksie aarbeie oor, en gee dit vir sy vader. Hoeveel boksies aarbeie het Henk aan die begin gehad?

Dit is eenvoudig om hierdie probleem op te los indien ons vanaf die einde terug werk na die begin van die probleem.

Ons weet dat Henk een boksie aarbeie oorgehad het aan die einde.

Nadat hy 7 boksies aan die vierde kliënt verkoop het, weet ons dat hy 8 boksies oorgehad het, na die derde kliënt. $(1+7) = 8$

Indien die derde kliënt die helfte van die boksies gekoop het, moet hy 16 boksies oorgehad het na die tweede kliënt. $(8 \times 2) = 16$

Die tweede kliënt koop 4 boksies, dus sou hy 20 boksies oorgehad na die eerste kliënt. $(16+4) = 20$

Die 20 boksies was die helfte van die oorspronklike getal. Dus moet Henk met 40 boksies begin het.

2.13.9 Toneelspel (dramatisering)

Dit is 'n prettige strategie en is nuttig (Sheffield & Cruikshank, 2005:87). Dit is dikwels vir kinders nodig om 'n probleem saam met hulle maats deur te werk sodat hulle die probleem beter kan verstaan en oplos. Jy kan gebruik maak van mense of voorwerpe presies soos in die probleem beskryf, of jy kan gebruik maak items om die mense of voorwerpe voor te stel. Hierdie toneelspel mag jou na die antwoord lei, of dit mag jou help om 'n ander strategie te vind wat na die antwoord lei. Toneelspel is 'n baie effektiewe strategie vir jong kinders. Jong kinders geniet dit om toneel te speel. Dit is 'n effektiewe strategie vir demonstrasies voor die klas. In die volgende probleem kan van toneelspel gebruik gemaak word om die probleem op te los.

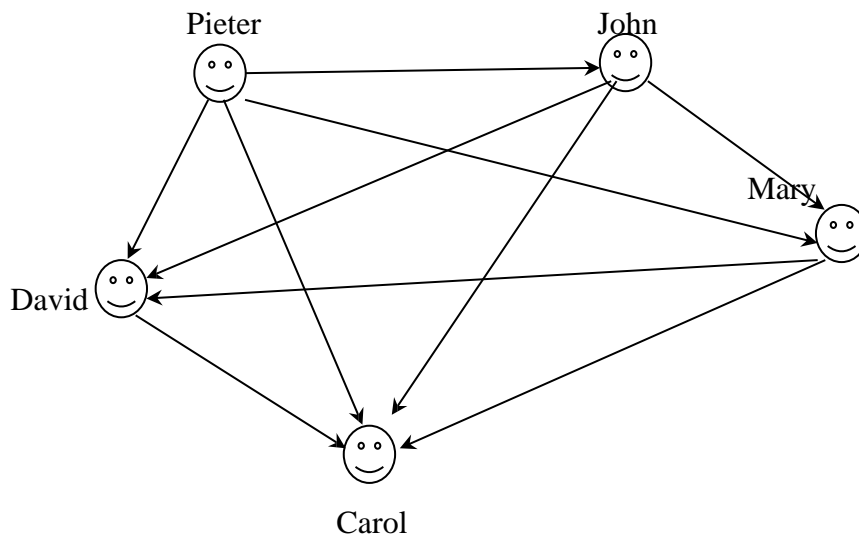
Daar is 5 persone in 'n vertrek. Elke persoon skud hande met elke ander persoon. Hoeveel handdrukke sal daar wees.

1) Vind uit :

- Ons moet die aantal handdrukke wat gemaak was, bepaal.
- Hoeveel mense was betrokke? 5
- Hoeveel keer het elkeen hand geskud? Slegs vier keer.

2) Maak 'n plan:

- Kry 5 persone om te help met die probleem.
- Teken gesiggies met elke persoon se naam langsaan.
- Het die eerste persoon hand geskud met elkeen? Hoeveel handdrukke was daar? Vier.
- Herhaal die proses vier keer met die res van die vriende.
- Skryf neer met wie elke persoon handskud.
- Dit sal soos volg lyk.
-



Figuur 2.10 : Dui die aantal handdrukke aan as 5 leerders mekaar eenkeer groet

Die aantal pylpunte dui aan dat daar 10 handdrukke was.

3) Kyk terug :

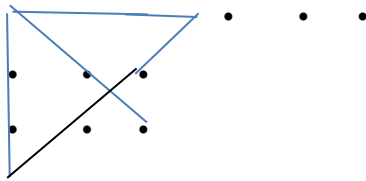
Is die vraag beantwoord? Ja

Lyk die antwoord redelik? Ja

2.13.10 Om jou gesigspunt te verander *dink* nuut!!

Hierdie strategie is 'n nuttige strategie as 'n probleem onoplosbaar lyk. (Sheffield & Cruikshank, 2005:87). Jy dink dalk dat jy die probleem verstaan, maar jy sien dalk probleme wat nie bestaan nie.

Verbind die nege kolletjies in die volgende diagram met vier lynsegmente sonder om jou potlood op te tel.



Figuur 2.11 Verander jou gesigspunt.

Hier is kreatiewe moontlikhede ondersoek en bespreek, totdat op hierdie oplossing besluit is.

2.14 SAMEVATTING

In hierdie hoofstuk is gefokus op hoe die verskillende leermetodes 'n invloed op die effektiewe leer en onderrig van wiskunde uitoefen. Daar is onder meer gekyk wat effektiewe leer en onderrig behels. Die deduktiewe en induktiewe metodes van onderrig is met mekaar vergelyk. By die deduktiewe metode is die onderwyser meer sentraal in die onderrig van wiskunde, terwyl die klem in die induktiewe metode verskuif na die kind. Piaget se drie tipes kennis, naamlik fisiese-, logieswiskundige- en sosiale kennis se invloed op die verwerwing van kennis is vergelyk en bespreek.

Die ondersoekende benadering tot leer is 'n vorm van leer waarby leerders sentraal tot, en betrokke kan wees by hul eie leer van wiskunde asook die manier waarop hierdie metode van leer plaasvind. Tydens die ondersoekende benadering moet verskeie faktore aangewend word om inligting te bekom en vaardighede te ontwikkel.

Die tradisionele metode van onderrig is vergelyk met die probleemoplossingsbenadering ten opsigte van die rol van die kind, die onderwyser, take en materiaal en assessering. In die tradisionele benadering is die onderwyser oorwegend in beheer van die klas en die leerders slegs die ontvanger van kennis. Wat betref die probleemoplossingsbenadering meng die onderwyser so min as moontlik direk in by die leer van wiskunde. Net wanneer dit nodig is raak die onderwyser betrokke. Die onderwyser tree slegs as fasiliteerder op. In vergelyking daarmee moet leerders presies weet wat om te doen om probleme te kan oplos. Goeie wiskundig geselekteerde take en materiaal het 'n positiewe invloed op die leer van wiskunde en die leerders se verwerwing van kennis en die verbreding van hul vooraf kennis. Dit stimuleer die leer van wiskunde. In die geval van die tradisionele benadering word daar daaglik hoofsaaklik oefeninge vanuit die handboek aan die leerders gegee om te doen. Die daaglikse herhaling daarvan maak dat dit baie vervelig raak vir die

leerders aangesien 'n bepaalde roetine gevolg word. Leerders ontwikkel 'n gevoel dat wiskunde van geen waarde is.

Assessering in die geval van die tradisionele benadering is slegs gemik op dit wat reg en verkeerd is en daar bestaan geen verwantskap met ander vakke nie. Met hierdie metode van assessering kan beswaarlik bepaal word watter gebreke daar by leerders bestaan. In die geval van die probleemoplosbenadering lig assessering die gebreke wat leerders ervaar in die leer van wiskunde uit soos waarin hulle te kort skiet en waarin hulle goed is. Dit word gedoen deur middel van diagnosering en verslaggewing. Verskeie meetinstrumente word gebruik om presies vas te stel wat leerders se sterk- en swakpunte in die verskeie stappe of prosesse in die oplos van probleme is.

Daar bestaan 'n sterk verband tussen metakognisie en die probleemoplossingsbenadering wat betref die verstaan van die probleem, beplanning, besluitneming en die uitvoer van die besluit oor 'n oplossing.

Konstruktivisme is 'n interessante nuwe tendens wat in opvoedkunde na vore gekom het. Dit het die klem laat verskuif vanaf die onderwyser na die leerder. Konstruktivisme wys vir ons hoe die leerder ingestel is ten opsigte van sy eie leer en hoe hy die kennis waaroor hy beskik moet gebruik om probleme op te los. In konstruktivisme neem die leerder verantwoordelikheid vir sy eie leer en is meer aktief betrokke in die leerproses. Die leerder bou selfkennis op en ontdek deur sy vorige ondervinding nuwe dinge en brei verder daarop uit. Deur konstruktivisme vind daar aansluiting tussen die leerders onder mekaar plaas,

Deur die navolging van koöperatiewe leerbeginsels los leerders makliker probleme op, want hulle leer om mekaar in die leerproses te ondersteun en leer van mekaar. Deur middel van koöperatiewe leer slaag leerders om probleme op te los wat hulle nie noodwendig alleen sou oplos nie.

Die verskeie prosesse van probleemoplossing tesame met die stappe is in diepte bespreek. Volgens die onderskeie skrywers bestaan die prosesse van probleemoplossing nie almal uit dieselfde aantal stappe of fases nie. Hierdie stappe is egter deur verskeie skrywers ontwikkel, onder ander Polya (1957:5) en Buris (2010) en Lester (1985) het die stappe aangepas. Volgens Newell Simon (1972) bestaan die probleemoplossingsmodel uit vyf stappe. Die onderskeie sleuteleienskappe van probleemoplossing is van nader bekyk en waaroor leerders moet beskik terwyl hulle besig is met probleemoplossing. Die verskillende onderrigstrategieë van probleemoplossing en die rol wat dit speel in die onderskeie stappe tesame met voorbeelde is in hierdie hoofstuk weergegee. Daar is eintlik

net 4 basiese stappe, maar sommige skrywers brei dit uit na 5. Ons volg die 4-stap model in hierdie studie.

HOOFSTUK 3

KEUSE VAN PROBLEME EN TAKE, ASOOK DIE ROL VAN DIE ONDERWYSER IN 'N PROBLEEMOPLOSSINGSKLASKAMER.

3.1 INLEIDING

In Hoofstuk 2 is die verskillende leerteorieë bespreek en hoe die onderwysers dit kan gebruik in hul klaskamers om leerders te leer hoe om probleme op te los. Die verskillende onderrigbenaderings, verwerwing van tipes kennis, waaroor leerders behoort te beskik is beredeneer en hoe dit aangewend kan word in die problemoplossingbenadering. **Getalbegrip-Ontwikkeling** is bespreek en op watter vlakke leerders behoort te wees ten einde na die volgende vlak te kan gaan. Waar daar in die vorige hoofstuk meer gekonsentreer is op die vermoëns waaroor leerders moet beskik, en van watter leerteorieë, en onderrigbenadering gevolg moet word, en kennis waaroor leerders moet beskik, is die fokus in Hoofstuk 3 op die verskillende tipes probleme waarmee leerders gekonfronteer mag word. Die doel van hierdie hoofstuk is om die verskillende probleemtipes te identifiseer en te kategoriseer. In hierdie hoofstuk word die manier waarop strategieë soos die heuristiese strategie, die gebruikmaking van konseptuele kennis, en probleemoplossing assulks bespreek. Daar word ondermeer gekyk na die kriteria waarvolgens die selektering van probleme, en die kenmerke van goeie probleme, saamgestel word. Die rol van die onderwyser as fasiliteerder en kenmerke waaroor goeie fasiliteerders moet beskik, word na vore gebring. Waarneming word verduidelik, en die verskil tussen leerder waarneming en onderwyser waarneming word bespreek.

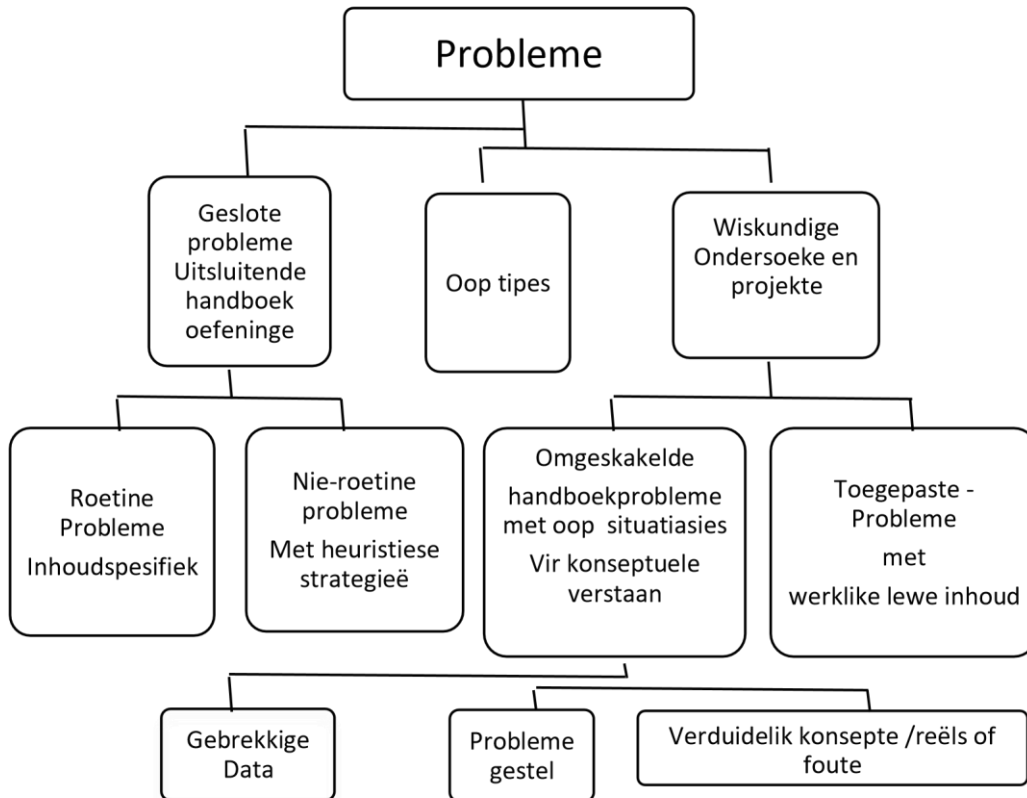
3.2 PROBLEEMTIPE

3.2.1 Inleiding

In die wiskundeklaskamer word normaalweg verskillende tipes probleme gebruik (Mochesela 2007:26). Volgens Yee (1999:136) word probleme in twee hooftipes gekategoriseer, naamlik geslote en oop vrae. geslote tipe en “open-ended” tipe. “Open-ended” probleme bestaan uit geselekteerde probleme uit die handboek vir konseptuele verstaan, en probleme wat verband hou in die konteks van die werklike leewêreld. Way (2011:1) skryf dat alle tipes probleme nuttig is, maar die bemeestering en gebruik van 'n verskeidenheid tipes probleemoplossingstegnieke sal kan help om spesifieke doelwitte te bereik. Sommige probleme benodig die herroep van feite of prosedures, ander stimuleer die gebruik van verskillende strategieë, ander is afhanklik van logika en redenering, sommige het

veelvoudige oplossings, en nog ander vereis besluitneming en skeppende denke. Oor die algemeen het oop-tipe probleme groter potensiaal om hoër-orde wiskundige denke te stimuleer.

Dit is omdat dit 'n soeke na patrone en verwantskappe insluit. Dit kan ook deur 'n wyer verskeidenheid leerders wat op verskillende vlakke van ontwikkeling is, gedoen word.



Figuur 3.1 : Klassifikasie skema van wiskundige probleme (in Yee 1999:136)

3.2.2 Geslote tipe probleme

Met geslote probleme word die doelwit duidelik gestel en daar is net een korrekte antwoord (Becker & Shimada (1997 in Yeo, 2007:12). Die leerder moet produktief redeneer en nie net herhaal wat die onderwyser gedoen het nie. Sulke probleme word gebruik om hoër-denke, analitiese denke, en vaardighede te assesser. Die probleme behels dikwels heelgetalle, breuke, verhoudings en persentasies. Die een korrekte antwoord kan altyd op 'n vasgestelde wyse gevind word. Hierdie probleme sluit inhoud-spesifieke roetine probleme, wat meer stappe verg voor daar 'n oplossing is, asook nie-roetine heuristies ge-baseerde probleme in. Figuur 3.2 is 'n voorbeeld van inhoudspesifieke roetine probleme wat meer stappe vereis.

Minah het 'n sak rys. Haar familie eet elke dag dieselfde hoeveelheid rys. Na drie dae $\frac{1}{3}$ is van die sak rys oor. Na nog 7 dae het sy 24 kg rys oor. Hoeveel rys was daar oorspronklik in die sak.

Figuur 3.2 : Inhoud-spesifieke roetine veelstap probleem (in Yee 1999 :136)

Klem is op die gebruik van heuristiese strategieë soos raai en gaan dan na, werk sistematies, probeer eenvoudiger gevalle, tabuleer die data, soek na 'n patroon, veralgemeen ensovoorts.

Leerders moet duidelik tussen verskillende antwoorde kies (Stepánková & Emanoský 2011:114). Hierdie tipe vraag word meer dikwels gevra. In geslote probleme kan die antwoord op vasgestelde maniere vanaf die data afgelei word (Yee 1999:136). Om hierdie probleme op te los moet die oplosser produktiewe denke gebruik in plaas daarvan om net te onthou. Dit sluit die take in handboeke in. Die hoofdoel van handboekprobleme is dat die leerder moet oefen om prosedures te volg (Lester 1980 in Yeo, 2007:12) maar baie opvoeders (bv. Schoenfeld, 1988) glo dat hierdie vaardighede van beperkte nut is in nuwe situasies.

3.2.2.1 Roetine probleme

Dit is probleme wat meestal in handboeke gesien word en deur die basiese bewerkings opgelos kan word (Akyüz, 2020:1). Volgens Hershkowitz (2001 in Celebioglu, Yazgan, Ezentas, 2010:1) herken leerders wat roetine probleme oplos, sekere strukture en bou dan daarop voort. Dit is maklik om op te los en eenvoudige berekeninge is nodig, een van die vier basiese berekeninge, optel, aftrek, vermenigvuldig en deel, te gebruik. Deur goed te wees met rekeningkunde en om twee getalle bymekaar te kan tel met die gebruik van 'n potlood en papier of 'n sakrekenaar, waarborg nie sukses met roetine probleme nie. Dit is belangrik om te weet watter prosedures om te gebruik. Bekende of voorgeskrewe prosedures word gebruik en die leerders se vermoëns kan maklik deur middel van toetse ge-assesseer word. As leerders eers die betekenis van 'n rekenkundige operasies/bewerkings verstaan, kan hulle dit op enige probleem as deel van 'n roetine toepas.

Roetine probleme moet ook meer komplekse probleme insluit, wat die gebruik van meer as een tipe rekenkundige operasie vereis (Anon, 2018:2). Kompleksiteit van 'n probleem kan bewerkstellig word deur Fermi probleme te kies. Fermi se benadering behels die volgende, nl. dit is om algemene kennis in te span, en growwe skattings van bv. hoeveelhede te gebruik om probleme op te los deur middel van die gebruik van 'n benaderde getal. Aldus word Fermi se probleme dan gekenmerk deur die vereiste om te skat of om relevante data te bekom. Hulle sluit gewoonlik die gebruik van ten

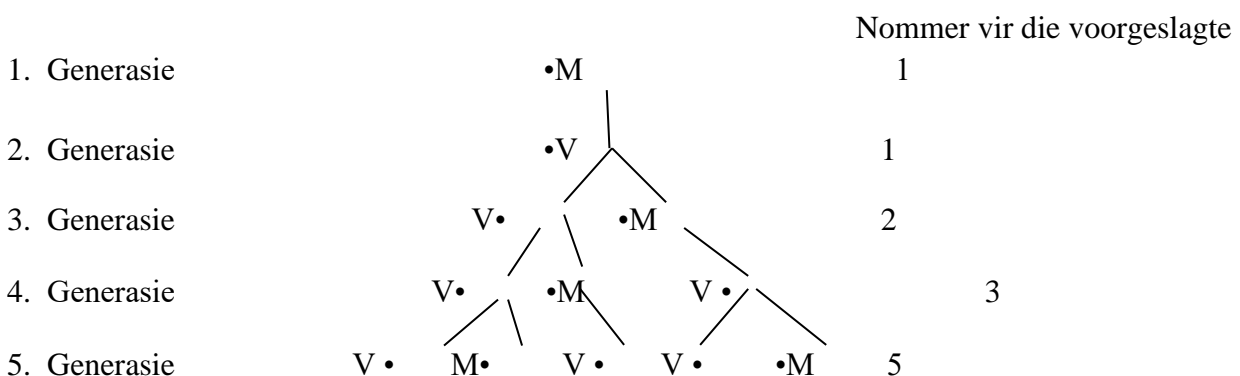
minste een rekenkundige bewerking, asook iets anders in (bv. hoe om die area van 'n driehoek te bereken). Hier is 'n voorbeeld van 'n Fermi probleem. *Hoeveel motors is daar in Manitoba?* Om hierdie Fermi probleem op te los sal 'n leerder moet skat of inligting bekom oor hoeveel mense in Manitoba woon, en hoeveel van hulle motors besit. Van hierdie waardes moet geskat word, en is onmoontlik om te bekom. Die antwoorde kan dus verkeerd wees. Leerders moet egter hulle beredenering kan regverdig in terme van die betekenis van die rekenkundige bewerkings, en in terme van die relevansie van die versamelde/geskatte inligting.

3.2.2.2 Nie-roetine probleemoplossing

Die oplos van nie-roetine probleme het 'n ander funksie. Die leerder moet 'n verskynsel wat vir hom nuut is, konstrueer, daarvoor nadink asook oor die verwantskap daarvan met ander verskynsels (Celebioglu, Yazgan, Ezentas, 2010:2968). Die oplos van nie-roetine probleme help die leerder om oplossingsvaardighede te ontwikkel Stanick en Kilpatrick (1988 in Celebioglu, *et al.*, 2010:1). Daar is nie voor die handliggende, maklike oplossings vir nie-roetine probleme nie, en ook nie altyd maklike berekeninge nie. Die inhoud moet organiseer en geklassifiseer word. Patrone moet herken word. Die oplos van hierdie tipe probleem help vir die leerder om logies en wiskundig te dink. Dit is skeppend en verbeter wiskundige denke en redenasie vermoë. Onderwysers gebruik hierdie tipe probleem om leerders uit te daag en te motiveer. Leerders vind die probleme interessant, want die uitdaging is dat die leerder abstrak moet dink, en beweeg van die spesifieke na die algemene. Hierdie tipe denke is belangrik in vandag se tegnologiese wêreld. Daar is geen voorgestelde, vooraf uitgewerkte wyses om hierdie probleme op te los nie.

'n Manlike by word uit 'n onbevrukte eier gebore en 'n vroulike by uit 'n bevrugte eier. Met ander woorde 'n manlike by het alleenlik 'n moeder maar 'n vroulike by het 'n moeder en 'n vader. Hoeveel geslagte in totaal het 'n manlike by as ons tien geslagte teruggaan?

Hierdie probleem kan met behulp van die diagram in figuur 3.3 opgelos word. In die diagram staan die V vir vroulik en die M vir manlike bye.



Figuur 3.3 Oplossing vir 'n nie-roetine probleem (in Celebioglu, B , Yazganb, Y &

Ezentas, R. 2010: 2968)

Dit gaan pertinent direk oor die oplos van probleme in die daaglikse lewe. Hierdie benadering gaan oor die ontwikkeling van 'n leerder se vermoë om wiskundig te redeneer en om te begryp dat wiskunde skeppend van aard is. Leerders kan nie-roetine probleme as uitdagend en interessant beleef en onderwysers kan dit gebruik om die leerder se begrip van idees en algoritmes te verdiep.

Hierdie tipe probleme moedig 'n leerder aan om meer abstrak te dink, iets wat in vandag se tegnologiese, komplekse, en veeleisende wêreld belangrik is. Sommige onderwysers bied net vir die meer begaafde leerder die kans om nie-roetine probleme op te los. Nie-roetine probleemoplossing behoort nie beperk te word tot spesiale leerders wat gou die gewone werk afhandel nie. Al die leerders behoort deel te neem en kan voordeel trek uit hierdie tipe denke.

In die TIMSS 2011 (Assessment Frameworks – Timss & Pirls International Study Centre) raamwerk is nie-roetine probleme wat nie aan die leerders bekend is nie (Marchis 2012:1). Om sulke probleme op te los moet die leerder se probleemoplossings vermoë ontwikkel word. Onderwysers lê selde in hulle klaskamers klem op hierdie probleme. In die oplos van nie-roetine probleme lê die klem op organisasie en interpretasie van die probleem en nie op die toepassing van 'n algoritme nie (Daane & Lowry 2004:25). Hierdie probleme moedig logiese denke aan, verbeter die leerder se begrip van konsepte, ontwikkel beredenering, en die leerder se vermoë om abstrak te dink en maak dit moontlik om wiskundige vaardighede oor te dra op ander situasies. Dit is moeilik vir die onderwyser om hierdie tipe probleem te versamel want min van hulle word in handboeke ingesluit. In nie-roetine probleemoplossing word van heuristiese prosesse gebruik gemaak en nie algoritmes nie, maar heuristiese prosedures of strategieë waarborg egter nie 'n oplossing tot die probleem nie, dit verskaf wel 'n manier om die oplossing te ontdek (Gilfeather & del Regato, le Blanc, 2012:1).

3.2.2.3 Heuristiese Prosesse

Die woord “heuristiek” beskryf die literatuur oor wiskundige probleemoplos-strategieë (Schoenfeld (1992:5). Die heuristiese benadering lei tot die gebruik van veelvoudige prosesse en verbeter die leerder se selfvertroue en wiskundige denkvermoë. Dit behels algemene praktiese metodes wat tydens probleemoplossing gebruik word (Hardin, 2002:228), wat beteken dat die leerder moet weet wat onbekend is, asook wat die doelwit is. Hy kan dan 'n diagram teken, aan soortgelyke probleme dink, of veralgemeen. Heuristiek is tipiese inligting wat die leerder kan gebruik as hulle tydens probleemoplossing besluite moet neem (Wilson, Fernandez & Hadaway s.j.7:). Aldus help heuristiek

met die genereer van oplossings omdat dit moontlike oplossings suggereer i.p.v. om spesifieke oplossings te bied.

‘n Ander tipe heuristiek is *beskikbaarheidsheuristiek* wat gebaseer is op spesifieke elemente wat maklik uit die geheue opgediep kan word (Hardin 2002:228). Analogiese redenering is hier ook van belang. Dit behels dat die leerder dink aan soortgelyke kenmerke in ander probleme. Daar kan ook aan ‘n model (simulering) gedink word om die oplossing te voorspel. Hierdie prosesse kan ook op ander gebiede van die lewe toegepas word. Die gebruik van inhoud-spesifieke kennis is veral in die veld van wiskunde en rekenaarwetenskap belangrik, maar ook by algemene probleemoplostegnieke.

Heuristiese prosesse sluit ook die probeer-en-tref metode in (Goldin, 2004:59). Hy lê ook klem op voorafbeplanning in die gebruik van spesifieke prosesse en op veralgemening. Leerders se probleemoplos vermoëns verbeter na die gebruik van heuristiese benaderings aldus (Chavez, 2007:1). Leerders stel belang en reageer kreatief. Akinsola (Hoon *et al.*, 2013:1) lê klem daarop dat die onderwyser wiskundige idees moet saamvoeg (sintetiseer) tydens die onderrigproses. Die leerder moet leer om tydens probleemoplossing onafhanklik te dink, en heuristiese proses kan help hiermee. Daar is sprake van kennis in die onderbewussyn waar skeppende idees vandaan kom. Die heuristiese benadering lei ook tot die kommunikasie van idees.

Daar is twee tipes nie-roetine probleemoplossituasies, nl. staties en aktief (del Regato, Gilfeather & LeBlanc, 2012:1). Statiese nie-roetine probleme het ‘n vaste doelwit, en die elemente wat gebruik word om die probleem op te los is nie bekend nie. In statiese probleme moet die leerder kennis dra van prosedures sodat hy ‘n prosedure kan kies, en besluit of dit toepaslik is. Soms moet hy die prosedure aanpas. In statiese nie-roetine probleme is die doelwit asook die elemente vasgestel. Om ‘n legkaart te bou is ‘n voorbeeld hiervan. Die doel is om die prentjie te bou en net die stukkies van die legkaart is beskikbaar. Die leerder kan besluit op die metode. Aktiewe nie-roetine probleemoplossing kan ‘n vaste doelwit, en veranderende elemente, of ‘n veranderende of alternatiewe doelwit, en vaste elemente, of veranderde, of alternatiewe doelwitte met veranderende elemente hê. Die Oregon Departement van Opvoedkunde (1991 in Mabilangan *et al.*) beskryf die leerder se begrip van nie-roetine probleme soos volg:

- (i) Eerste tipe kennis wat ‘n leerder nodig het - konseptuele kennis

Die leerder moet die konsepte in die probleem verstaan sodat hy die relevante inligting kan uitlig en daarvolgens op ‘n strategie vir die oplossing van die probleem kan besluit. Dit verwys na konseptuele

kennis waaroor die leerder moet beskik. Konseptuele kennis word beskryf as 'n web van inligting waarin die skakels tussen brokkies inligting net so belangrik is as die individuele brokkies (Goldman & Hasselbring in Miller & Hudson, 2007:49). Die proses van skakeling kan wiskundige konsepte wat in die leerders se geheue gestoor is, betrek (Bulgren, Lenz, Deshler, & Schumaker, 1995; Goldman *et al.*, in Miller *et al.*, 2007:49). Die leerder kan byvoorbeeld besef dat by die optelproses twee groepe bymekaar gevoeg word om 'n groter groep te vorm, en dat by aftrekking iets van die groter groep weggeneem word om 'n kleiner groep te vorm. Die leerder se konseptuele kennis word vergroot as hy besef dat daar 'n verhouding tussen optel en aftrek bestaan.

'n Praktiese toepassing hiervan is dat die leerder verstaan dat as hy R 4 (vier rand) by sy noodfonds "leen", hy weer R 4 (vier rand) sal moet spaar om by die oorspronklike totaal van R 10 (tien rand) te kom. (d.w.s., $10 - 4 = 6$ en $6 + 4 = 10$). 'n Ander tipe skakeling vind ook plaas naamlik die skakeling van nuwe kennis met kennis wat in die geheue gestoor is (Bulgren *et al.*, 1997 in Miller *et al.*, 2007:49).

'n Leerder verstaan byvoorbeeld die konsep "groter as" en "kleiner as" in terme van hoeveelheid (bv vyf beskuitjies is meer as drie beskuitjies) maar later besef hy dat die konsep ook betrekking het op afstand ('n kilometer is verder as 'n sentimeter). Konseptuele kennis behels 'n dieper begrip van die betekenis van wiskundige konsepte. As die leerder hierdie kenmerke herken, kan hy begin veralgemeen. Hy kan ook hierdie begrip op ander situasies oordra (Kame'enui & Simmons 1990 in Miller *et al.*, 2007:49). Konseptuele kennis is nodig vir sukses in die oplos van probleme veral as dit kom by nuwe probleme binne en buite die klaskamer (Hudson *et al.*, Miller, 2006; NCTM, 2000). Leerders met 'n begrip van konsepte verstaan die verwantskappe tussen konsepte en kan nuwe idees aanpas by kennis waaroor hulle reeds beskik. Leerders wat 'n gebrekkige kennis het van 'n algoritme, wend dit soms verkeerd aan omdat hulle nie die konsep daaragter verstaan nie. Dit is nodig dat 'n leerder die sin en redenasie agter die metode moet verstaan. Volgens (Devlin 2007 in Mabilangan, Limjap en Belecina, 2001:25) sluit dit die uitken van patrone, en die herkenning van sekere kenmerke in. Die oplos van probleme verg dikwels die gebruik van verskillende vaardighede, soms in kombinasie, en kan nie altyd deur onderwysers onderrig word nie. Die leerder moet onafhanklik kan dink. Volgens Wiesen (2003 in Mabilangan *et al.*, 2011:26) moet 'n leerder buigsaam wees en verskillende strategieë kan uittoets. Hy moet ook die akkuraatheid en redelikheid van 'n antwoord kan beoordeel en assesseer.

(ii) 'n Tweede tipe kennis wat 'n leerder nodig het - kennis van prosedures

Die tweede tipe kennis wat leerders benodig om wiskunde te bemeester, is **kennis van prosedures**. Hierdie kennis is die vermoë om 'n stel opeenvolgende stappe te volg om sodoende 'n wiskundige taak te voltooi (Bottge, 2001:105). Dit word benodig om wiskundige berekeninge te doen, maar ook om in die alledaagse wêreld kleingeld te gee in 'n kooptransaksie, of om die area van 'n kamer te bereken. Die leerder moet kennis dra van prosedures sodat hy kan besluit of 'n prosedure toepaslik is, en of dit dalk aangepas moet word. Benhur (2006 in Mabilangan *et al.*, 2011:26) beskryf hierdie kennis as die gebruik van taal of simboliese voorstellings om 'n probleem op te los. Dit sluit die gebruik van potlood en papier, sakrekenaars en rekenaars, in.

Daar is vyf gidslyne vir die ontwikkeling en aanpassing van prosedures (Hudson & Miller & 2006, Ellis & Lenz, 1987) in (Miller *et al.*, 2007:52)

Die vyf gidslyne is

1. Die strategie moet 'n stel stappe wat tot 'n oplossing lei insluit.
2. Dit moet moontlik wees om die stappe te veralgemeen. Die stappe moet van toepassing wees op alle voorbeelde van die probleem.
3. Elke stap moet lei tot aksie (bv. die neerskryf van 'n antwoord of die gebruik van 'n tegniek).
4. Die bewoording van die stappe moet eenvoudig wees, en
5. Dit sal help as daar 'n maklike manier is om die stappe te onthou (bv. 'n geheueympie).

(iii) Derde tipe kennis wat 'n leerder nodig het - verklarende kennis ("declarative knowledge").

Die leerders moet die vaardigheid hê om die strategie toe te pas. Dit vereis insig en redeneringsvermoë. Derhalwe is hierdie derde tipe kennis wat 'n leerder nodig het om sukses in wiskunde te behaal verklarende kennis ("declarative knowledge"). Verklarende kennis, is kennis wat die leerder onmiddellik uit sy geheue kan oproep. As hy bv. die syfer 3 sien, sê hy onmiddellik "drie", of hy erken onmiddellik die vorm van 'n driehoek. Die ontwikkeling van hierdie tipe kennis vereis oefening. Daar is verskillende tegnieke wat gebruik kan word om die leerder se geheue te versterk. Een so 'n tegniek behels die gebruik van flitskaarte. Die vraag of wenk staan op die kaart. Die leerder moet dan binne 'n bepaalde tyd (3 tot 5 sekondes) die antwoord gee. Die vrae word herhaal totdat die leerder die antwoord onthou. Dit is die "Constant time delay" tegniek van (Koscinski & Hoy 1993 in Miller *et al.*, 2007:53).

Met die onderrig van hierdie tipe kennis is die reaksie tyd belangrik. Die reaksie moet outomaties en vinnig wees (Miller *et al.*, 2007:53). Dit is ook belangrik dat die onderwyser monitor watter vrae reg beantwoord is, en watter verkeerd is. As flitskaarte gebruik word, kan hulle by voorbeeld in twee hopies geplaas word. Die onderwyser weet dan waar nog oefening nodig is.

Alhoewel daar hier gepraat word van drie tipes kennis, is daar sterk interaksie tussen hulle. Ten einde 'n probleem om te los moet 'n leerder steun op sy kennis van prosedures. Verklarende kennis vorm dus die grondslag van kennis van prosedures, sodat die leerder hierdie kennis kan oproep om 'n probleem op te los. Kennis van prosedures, en kennis van konsepte ontwikkel gewoonlik saam, en 'n verbetering in die een lei gewoonlik tot verbetering in die ander (Rittle- Johnson & Alibali, 1999; Rittle-Johnson, Siegler, & Alibali, 2001 in Miller *et al.*, 2007:54).

3.3. Oop Tipe Vrae

Oopvrae ["Open-ended"] verwys na 'n vraag of probleem wat meer as een korrekte antwoord het, asook meer as een strategie om die vraag te beantwoord (Pelfrey, 2000:3). Daar word van die leerders verwag om hulle antwoorde te verduidelik en te motiveer. Met hierdie tipe vrae is die doel nie om kits oplossings vir die vrae te kry nie, nee, die primêre doel van hierdie vrae is om te leer hoe om verskillende strategieë te gebruik en om die wiskundige kennis van die leerders te verbreed, asook die ontwikkeling van hulle kreatiewe denke. Volgens Nohda (in Wahid, 2002) bevorder die oplossing van hierdie probleme in die ontwikkeling van skeppende denke. Dit lei tot 'n interaksie tussen die vak wiskunde en die leerders. Tydens onderrig word die volgende benodig: handboeke, lesplanne, werksblaaië en leeruitkomst.

Oopvrae, ("open-ended questions") is vrae waarvoor die leerder vry is om self 'n antwoord uit te dink Stepánková & Emanoský (2011:1). In hierdie probleme ontbreek daar dikwels data en aannames, en daar is nie 'n vaste prosedure wat die korrekte antwoord waarborg nie (Yee, 1999: 137). In 'n oopvraag-probleem opdrag is daar meer as een korrekte antwoord wat beteken dat die antwoord meervoudig of oop is. Becker en Shimada (1997 in Yeo, 2007:12) noem hierdie tipe probleme, *oop-probleme*, omdat dit daarop dui dat die antwoord van die probleem eers aan die einde van die proses duidelik navore kom.

Way (2011:1) is van mening dat oop tipe probleme groter potensiaal het om hoër-orde wiskundige denke te stimuleer. Die rede hiervoor is omdat dit 'n soeke na patrone en verwantskappe insluit.

Hierdie probleme kan ook deur 'n groter verskeidenheid leerders wat op verskillende vlakke van ontwikkeling is, gedoen word. Tydens die oplossing van oop probleme is daar baie moontlike antwoorde wat op veelvoudige maniere bereik kan word. Die *fokus* is nie op die antwoord nie, maar op die *metode* wat gebruik word om daarby uit te kom. Die probleem moet redelik moeilik wees sodat die leerder dit as 'n uitdaging kan beleef. Dit moet nie 'n nie-roetine probleem wees nie, sodat die moontlikheid uitgeskakel word, dat leerders slaafs, sonder inspanning of nadenke, terugval en voorgeskrewe roetine oplossingsmetodes probeer gebruik.

Tydens die oplossing van oop probleme is die leerder self verantwoordelik vir die besluite wat in die verlede deur die onderwyser of die skrywer van die handboek geneem is. Die leerder bou op sy voorkennis en sy ondervinding met verwante probleme. Die leerder mag eksperimenteer voordat hy by 'n antwoord uitkom. Hy moet dan nadink daaroor en aan ander verduidelik wat hy gedoen het. Hy moet vasstel hoekom die een spesifieke oplossing gewerk het, en die ander nie. Hieruit leer die leerder. Derhalwe is duidelik dat dit nodig is dat onderwyser as fasiliteerder sy verantwoordelikheid opneem om "goeie" take of probleme te kies. So skep hy omstandighede waarbinne die student se denke optimaal kan ontwikkel. Ongelukkig gebeur dit nie altyd juis so nie. Hierdie probleme is dikwels nie duidelik geformuleer nie, al die data word bv. nie gegee nie. Daar is ook nie 'n vasgestelde prosedure wat gevolg moet word nie.

3.3.1. Tipes Oop probleme

3.3.1.1. Nie al die data of aannames word gegee nie.

Onvolledige data is 'n herhalende probleem wat kan lei tot vooroordeel of ondoeltreffende ontleding (Horton & Kleinman, 2007:1). Verlore data kan toegeskryf word aan vele redes, soos bv. ontwerp en as gevolg van die veranderinge wat plaas gevind het. Onvolledigheid met die daarstelling van 'n probleem is destruktief, want dan is dit moeilik om die probleem korrek te identifiseer (Anon, s.jb:1). Dit is nie altyd duidelik of die onvolledigheid die resultate sal beïnvloed nie, maar dit kan groot probleme veroorsaak. Die meeste statistiese prosedures elimineer outomaties onvolledige data, wat beteken dat daar dalk op die ou end te min data is om te ontleed.

3.3.1.2 Te min data

Wanneer daar te min data is, kan dit lei tot misleidende resultate wat dan weer op 'n bevooroordeelde manier voorgestel kan wees. Indien sekere aspekte van jou teikengroep ontbreek kan die moontlikheid bestaan dat daardie gedeelte nie verteenwoordig is nie. Dit kan weer lei tot 'n gaping in die analise van die data wat die navorser wou ontleed. Veronderstel daar word van 'n groep

klante gevra wat hulle ouderdomme is, indien jy die gemiddelde wou bepaal op grond van die inligting tot jou beskikking, sal die gemiddelde ouderdom vir die groep 39 jaar wees soos in kolom 1 van (Tabel 3.2). Weens die ontbreking van sekere data is dit duidelik dat 'n sekere onderdomsgroep nie verteenwoordigend is nie, so die eindresultaat sal dus nie korrek wees nie. Die resultate sou moontlik anders gewees het, indien die navorser almal se ouderdomme tot sy beskikking gehad het. Veronderstel diegene wat jonger is, het nie gereageer nie, die gemiddelde ouderdom sou dan 29 jaar wees soos in kolom 2 van (Tabel 3.2). Die antwoord vir die vraag sou dus toon dat die jeug in die spesifieke groep onderverteenvoortwoordig is, wat dan lei tot 'n verkeerde antwoord.

Geval	Ouderdom	Geslag	Huis	Opvoeding	Werk
1		Vroulik	Nee	16	Nie-Professioneel
2	22	Manlik	Nee		Nie-Professioneel
3	39	Manlik		20	Professioneel
4		Vroulik	Ja		Professioneel
5	40	Manlik	Ja	16	Nie-Professioneel
6	22	Vroulik	Nee	16	
7	37	Manlik	Ja	18	Professioneel
8	39	Manlik	Ja	20	Professioneel

Tabel 3.1 : (<https://www.bauer.uh.edu/jhess/documents/2.pdf>:3)

3.3.1.3 Misleidende resultate

Onvolledige data kan lei tot misleidende resultate (Anon, s.jb:3). As 'n segment van die bevolking nie reageer nie, word hulle onderverteenvoortwoordig. As jy bv. die ouderdom van jou klante ondersoek en die jongere klante weier om te antwoord, sal jou gemiddelde ouderdom resultaat verkeerd wees.

Dieselfde geval met ontbrekende data	Dieselfde geval met vol data
-	21
-	22
39	39
-	20
42	42
-	18
37	37
39	39

Kolom 1 se gemiddeld is 39
maar kolom 2 s'n is 29 –
met al die data.

Tabel 3.2 : Onvolledige data kan 'n impak hê op die resultate.

Hier is die gemiddelde ouderdom 39,75 as die onvolledige data geignoreer word. Met volledige data is die gemiddelde ouderdom 29,75 Voorbeeld:

Daar is appels op 'n tafel en appels in 'n klein mandjie. As daar altesaam 50 appels is, hoeveel appels is op die tafel? Verduidelik jou antwoord.

Figuur 3.4 Probleem wat geformuleer is (in Yee, 1999:138)

Hierdie is nou 'n oop probleem

$(x; y) / x + y = 50; 1 \leq x \leq 49, 1 \leq y \leq 49; x, y \in N$ of

te wel

$$\{(x; y) : x + y = 50; 1 \leq x \leq 49, 1 \leq y \leq 49; x, y \in N\}$$

3.3.1.4. Die probleem moet 'n konsep/prosedure/fout verduidelik

Hierdie benadering tot probleemoplossing behels die uittoets van 'n aantal verskillende benaderings en die verwerping van die oplossings wat nie werk nie. Hierdie benadering is 'n goeie opsie as slegs 'n aantal beperkte keuses beskikbaar is. As daar baie moontlike oplossingmetodes is, is dit beter om 'n ander oplossingstegniek te gebruik om die opsies te beperk voordat jy die probeer-en-tref benadering gebruik.

Voorbeeld

'n Getal met drie syfers is altyd groter as 'n getal met een of twee syfers. Sommige leerders sal redeneer dat 3,24 groter as 4,6 omdat dit meer syfers het. Die rede is: Vir die eerste paar jaar het hulle geleer van heelgetalle waar die syfers'-reël werk.

3.3.1.5. Die probleem moet geformuleer word.

Deesdae word baie aandag geskenk aan die stel van 'n probleem (Rosli, Capraro & Capraro,

2014:227). Die stel van 'n probleem word beskou as 'n nuttige kognitiewe aktiwiteit, en 'n aktiwiteit wat die aard van die onderrig van wiskunde in die klaskamer kan verander. The National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) beklemtoon die belangrikheid van die stel van 'n probleem as 'n manier van 'n *klaskamer-intervensie-strategie* vir die hervorming van skoolwiskunde. Die stel, en oplos van probleme word nou aanvaar as die middelpunt van wiskundige denke. Leerders geniet dit, want dit is 'n skeppende aktiwiteit. Dit is 'n integrale deel van onderrig deur middel van probleemoplossing.

As leerders self probleme stel (formuleer) verdiep en verbreed dit hulle begrip van wiskunde. Die stel van probleme en vrae is ook 'n broodnodige deel van alle ondersoekende aktiwiteite. Leerders moet 'n gewoonte maak van die stel van vrae soos “Wat indien...?” “Sê nou maar....?” en “Wat sal die gevolg wees as...?” So bou die leerder aan 'n lys van “nuttige vrae” om te stel.

As die onderwyser die oorspronklike probleem of taak kies, het hy ten doel om 'n sekere aspek van wiskunde aan die leerders oor te dra. Probleemoplostegnieke kan ook help om vaardighede te versterk. Die leerders of onderwyser kan vrae gebruik om die ou probleem in 'n nuwe probleem te omskep.

Die leerder verstaan nie net die onderliggende wiskunde beter nie, dit bou ook selfvertroue. Selfs leerders wat normaalweg nie goed presteer nie, kan die oplos van probleme geniet en meer tuis voel in die wiskundeklas. Indien die leerder self probleme stel, voel hy ook meer tuis, hy voel asof hy deel is van die proses.

Probleemstel is die skep van nuwe probleme of die herformulering van ou probleme (Tichá & Hošpesová, 2009:3). Leerders se begrip van wiskunde word uitgebrei omdat die probleem en die oplossing saam ondersoek word (Stoyanova 2003 in Kilic 2013:1604). Die leerders se kritiese denkvaardighede word uitgebrei (Nixon-Ponder, 1995:2). Dit kan ook help om die wiskundige begrip van studentonderwysers uit te brei (Kilic, 2013:1604).

Tydens die stel of formuleer van probleme word nuwe probleme geskep as sommige van die kenmerke van die probleem verander word (Wilson *et al.*, s.j.:9). Daar word bv. gevra: Wat as dit of dat nie waar is nie?

Voorbeeld 1 (Graad 4)

Maak woordsomme wat pas by die volgende berekening vir Graad 4 leerders:

$$24+28+ 31+29+33 = 145$$

$$145 \div 5 = 29$$

Die gemiddelde is 29

Voorbeeld 1

Bereken die totale temperatuur vir die volgende vyf skooldae: Maandag-24°, Dinsdag 28°, Woensdag - 31°, Donderdag - 29°, Vrydag - 33°. Wat is die gemiddelde temperatuur vir die tydperk?

3.3.1.6 Praktiese probleme of probleme wat in die werklike wêreld teengekom word.

Daar is dikwels 'n groot verskil tussen die syfer of meetkundige probleme wat 'n kind in die werklike lewe beleef en klaskamer-wiskunde. Daarom beskou leerders dikwels klaskamerwiskunde as onrelevant en dus oninteressant. Realistiese Wiskunde opvoeders plaas klem op die feit dat 'n wiskundige konsep vir die leerder werklik moet voel. Die situasie wat in die probleem geskets word, moet dus vir die leerling werklik en bekend voorkom. Hulle kan dan hulle vorige ondervinding gebruik om die huidige probleme op te los. Hulle kan ook leer om 'n situasie in wiskunde(syfers) om te sit (Selden en Selden 1999 in Mudaly, 2004:37). Dit is egter moeilik om sulke werklike situasies in die klaskamer weer te gee. Ook is daar baie verskille tussen kinders in dieselfde klaskamer. Hulle agtergronde en ondervinding verskil en dit is moeilik om situasies te skets wat aan al die leerlinge bekend is. Die probleem moet inpas by die verwysingsraamwerk van die kind. Oplossings wat berekenings insluit kan dan gebruik word. So word wiskunde dan deel van die werklike lewe, en word die twee benaderings nie meer as totaal verskillend, en apart beleef nie. Die leerders sal dan belangstel in die berekeninge omdat dit gesien word as nuttig. Hierdie is egter

'n geleidelike proses (Zulkardi, 2003:6 in Mudaly, 2004:37). Die probleme moet ook aanpas by wiskundige konsepte wat die leerders reeds verstaan.

Daar is in Zimbabwe bevind dat alle leerders werklike-lewens probleme benader en oplos asof hulle standaard probleme is, met een korrekte oplossing en antwoord (Chacko, 2004:91). Sommige navorsers soos Lubienski (2001 in Chacko, 2004:91) staan die idee van 'n leerplan wat uit probleme wat in die werklike alledaagse wêreld voorkom, teen omdat dit integrasie met ander vakke soos sosiale wetenskappe, en algemene wetenskap benodig. Desnieteenstaande speel hierdie probleme 'n rol in die hedendaagse wiskundekurrikulum. Daar is 'n verskil van mening wat betref wat 'n werklike-wêreld probleem behels. Heelwat navorsing het al getoon dat leerders nie hul bestaande kennis wat hulle buite die klaskamer opgedoen het, kon toepas om probleme in die klaskamer op te los nie

(Carpenter *et al.*, 1983 in Chacko, 2004:92). Werklike-wêreld probleme is afhanklik van konteks en is onvoorspelbaar. Daarom is daar vele oplossings. Dit is daarom moeilik vir die onderwyser om oplossings te bepunt en om hierdie rede word dit deur eksamenrade vermy. Om sulke probleme op te los vereis hoë vlakke van kognisie bv. 'n helder begrip van die probleem, en oplosstrategieë. 'n Begrip van basiese berekeninge is ook nodig.

Die minimum temperatuur vir Knysna was op 'n bepaalde dag $15,7^{\circ}$ en die maksimum temperatuur was $34,5^{\circ}$. Bereken die verskil tussen dié twee temperature.

3.3.1.7 Die probleme moet ondersoek word (vergelykings, kontraste, klassifikasies, hipotese, veralgemenings)

Opvoeders verskil dikwels oor oop probleme en ondersoeke. Sommige meen dat daar geen verskil is nie (Way, 2011:1). In hierdie studie word oop probleme gesien as probleme met 'n duidelike doel met meer as een oplossing. In die geval van ondersoeke is die doel minder duidelik en is daar meer as een oplossing.

In die klaskamer is die voordeel van oop vrae en ondersoeke dat dit vir 'n wye reeks kinders met verskillende vermoëns en in verskillende stadiums van ontwikkeling, geleentheid skep. Verskuilde talente word dikwels so ontdek want leerders kan op verskillende maniere "sukses" behaal. Na die ondersoek is daar ook baie stof vir bespreking. In paragraaf 252 van die Cockcroft verslag staan daar:

It is necessary to realise that much of the value of an investigation can be lost unless the outcome of the investigation is discussed. Such a discussion includes consideration not only of the method which has been used and the results that have been obtained but also of false trails which have been followed and mistakes which have been made in the course of the investigation". (Anon, 2009:1).

Ondersoeke behels die verkenning van oop wiskundige situasies. Die leerder is vry om te kies watter aspekte van die situasie hy of sy wil ondersoek. Leerders vind dus uit hoe om wiskundige navorsing te doen. Anon (2009) is van mening dat onderwysers en ouers nie van ondersoeke hou nie, maar gee hulle mening waarom dit juis belangrik is om sulke ondersoeke te doen:

1. Leerders formuleer self vrae, benaderings en resultate wat vir hulle nuut is.
2. Leerders gebruik dieselfde algemene metodes as navorsers soos data versameling, visualisasie, abstraksie en bewyse.
3. Leerders kry die geleentheid om wiskundig te kommunikeer. Hulle kan onder andere simbole gebruik en moet hulle slotsomme verdedig.

4. As 'n klas of groep betrokke is moet hulle op mekaar se vrae, skattings, teorieë se stellings voortbou .

Wiskunde ondersoek die heelwat gemeen met probleemoplossings aktiwiteite. Sulke ondersoek vereis 'n komplekse denk proses wat toewyding en kreatiwiteit van die leerder verg. Anders as die gewone wiskunde probleme, is wiskunde ondersoek meer wyd en daarom moet die probleem eers ontleed word, wat 'n algemene kenmerk is van probleemoplossings aktiwiteite (da Ponte, 2007:4).

Ponte, Brocardo en Oliveira (2003 in da Ponte, 2007:5) noem dat wiskundige ondersoek behels dat die leerder begin met vrae waarin hy geïnteresseerd is en wat hy aanvanklik as verwarrend beskou, maar wat hy later kan opklaar, en op 'n geïrganiseerde wyse bestudeer. Die leerer moet goed kan argumenteer. Die leerders moet hul kennis van konsepte en prosedures konsolideer, nuwe ondervinding opdoen, en sodoende die doelwitte van die leerplan bereik.

Voorbeeld:

Vra vir sekere van jou mede vriende in die klas om op 'n badkamerskaal individueel te staan.

Hou boek, en skryf hul name asook die massa van elke persoon neer.

Nr	Name	Werklike gewig	Gewig afgerond tot die naaste 5 kg.
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			
6.			

Figuur 3.5 : Rekordering van leerders se massas

Hou boek van jou bevindinge, skryf dit op die onderstaande grafiek neer deur die blokke met verskillende kleure in te kleur.

Gewig van Leerders

Stellenbosch University <https://scholar.sun.ac.za>

70							
60			117				
50							
40							
30							
20							
10							
0							
	An n	Pe ter	Su sa n	Da vid	Pa t	An n	Da n

Gewig in kilogram

Naam van leerders

Figuur 3.6 : Grafieke om leerders se gewig aan te dui Vrae:

1. Skryf neer die naam van die leerder wat die swaarste weeg ? _____
2. Skryf neer die naam van die leerder wat die ligste weeg _____
3. Wat is die totale gewig van die twee swaarste persone ? _____
4. Bereken die verskil tussen die swaarste en ligste persoon. _____
5. Watter gewig is min of meer dieselfde as die antwoord van vraag 5? _____

3.3.1.8 Die omskakeling van handboek oefeninge na kort ope vraag probleme

Geslote vrae in die handboek kan omskep word in kort oop vrae deur die onderwysers. Sulke opdragte kan bygewerk word in die normale les wat nie veel tyd verg van die leerder nie. Kort ope vrae kan nuttig wees vir die onderwyser om die leerder se kennis van wiskunde konsepte en vaardighede te toets, *veral* as dit kom by probleemoplossing. Carroll (1999 in Yee, 1999:137) is van mening dat sulke oop vrae vir die onderwyser 'n idee gee van wat die leerders se verstaan van konsepte is. Hierdie aktiwiteit is nie tydrowend nie, en is niks anders as die gewone vrae in die handboek nie. Sulke kort opevrae help die leerder om te redeneer en beter te kommunikeer deur woorde, diagramme en sketse/prentjies. Figuur 3.7 is 'n tipiese voorbeeld wat gevind kan word in die handboek.

Voorbeeld

'n Bul weeg 20 keer swaarder as 'n kalfie. Die kalfie weeg 25kg. Wat is die gewig van die bul?

Figuur 3.7 : Geslote vraag met 'n verwagte standaard respons (in Yee,1999:137).

- Verwagte response van leerders :

- Kern woord: "20 keer swaarder" • Konsep: vermenigvuldiging • Prosedure : $25 \times 20 = \dots$

3.3.1.9 Hoekom onderrig ons die leerder in die oplos van oop probleme?

As jongmense leer om wiskundige probleme (veral oopprobleme) op te los, leer hulle nie net om wiskundig te dink nie, maar ook om die uitdagings van die lewe met selfvertroue aan te pak (McIntosh, 2000:6). Wiskundige denke word dan oorgedra op ander gebiede van die lewe. Die skrywers van *Everybody Counts: A Report to the Nation on the Future of Mathematics Education* sê die volgende:

Ondervinding met wiskundige denke bou aan die vermoë om probleme op te los van leerders, veral in die moderne, tegnologiese wêreld bv. om krities te lees, om vergissings en vooroordele raak te sien, om risiko's te beoordeel, en om alternatiewe te ondersoek (National Research Counsel, 1989).

Leerders kan verskillende leerstyle gebruik om oop probleme op te los volgens (Moyer, Cai, & Grampp, 1997 in McIntosh, 2000:6). Die tradisionele benadering tot onderwys is dikwels nie vir aktiewe leerders aanvaarbaar nie, Hulle wil self dink. Die oplos van oop probleme leer dan ook vir leerders om buigbaar te wees en om by nuwe situasies aan te pas (Hiebert, *et al.*, 1997 in McIntosh, 2000:6).

Volgens (Hiebert *et al.*, 1997 in McIntosh, 2000:6) is die rondbeweeg van simbole op papier volgens voorgeskrewe reëls nie wiskunde nie. Daar is geen nut daarin om iets te leer wat jy nie verstaan nie. Om iets te verstaan moet leerders weet hoe en waarom dinge gebeur en hoe hulle aan mekaar verwant is.

Leerders kan dit ook baie geniet en bevrediging daaruit put om probleme op te los (Hiebert *et al.*, 1997). Leerders wat sonder begrip wiskundige feite memoriseer vind dit moeilik om later terug te gaan en om dit te probeer verstaan (Becker en Shimada 1997 in McIntosh, 2000:6). bevestig dat die oplos van oop probleme die potensiaal het om die onderrig en leer van wiskunde te verryk.

3.4 Kriteria vir die selektering van probleme

Dit is belangrik dat wiskundige take versigtig gekies moet word sodat dit die leerder uitdaag, maar tog nie heeltemal bokant sy vuurmaakplek is nie. Polya (in McIntosh *et al.*, 2000:19). Halmos (1980

in McIntosh *et al.*, 2000:19) beklemtoon dat wiskunde juis gaan oor die oplos van probleme. Die hoofdoel van onderwys is om leerders se denkvermoëns te verbeter. Dit kan net gebeur as nieroetine probleme gebruik word, probleme wat skeppende denke en individuele oordeel aanmoedig. Hierdie mening verskil van die tradisionele wiskunde klasse waar reëls en prosedures gememoriseer en geoefen word. Leerders moet juis met take gekonfronteer word waarvan die oplossing nie aan hulle bekend of voorgeskryf is nie. Maar hierdie take moet op die regte moeilikheidsvlak wees, d.w.s. moeilik genoeg om interessant en uitdagend te wees. Leerders moet op hulle voorkennis kan bou en die probleem moet aan die leerder die geleentheid bied om wiskundige konsepte aan te leer (Hiebert *et al.*, 1997 in McIntosh, 2000: 21).

Onderwysers kan probleme kies wat belangrike aspekte van wiskundige kundigheid ontwikkel (Schoen 2006:131). Daar is baie nuttige redenasie strategieë wat leerders kan aanleer, en onderwysers kan help met bereiking van hierdie doelwit, deur met omsig take te kies waarby leerders betrokke kan raak, sodoende kan die onderwysers leerders help om die strategie te gebruik, en om terselfdertyd ander wiskundige idees te ontwikkel. Probleme wat gekies word moet leerders se konseptuele begrip verbeter, hulle vermoë om wiskundig te redeneer en te kommunikeer bevorder, en hulle belangstelling, en nuuskierigheid prikkel (Hiebert & Wearne, 1993; Marcus & Fry, 2003; National Council of Teachers of Mathematics: NTCM, 1991; van de Walle, 2003). Die NTCM en die navorsings-gemeenskap beklemtoon die aspek dat die leerders altyd te doen moet hê met (of moet sukkel met) uitdagende probleme, en probleme waarmee hulle nie bekend is nie (NTCM, 1989; Schoenfeld, 1985; Hiebert *et al.*, 1997; Smith & Steyn, 1998 (in McIntosh, 2000:19).

Schoen (2006:133) skryf dat die volgende algemene beginsels in gedagte gehou moet word tydens die kies van toepaslike en produktiewe probleme:

- Die probleme wat aan leerders gegee word het 'n invloed op die wiskundige konsepte en vaardighede wat die leerder kan aanleer tydens die oplos van die probleem.
- Versigtig gekose probleme lei daartoe dat die leerder 'n sekere probleem-oplos tegniek as deel van die les ondersoek en aanleer.
- Probleme wat aan die leerders gegee word behoort 'n hoë vlak van kognitiewe denke te vereis en moet lei tot die ontwikkel van diep kennis van wiskunde.

Hoë kognitiewe vereistes vir 'n probleem volgens Schoen (2006:133), is eenvoudig om aandag te skenk aan die hoeveelheid denke en sin-making wat nodig is om die taak te voltooi. 'n Probleem met 'n hoë kognitiewe vereiste sal nie gou voltooi word nie en daar sal ook nie 'n vanselfsprekende

oplossing wees nie. Daar is baie goeie redes hoekom onderwysers moet probeer om probleme met 'n hoë kognitiewe vereiste in te sluit in die leerproses in die klaskamer.

- Eerstens lei hierdie probleme daartoe dat die leerder betrokke raak in die “doen” van wiskunde, en het hulle die geleentheid om hul vermoë om wiskundig te dink en te redeneer te ontwikkel.
- Smith, Stein, Grover & Henning (2000, 1996 in Schoen, 2006:133) sê tweedens is daar bevind dat self as onderwysers begin met hoë vereiste kognitiewe probleme, is daar 'n neiging dat die kognitiewe vereiste afneem as dit in die klaskamer geïmplementeer word.
- Laastens as leerders betrokke raak by probleme wat meer vereis as die memoriseer van feite en die toepas van bekende formules en prosedures, ontwikkel hulle 'n beter begrip van wat wiskunde is, dit wil sê 'n dissipline waarin idees sin maak, logies is, verwant is aan mekaar, en wat gebruik kan word om belangrike probleme op te los.

Schoen (2006:133) wys daarop dat goeie probleme oor die volgende kenmerke moet beskik:

Dit is gegrond op 'n belangrike wiskundige idee, konsep of vaardigheid wat deel is van die kursus.

Hierdie word duidelik gestel, dit wil sê dit is nie opsetlik vaag of misleidend nie.

- Dit behels 'n belangrike werklikheidskonteks (“real world context”), of 'n wiskundige konteks wat die potensiaal het om die leerder se belangstelling te wek, en te behou.
- Dit kan deur 'n reeks metodes vanaf informeel tot meer formeel, opgelos word. Die oplossing of oplossings kan produktief op verskillende vlakke van gesofistikeerdheid benader word.
- Daar is interessante uitbreiding. Die probleme of take het interessante uitbreidings wat as gevolg van ten minste drie redes waardevol is. Eerstens help dit die onderwyser om die individuele verskille in die klaskamer te akkomodeer. Eenvoudiger weergawes van die probleme kan aan leerders gegee word wat probleme ondervind, en die meer komplekse uitbreidings kan gebruik word om die slimmer leerders wat die oorspronklike taak vinnig afhandel, uit te daag. Tweedens kan leerders self uitbreidings voorstel, iets wat geassosieer word met verbeterde leer. Derdens kan probleemuitbreiding lei tot die maak en verifieer van wiskundige veralgemenings - twee belangrike vaardighede wat wiskundig bedrewe leerders behoort te hê.

Die kies van “goeie” probleme is die sleutel tot effektiewe probleemoplossing. Onderwysers is dikwels verward oor wat 'n goeie probleem behels. Polya (1962-1965 in McIntosh, 2000:19) beklemtoon dat om wiskunde te ken, is om wiskunde te doen wat beteken om moeilike probleme op te los. Aangesien die moeilikheidsgraad van probleme relatief is, is dit belangrik dat probleme tydens

onderrig en assessering versigtig gekies word sodat hulle die regte moeilikheids graad is. Probleme moet moeilik genoeg wees om uitdagings te stel, maar nie so moeilik wees dat dit heeltemal onverstaanbaar is nie.

Aan leerders moet onbekende probleme gegee word sodat hul probleemoplossingsvermoë getoets kan word, probleme waarvoor hulle nie vooraf-vasgestelde prosedures en algoritmes geleer is nie.

Die probleme moet binne die leerders se vermoë wees om op te los, maar moeilik genoeg om uitdagend te wees. Leerders ontwikkel wiskundige begrip as die metodes van die ondersoek vir die oplos van die probleem van wiskundige aard is.

3.4.1 Goeie probleemoplostake

Volgens die Qualifications and Curriculum Development Agency (QCDA) in (McDonald & Watson, s.j:4) moet goeie probleemoplostake oor die volgende eienskappe beskik:

- Leerder interesseer en uitdaag.
- Dit moet van toepassing wees op die werklike lewe.
- Belangrike wiskundige inhoud insluit.
- Aansluit by ander wiskundige konsepte
- Betrekking hê op die huidige wiskundekurrikulum.
- Integreer met ander vakgebiede.
- Nie-roetine probleme wees.
- Veelvoudige benaderings en oplossings moet moontlik wees.
- Dit moet nie deur voorgeskrewe metodes oplosbaar wees nie.
- Volharding moet nodig wees om die oplossing te soek.
- Die bewoording moet duidelik wees.
- Dit moet moontlik wees om die oplossing te bepunt.

3.5 GETALBEGRIP-ONTWIKKELING

Die ontwikkeling van getalbegrip is die eerste stap vir enige wiskunde leerder om van hierdie vak 'n sukses te maak. Tel is die hoeksteen van getalbegrip en behels die verstaan van wat elke getal beteken asook die verband tussen die getalle. Die term getalbegrip verwys volgens "Bobis (in Way 2011:1) na 'n goed georganiseerde konseptuele raamwerk van getalinligting wat iemand in staat stel om getalle en getalverhoudings te verstaan en wiskundige probleme op te los wat nie gebonde is aan

tradisionele algoritmes nie”. Die ontwikkeling van getalbegrip is die eerste stap vir enige leerder op hul pad om van wiskunde ‘n sukses te maak (Anon, 2019:2).

Jong kinders se begrip van vroeë getalbegrippe wissel aansienlik in die vroeë skooljare Desoete, (2015 in Bezuidenhout, 2018:1). Baie jong kinders in Suid-Afrika sukkel om wiskundige vaardighede te ontwikkel gedurende hul eerste paar jaar van opleiding volgens die Resultate van internasionale toetse, soos die Suider- en Oos-Afrika-konsortium vir die monitering van onderwysgehalte (SACMEQ 2010), en tendense in internasionale wiskunde-wetenskapstudie

(TIMSS 2015). Vorige studies het aangedui dat daar ’n verband bestaan tussen die ontwikkeling van vroeë getalsbegrippe en wiskundige prestasies wanneer kinders deur formele onderwys vorder Aunola *et al.*, (2004 in Bezuidenhout, 2018:1). Die ideaal moet wees om jong leerders se gebrek aan getalsbegrip soos dit aan die begin van formele onderwys beskryf word, nl. om vroegtydig kinders te identifiseer wat moontlik wiskundige leerprobleme kan ondervind Mononen & Aunio (2016 in Bezuidenhout, 2018:1). Jong leerder-kognisie en vroeë getalkonseptontwikkeling moet die primêre inhoud van grondslagfase-onderwyser se kennis wees (Henning 2013:139). Jong leerders sal waarskynlik nog nie in die eerste jaar die betekenis van wiskundige taal, soos om woorde te tel nie Lipton & Spelke (2003 in Bezuidenhout, 2018:2). Slegs wanneer jong leerders die drie beginsels volg wat Gelman en Gallistel (1978 in Bezuidenhout, 2018:2). beskryf, kan hulle met begrip tel.

Studies volgens Aunola *et al.* (2004 in Bezuidenhout, 2018:1) dui aan dat daar 'n verband bestaan tussen die ontwikkeling van vroeë getalbegrippe en wiskundige prestasies wanneer leerders deur formele onderwys vorder en getalsbegripontwikkeling vorm die basis waarop die probleemgesentreerde benadering gebaseer is. Die interpretasie van getalle sowel as die manier waarop getalle gebruik word in berekeninge ontwikkel deur verskillende vlakke in (Du Toit, 1995:242). Die taak van die onderwyser is om probleme en aktiwiteite te identifiseer vir elke kind sodat hulle getalbegrip kan ontwikkel deur die verskillende vlakke.

Hierdie getalsbegripsontwikkeling kom neer op die volgende volgens Human, Murray and Olivier, 1989:3 in (Du Toit, 1995 :242).

Vlak 1: Behels die vermoë om ‘n sekere getal objekte in numeriese volgorde korrek te kan tel asook die vermoë om die getalle korrek te kan lees, hetsy in woorde of in simbole formaat. Die berekening strategie tydens vlak 1 is om alle getalle te tel. Leerders mag dalk onthou dat die getal een voor die getal twee kom, maar hulle het nie noodwendig die begrip van wat die verskil tussen een en twee is

nie. Om die leerders te help om hierdie getalbegrip te oefen, maak onderwysers dikwels gebruik van visuele voorwerpe. Die volgende metode kan gevolg word: Onderwysers kan byvoorbeeld gebruik maak van albasters of stokkies of enige ander voorwerpe wat tot hul beskikking is. Die kind kan gevra word om 'n sekere aantal voorwerpe uit te tel. Laat hulle ook die verskillende aantal voorwerpe nader aan mekaar skuif sodat hulle die verskil kan sien tussen die aantalle. So byvoorbeeld sal een 'n enkele voorwerp behels, terwyl twee dubbeld soveel voorwerpe as een bevat.

Vlak 2: Tydens vlak 2 moet 'n gevoel ontwikkel word oor hoeveel 'n getal beloop sonder om die getal te konstrueer. Tydens die vlak word die telbaarheid van getalle verhoog bv. om in veelvoude van 2's 5 of 10 ens te tel. Vlak 2 verteenwoordig die oorgangsfase tussen vlak 1 en vlak 3. Op hierdie vlak moet leerders instaat wees om aan te kan tel. Leerders moet instaat kan wees om te bepaal hoeveel word benodig om vanaf 53 tot 76 te kan tel. Die leerder skryf die getal 53 neer en tel bloot daarvan af tot by 76. Die getal wat die leerder behoort te kry is 23.

Bv. 53 ////////////////////////////////// // =23

Leerders moet ook instaat wees om getalle patrone te kan voltooi.

Bv. 1) 5; 10; 15;.....;;.....;.....

2) 3; 6; 9;.....;.....;.....;.....

3) 10;;.....;.....;.....

4);.....;..... 37;.....;.....;.....

Vlak 3: Die vermoë om 'n getal te verbind aan 'n seker getal volgorde van twee of meer getalle wat maklik gebruik kan word vir berekening. Drie-en-dertig word gesien as 30 en 3. Tydens die vlak word getal ontleed (of opgebreek) tot in sy eenvoudigste vorm, en word gebruik vir berekeningstrategie. Die opbreek en samestelling van getalle 'n kritiese komponent van getals- begrip. *“As children learn the combinations that make up numbers to 10, they will reach the point where they know the parts so well, they can identify the missing parts when they know the total and one part.”~KathyRichardson*

Voorbeeld 1. Wanneer $7 + 5$ bymekaar getel word, sal 'n leerder opmerk dat 7, drie plekke vanaf 10 is. So hy/sy sal 5 opbreek in 3 en 2. Die 3 sal gebruik word om die getal 10 vol te te maak en gebruik die 2 om by 10 te tel om 12 te gee.

Vlak 4: Tydens die vlak moet die vermoë ontwikkel word om tiene, ene ens. as 'n eenheid binne 'n getal waar te neem, sonder om die waarde van die getalle mis te kyk. Die doel van die strategie is om die kolommetode vir optel van 'n getal te versterk. moet hulle die begrip van plekwaarde aanleer. So byvoorbeeld by die getal 17, sal die 1 die tiene verteenwoordig en die 7 die ene verteenwoordig. Hierdie kan dan as volg gevisualiseer word:

Hierdie begrip is belangrik vir die leerders as dit kom by basiese optelling. Die leerder sal beter begryp dat die tiene opgetel moet word en die ene apart opgetel moet word. Beginnende by die ene. Byvoorbeeld as leerders gevra word om 34 en 42 op te tel, sal hulle begin deur die ene kolom, 4 en die 2 op te tel wat dan 6 gee. Daarna kan die tiene kolom, 3 en 4 bymekaar getel word. Saam is die twee kolomme dan 6 en 7 wat dus 76 as antwoord gee. Hierdie selfde wyse kan gebruik word vir aftrekking.

Die volgende metode vir optelling kan ook gebruik word.

Byvoorbeeld:

$$\begin{array}{r}
 76 + 98 \\
 7 \quad 6 \\
 + \\
 \underline{9 \quad 8} \\
 1 \quad 6 \quad 0 \quad (\text{tel eers die tiene bymekaar, dit is 70 plus 90}) \\
 \underline{1 \quad 4} \quad (\text{tel nou die ene bymekaar}) \\
 1 \quad 7 \quad 4
 \end{array}$$

3.6 LEERTRAJEKTE

Volgens Clark (2014:1) het leertrajekte te make met leerprosesse en nie net met die leeruitkomstes nie. In die Suid-Afrikaanse kurrikulum word die leerdoelwitte in terme van leeruitkomstes beskryf maar daar word nie voorgeskryf hoe hierdie uitkomstes bereik moet word nie. Baie kurrikula is eenders maar die proses of pad wat gevolg moet word, word nie uitgespel nie. Geen melding word gemaak van strategieë of denkprosesse wat die leerder moet gebruik om die uitkomstes te bereik nie. Dit beteken dat die onderwyser en leerders vry is om te kies hoe om die uitkomstes te bereik (Daro, Mosher & Corcoran, 2011:11).

Leertrajekte is, veral in wiskunde, 'n gebied waar daar gefokus word op die manier waarop die leerder aan konsepte dink. Wilson, Mojica en Confrey (2013 in Clark, 2014:1) is van mening dat leertrajekte onderwysers kan help om te verstaan hoe leerders vorder in hulle denke, en dit sal weer help om onderrigpraktyke te verbeter.

Ronda (2004 in Clark, 2014:1) het 'n empiries-gebaseerde konseptuele raamwerk geskep wat die ontwikkeling van leerders se begrip van funksies beskryf, en hy verwys na hierdie pad (proses) van ontwikkeling as 'n leertrajek. Tabel 3.1 toon die aanvanklike raamwerk van sleutelkonsepte vir die

verstaan van funksies. Die beskrywing van die sleutelkonsepte is her-interpretasies van die verskillende konsepsies van funksie waarop dit gebaseer is.

Konsepsies van funksies	Tabelle	Vergelykings	Grafieke	Modellering
Prosedures verskillende inligting af te lei. te lei.	Puntgewyse interpretasie hoeveelhede. waardes.	Interpretasies van vergelykings as 'n met die doel om inligting af	Puntsgewyse interpretasie om prosedure vir die genereer van	Bewussyn van
Kenmerk patrone om die betrokke hoeveelhede te beskryf en waardes te	Gebruik die opkenmerke voorspel.	Interpretasie baseer op kenmerke .	Interpretasie baseer kenmerke/neiging om situasies te skets of voor te stel.	Gebruik
Proses	Gebruik puntsgewyse interpretasies om voorstellings met mekaar te verbind. Interpretasies is baseer op neigings/patrone.			
Doelwit en om nuwe funksies te skep.	Gebruik kennis van vaste kenmerke om voorstellings te verbind			

Tabel 3.5 : Die Aanvanklike raamwerk van Sleutelkonsepte in Ronda (2004:52).

In hierdie *Framework of Growth Points* word die hooftemas waarmee leerders op hulle pad na begrip van funksies te doen kry, beskryf Ronda (2009:31). Hierdie groeipunte word in omtrent dieselfde volgorde genoem as die volgorde waarin leerders hulle sal beleef. Ronda (2009) is van mening dat leerders leerpaaie of -trajekte volg en groeipunte bereik terwyl hulle begrip van die hooftemas van funksies ontwikkel.

Leerders volg natuurlike ontwikkelingsprosesse, en ontwikkel wiskundige begrippe op hulle eie manier (Samara en Clements, 2021:1). Navorsing het getoon dat sekere volgordes van aktiwiteite kinders deur hierdie vlakke van denke kan help. 'n Nuttige hulpmiddel om die ontwikkeling van leerders se wiskundige redenasies te verstaan en te ondersteun, is 'n wiskundeleertrajek.

Leertrajekte bestaan uit drie dele: 'n wiskundige doel, 'n ontwikkelingspad waarlangs hierdie doel bereik kan word, en 'n stel aktiwiteite wat by elke vlak pas en wat leerders help om die volgende stap te bereik. Clements, Sarama, & DiBiase (2004 in Sarama en Clements, 2009:64) beskryf die drie dele van die leertrajek soos volg: Doelwitte moet die groot idees van wiskunde insluit, soos “getalle kan gebruik word om ons te vertel hoeveel, orde te beskryf, en te meet” en “meetkunde kan gebruik word om te verstaan en om die voorwerpe, aanwysings, en plekke in ons leefwêreld voor te stel, en die verhouding tussen hulle”. Die ontwikkelingspad is 'n tipiese leer roete wat kinders volg in die ontwikkeling van begrip vir, en vaardigheid in 'n bepaalde wiskunde-onderwerp. Die derde deel van 'n leertrajek bestaan uit stelle aktiwiteite wat ooreenstem na elke denkvlak in 'n ontwikkelingsprogressie. Take is ontwerp om leerders te help om die idees te leer, en die vaardighede wat nodig is om daardie vlak te bemeester, in te oefen. Onderwysers gebruik instruksietake om leerders se groei vanaf een vlak na die volgende te neem.

Daar is dus in elke leertrajek vlakke van begrip, elke volgende een meer ingewikkeld, met take wat help met die vordering van die een vlak na die volgende. Leerprojekte maak dit moontlik om die wiskundige kennis van leerders, en hul denke soos dit natuurlik ontwikkel, op te bou. Elke boublok verteenwoordig 'n natuurlike trappie tot die volgende vlak. Leerders kan op meer as een vlak werk, maar werk gewoonlik net op een vlak. As leerders moeg of ontsteld is funksioneer hulle egter dikwels selfs op 'n laer vlak. Leerders kan tussen hierdie denkvlakke beweeg. Hierdie vlakke is 'n manier om ontwikkeling te meet en verteenwoordig vlakke van denke. Die effek van om op vlakke te onderrig help onderwysers, asook diegene wat leerplanne opstel, om te assesser, onderwys te gee en aktiwiteite in die regte volgorde te gebruik. Dit help in die beplanning van lesse. Die vermoë om met selfvertroue te tel ontwikkel oor etlike jare. Begrip begin in die vroeë jare. Instruksie en ondervinding lei daartoe dat die meeste leerders teen die ouderdom van 8 vlot kan tel en baie vordering word in Graad R en Graad 1 gemaak. Die meeste kinders volg 'n herkenbare ontwikkelingspatroon en leer in stadiums, of vlakke, om te tel. Hierdie patroon kan 'n leertrajek genoem word. Tabel 3.6 toon is 'n voorbeeld van 'n leertrajek vir die ontwikkelingsvlak vir tel.

Ouderdo Reeks Vlaknaam Vlak beskrywing m

1–2	Voorteller		'n Kind op die laagste vlak van tel mag sommige getalle die verkeerde name gee. Die kind mag getalle uitlaat of die verkeerde volgorde gebruik .
1–2	Opsêr	2	'n Kind op hierdie vlak praat/sing die nommers sonder om te verstaan wat hy sê.
2	Resiteerder	3	Op hierdie vlak tel die kind verbaal en gebruik aparte woorde, maar nie noodwendig in die regte volgorde nie.

3	Resiteerder (10)	4	Op hierdie stadium kan die kind verbaal tel tot 10 en is daar 'n ooreenkoms met die aantal objekte. Hulle mag 'n paar items tel en dan deurmekaar raak.
3		5	Op hierdie vlak kan die kind die een-tot-een ooreenkoms tussen woorde en voorwerpe wat in 'n lyn lê tel.
4		(Klein begrip te tel. hoeveelhede)	Op die ouderdom van omtrent 4 begin kinders om met Hulle kan tot 5 voorwerpe akkuraat tel en die "hoeveel? vraag akkuraat beantwoord met die laaste getal. Die voorwerpe moet sigbaar wees en die getalle klein Hierdie kinders kan verbaal tot 10 tel en skryf of teken tot by 5.
4	Produseerder (getalle)	7	Die volgende vlak na die tel van klein getalle is die uittel van tot (Klein by 5 voorwerpe en die produseer van 4 voorwerpe. As hy gevra word vir 4 van iets kan hy dit uittel.
4-5	Teller (10)	8	Hierdie kind kan gestruktureerde rangskikkings van tot 10 voorwerpe tel en hy kan teken of skryf om 9 voor te stel. Hy kan 9 blokke uittel en sê dat daar 9 is. Op hierdie vlak kan die kind ook die nommer voor of na 'n ander nommer vind, maar net deur om vanaf 1 te tel.
5-6	Teller en Produseerder- Teller tot (10+)	9	Op die ouderdom van 5 begin kinders om voorwerpe akkuraat te tel tot by 10 en dan later tot by 30. Hulle onthou van voorwerpe wat getel en van die wat nie getel is nie, selfs van voorwerpe in ander rangskikkings. Hulle kan teken of skryf tot by 10, dan tot by 20 en later tot by 30, en die nommer na 20 of 30 noem. Hulle kan foute in ander mense se tellery raaksien en die meeste foute in hul eie tellery elimineer.
5-6	Tel Agteruit vanaf 10	10	Om teen die ouderdom van omtrent 5 jaar agteruit te tel is nog 'n mylpaal.
6-7	Teller vanaf N (N-11,	11	Teen omstreeks die ouderdom van 6 begin kinders om verbaal en met voorwerpe verder te tel vanaf getalle wat nie 1 is nie. Die kinders kan ook onmiddelik vasstel wat die nommer net voor of net na 'n ander nommer is en hoef nie by 1 te begin nie.
6-7	Oorslaan/spring. Tel in tiene tot by 100.	12	Op hierdie vlak kan 'n kind in tiene tel tot by 100. Hulle kan in dekades tel en weet bv. dat 40 na 39 kom.
6-7	Teller tot by 100	13	Op hierdie stadium kan 'n kind in ene tel tot by 100 en by enige nommer begin. Hulle verstaan dat 40 na 39, en 50 na 49 kom.
6-7	Verder tel. Gebruik patrone.	14	Op hierdie vlak gebruik die kind numeriese patrone soos om met sy voet te tik terwyl hy tel
6-7	Oorslaan/ Spring Teller	15	Die volgende vlak is as kinders in 5e of in 2s kan tel en verstaan wat hulle doen.
6-7	Teller van denkbeeldige items	16	Op hierdie stadium kan die kind in sy kop denkbeeldige voorwerpe tel.
6-7	Verder aan tel Onthou van getalle	17	Op hierdie vlak kan die kind onthou van numeriese daade en kan een of vier meer as 'n gegewe nommer tel
6-7	Teller van Kwantatiewe Eenhede	18	Op hierdie vlak kan die kind ongewone eenhede tel. Hy kan bv. heelgetalle en breuke, soos drie heel plastieke eiers plus vier halwes bymekaar tel en sê dat daar vyf heel eiers is.
6-7	Teller tot by 200	19	Op hierdie stadium tel die kind akkuraat tot by 200 en verder en herken patrone van ene, tiene en honderde.

7	Die behoud van getal.	'n Belangrike mylpaal omstreeks die ouderdom van 7 is die vermoë om nommers te bewaar of te behou. Die kind verstaan dat die aantal nie verander as die voorwerpe anders gerangskik word nie. Tien knope wat in 'n ry gerangskik word is nog altyd 10 al word hulle later in 'n sirkel gerangskik.
20		

Tabel 3.6 : (in https://www.otffeo.on.ca/en/wp-content/uploads/sites/2/2017/05/Learning-trajectories_math.pdf).

Clements and Sarama (2004:83) is van mening dat die twee trajekte, denke en leer aan die een kant, en onderrig aan die ander kant, van mekaar onderskei kan word maar tog onlosmaaklik verwant is aan mekaar. Scardamalia, Bereiter, McLean, Swallow, and Woodruff (1989 in Mousley en Sullivan, 2004:374) beskryf leertrajekte as sosiale verskynsels en sê dat die onderwysers dit as stellages gebruik waarlangs kinders in hulle ontwikkeling van wiskundige konsepte en prosedures kan “klim”

3.6.1 Wat word met 'n leer-onderrig trajek bedoel?

Dit is 'n leerproses wat drie elemente insluit (van den Heuvel-Panhuizen 2011:7).

- 'n leertrajek met 'n algehele oorsig van die leerproses van die leerder
- 'n onderrigtrajek wat bestaan uit indikasies van hoe die onderwyser op 'n effektiewe wyse die leerproses kan stimuleer.
- 'n oorsig oor die inhoud waarin aangedui word watter van die kernelemente van wiskunde onderrig moet word.

'n Leertrajek is nie lineêr nie (van den Heuvel-Panhuizen 2011:7). Die trappies volg nie noodwendig op mekaar nie. Individuele leerders verskil en sommige leerders vorder ongelyk, soms vinnig, soms stadig. Veelvoudige vaardighede en konsepte kan tegelyk aangeleer word, binne en buite die skool. Wat buite die skool met die leerder gebeur, kan ook 'n effek hê op die leerder.

3.7 ONDERWYSER AS FASILITEERDER VAN KENNIS

3.7.1 Inleiding

Om te leer is 'n komplekse proses en daar is baie veranderlikes wat op mekaar inwerk (Tylee (ø:1).

Leer is nie 'n geïsoleerde aktiwiteit nie, dit vind plaas in die klaskamer en in die breër gemeenskap. Die onderwyser wat in die klaskamerkonteks die grootste veranderlike is, funksioneer as die tussenganger tussen die veranderlikes buite die klaskamer en die leerder. Hy moet die leerder help om te leer en om deel te wees van die skool en die gemeenskap Tylee (1992 in Tylee,s,j:1).

Die rol van die onderwyser in die 21ste eeu het heeltemal verander (Gillam 2012:1) Deesdae inspireer die onderwyser die leerder om self verantwoordelikheid vir sy leer te neem. Die onderwyser verskaf maar net die geleentheid en die instrumente sodat die leerder die sleutel konsepte kan leer. Daar is 'n verskil tussen onderwys gee (onderrig) en die fasilitering van leer (Sahu 2013:1). Onderwysers moet hulself sien as mentors, dan verander die hele atmosfeer in die klaskamer. Die onderwyser kan opwindende eksperimente in die klaskamer doen sodat die leerders se verbeeldings geprikkel kan word

Om die leer van wiskunde te fasiliteer, is nie net 'n Suid-Afrikaanse probleem nie, maar iets waarmee wêreldwyd probleme ondervind word (van der Walt & Maree, 2007:223). Die Third International Mathematics and Science Study Repeat (TIMSS R) (Howie, 1999 in van der Walt, *et al.*,:223) wys dat 27% van direkte en indirekte Suid-Afrikaanse leerfasiliteerders geen formele opleiding as leerfasiliteerders het nie. Leerfasiliteerders demonstreer ook selde aan hulle leerders hoe om te leer, hoe om oor hulle eie denke na te dink, hoe om probleme op te los en veral hoe om verantwoordelikheid te neem vir hulle eie leer.

3.7.2 Die rol van die onderwyser as fasiliteerder

Die Nasionale Onderwyswet (1996) vereis dat die leerfasiliteerder verskillende rolle speel naamlik, leermediator; interpreteerder en ontwerper van leerprogramme en materiaal; leier, administrateur en bestuurder; student, navorser en lewenslange leerder. Hy moet 'n pastorale rol speel en ook as assessor en vakspesialis optree. Hy moet dus deeglik kennis dra van Suid-Afrikaanse toestande.

Grossnickle, Reckzeh, Perry en Ganoe (Van der Walt & Maree, 2007:228) toon ook dat leerfasiliteerders en ander rolspelers kennis moet dra van die verskeie ontwikkelingsvlakke van leerders, asook die taal en struktuur van wiskunde. Hulle moet weet hoekom sekere antwoorde op probleme aanvaarbaar is of nie. Artzt en Armour Thomas (2001 in Van der Walt & Maree, 2007:229) sê dat leerfasiliteerders leerders intellektueel behoort uit te daag, en leerders behoort te lei om metakognitiewe strategieë en vaardighede te verkry.

Jackson (1968 in Van der Walt & Maree, 2007:228) onderskei tussen vooraktiewe, interaktiewe en post-aktiewe fases van leerfasilitering. Artzt *et al.*, (2001 in Van der Walt & Maree, 2007) beskryf leerfasilitering as die neem van besluite voor (beplanning), gedurende (die monitering en regulering) en na (assessering/evaluasie en nadenke) asook die onderrig van wiskunde. Hierdie komponente is egter interafhanklik van mekaar Clark & Peterson (1986 in Van der Walt & Maree, 2007:235).

3.7.3 Die rol van die fasiliteerder

Die fasiliteerder se hoofdoel is om die prestasie van die leerder te verbeter (Linder 2011:58). Hy moet deur sy entoesiasme demonstreer dat hy lief is vir wiskunde en graag wil hê dat die leerder moet presteer. Volgens die sosiaal-konstruktivistiese benadering tree onderwysers op as fasiliteerders van die leergeleenthede en moet hulle daarom omstandighede daarstel wat dit vir die leerder moontlik maak om self kennis op 'n unieke, aktiewe en konstruktiewe wyse in te samel (Posthuma 2012:2). Verder sal die onderwysers ook oor die vermoë moet beskik om te besin oor die effektiwiteit van hul fasilitering van die leerproses. Binne die raamwerk van die sosiaal-konstruktivistiese benadering word die geleentheid geskep vir nadenke en besinning wanneer 'n groep onderwysers gesamentlik oor hul klaskamerpraktyk en die fasilitering van leer besin.

Volgens (Gillam 2012) moet die onderwyser om suksesvol te fasiliteer, die volgende in ag neem :

- Hy moet nuwe bronne en idees soek en klaskamer toe bring. Daarom moet hy sy persoonlike leernetwerk ontwikkel.
- Hy moet die inhoud van die kursus buite die mure van die klaskamer beskikbaar stel, sodat leerders wat afwesig is toegang daartoe het.
- Hy moet dit moontlik maak vir die leerder om eienaarskap van hulle eie leer te neem en self die instrumente wat hulle nodig het, te soek.
- Die onderwyser moet gereeld die leerder se deelname en prestasie assesser.

Die onderwyser moet dus self aktief besig wees om te leer. Hy moet oor homself leer, oor die veranderinge in sy veld, oor die verwagtinge van die gemeenskap en oor die leerders self, en hoe hy hulle kan help om te groei en te ontwikkel. Die onderwyser en die leerder bring albei 'n stel fisiese en emosionele kenmerke en behoeftes na die klaskamer. Die fasiliteerder beïnvloed hoe die leerproses sal plaasvind. Hoe meer die onderwyser oor die leerder leer, hoe beter sal hy die leer van die leerder kan fasiliteer. Daar is vier stappe wat die onderwyser moet neem om die leer van leerders te fasiliteer.

3.7.3.1 Assesseer die leerder

Leer die leerder ken. Die leerder se vermoë asook sy gewilligheid om te leer is belangrik en sy gewilligheid hang af van sy waardes, sy menings oor die skool-leerproses, sy selfvertroue en sy gewilligheid om risiko's te neem. Die leerling moet glo dat hy die vermoë het om te leer, dat dit hom in die lewe sal help en ook dat dit die moeite werd is om emosionele risiko's te neem. Daar is interaksie tussen wat die onderwyser van die leerder verwag en wat die leerder glo. Die onderwyser moet die leerder se vermoë met betrekking tot wiskunde, wetenskap en tegnologie, asook sy kognitiewe, sosiaal/emosionele en estetiese potensiaal vasstel (Tylee s.j:1). Verskillende leerders gebruik ook verskillende leerstyle. Volgens Burns (1989 in Tylee, s.j:2) beweeg sommige vanaf die konkrete tot die abstrakte, ander vanaf die aktiewe tot die reflektiewe.

3.7.3.2 Beplan die leer

Na die assessering is die onderwyser in 'n beter posisie om te beplan. Hy moet eers op die verlangde uitkomst besluit. Hierdie uitkomst is die gevolg van interaksie tussen die kursus se dokumentasie, die onderwyser se onderwysteoretiese agtergrond en die onderwyser se assessering van die leerders se behoeftes. Hierdie uitkomst bepaal die inhoud van die individuele lesse.

Volgens Kemmis, Cole & Suggett (1983 in Tylee, s.j:3) is drie moontlike orientasies (of filosofieë) vir die kurrikulum moontlik: loopbaan-georiënteerd/neo-klassikaal, liberaal/progressief, of sosiaal/krities. Die siening van die onderwyser as fasiliteerder en die konstruktiewe benadering strook met die liberal/progressiewe oriëntasie. Daarvolgens moet die onderwyser ook deelneem aan die ontwikkeling van die kursus-dokumentasie. Maar die kursus kan ook sosiaal/kritiese elemente bevat as die onderwyser saam met die leerders die aard van "werk" bespreek en die leerders help om werks-georiënteerde vaardighede aan te kweek. Onderwysers moet hulself ondersoek en weet watter filosofie hulle onderskryf Tylee (1992 in Tylee, s.j:3).

Geleenthede vir die leerder om te leer moet daargestel word. Harrison (1998a & b in Tylee, s.j:3) het die S.P.A.C.E. model vir die skep van optimale leertoestande ontwikkel :

Self- Self-affirmation - die leerders sien hulself as effektiewe leerders en die onderwyser gee terugvoer om dit te staaf;

Personal meaning - die leerinhoud is vir die leerders persoonlik belangrik en relevant.

Active learning - die leerders neem aktief fisies asook intellektueel aan die leerproses deel.

Collaborative - die leerders werk met mekaar saam.

Empowering - die leerders word bemaagtig om beheer te neem van die leerproses

3.7.3.3 Implementeer die plan

Die atmosfeer in die klaskamer en in die skool sal die leerders aanmoedig om te help om die planne te implementeer. Die verskillende leerstyle van die leerders sal in ag geneem word.

3.7.3.4 Evalueer die proses

Na afloop van 'n les sal die onderwyser die leer wat plaasgevind het, assesser. Hy sal ook sorg dat enige emosionele probleme uitgestryk word. Hierdie evaluasie sal help om die volgende les se inhoud te bepaal.

3.7.4 Maniere waarop die onderwyser leer kan fasiliteer

Die onderwyser kan verskillende metodes van onderrig gebruik, bv. lesings, groepbesprekings, rolspeel, simulasie, debatte en sprekers van buite kry (<http://712educators.about.com/od/teachingstrategies/a/How-To-Facilitate-Learning.htm> [Datum uitgereik: 29.12.2015]). Die rede hiervoor is dat dit voorsiening maak vir leerders met verskillende leerstyle en belangstellings, en meer deelname van leerders moontlik maak. Leerders sal eienaarskap van hulle eie leer neem as hulle toegelaat word om keuses te maak bv. toegelaat word om self onderwerpe te kies waaroor hulle navorsing wil doen.

Leerders moet verstaan hoe dit wat hulle leer relevant is tot dit wat in hulle leëwêreld gebeur, bv. die inkopies wat hulle doen. Hulle moet ook kan insien hoe dit wat hulle leer toepaslik is op ander vakgebiede. Die onderwyser moet vrae vra en die leerders aanmoedig om ook vrae te vra, en om te hul eie voorstelle te formuleer.

Volgens Wiggins en McTighe doen die beste fasiliteerders die volgende:

Hulle:

- a) Ondersoek, en bespreek probleme
- b) Help die leerders om te verstaan (om betekenis te skep)
- c) Weerhou hulle van te veel instruksies.
- d) Moedig die gebruik van strategieë aan
- e) Werk om hulself oorbodig te maak.

Die onderwyser moet die leerders van hom “spreek” sodat hulle onafhanklik kan dink. Om dit te doen moet die onderwyser

- a) Die leerders aanmoedig om vir hul doelwitte te stel.
- b) Die leerders toelaat om keuses te maak bv. of hulle in groepe of alleen wil werk en of hulle die antwoorde wil skryf of mondeling wil gee
- c) Van die leerlinge verwag om hulself te assesser.
- d) Vir die leerders fasilitering vaardighede aanleer.

3. 8 WAARNEMING

3.8.1 Inleiding

Waarneming is ‘n individuele kognitiewe proses wat behels nadenke, en die identifisering van dit wat gereeld voorkom, veral as dit betrekking het op die leerder se doelwitte (Campbell 2001 in Lobato, Rhodehamel & Hohensee 2012:439) . (Lobato *et al.*, 2012:439) noem dat waarneming (“noticing”) wat oriëntasie insluit, maar dat uitvoering (“executive attention”) d.w.s die selektering van sekere inligting uit baie kompeterende bronne, belangriker is . Dit word ook dikwels deur sosiale interaksies bepaal, m. a. w. wat die onderwyser of medeleerders sê beïnvloed dit wat die leerder as belangrik ag.

3.8.2 Leerder waarneming

In eenvoudige klaskamer situasies, is daar baie verskillende wiskundige kenmerke wat ‘n leerder kan waarneem (Lobato 2013:809). In ‘n wiskundige situasie word daar dikwels baie inligting gegee, maar die leerder neem net sommige daarvan waar, d.w.s selekteer en interpreteer dan net sommige daarvan. ‘n Leerder kan bv. ‘n 2 en ‘n 6 raaksien en daaraan dink dat dat 6-2 drie is. Of dat albei syfers deelbaar is deur 2, wat ‘n leerder waarneem beïnvloed sy daaropvolgende redenering. Mason (2002 in Lobato *et al.*, 2013:810) stel dit so: Wat jy nie waarneem nie, kan jy nie op reageer nie. Sommige navorsers het bevind dat leerders herhalende (“recursive”) verwantskappe eerder as funksionele verwantskappe waarneem.

Daar bestaan ‘n fokus raamwerk wat poog om te verduidelik wat leerders raaksien, en ook hoe hierdie raaksien beïnvloed word deur interaksies tussen mense, en tussen mense en sisteme in hulle omgewings (Hartano & Greeno 1999 in Lobato *et al.*, 2013:813). Waarneming is dus sosiaal georganiseer, d.w.s dit word beïnvloed deur diskoers praktyke (handgebare, diagramme en woorde). Klem kan ook deur etikettering of annotasie bewerkstellig word. Hierdie metodes kan dus maak dat sekere kenmerke of aspekte as meer prominent beskou word. Wiskundige take is die onderwerp van diskoers in die klaskamer en dit lei daartoe dat die leerders sekere aspekte van die taak raaksien. Die aard van die wiskundige aktiwiteite in die klaskamer speel ook ‘n rol, d.w.s. die aard van die interaksie tussen die leerder en die onderwyser lei daartoe dat daar op sekere aspekte gefokus word. Die klimaat in die klaskamer is baie relevant want dit motiveer die leerling ook om sekere dinge raak te sien.

As leerders baie voorbeelde gegee word, kan hulle waarneem wat hierdie voorbeelde in gemeen het. Dan kan hulle reëls uit hierdie voorbeelde aflei. Hierdie proses vind dikwels in taalonderrig plaas.

Leerders neem ook waar hoe die onderwysers se taalgebruik van hulle s'n verskil. Onderwysers kan ook plakkate in die klaskamer opplak om kinders se aandag op sekere dinge te vestig.

3.8.3 Onderwyser se waarneming

Net soos leerders moet selekteer tussen 'n klomp moontlikhede, sien onderwysers ook net sommige aspekte raak; 'n onderwyser mag waarneem dat dogters meer geneig is om te antwoord as seuns, en 'n ander onderwyser mag waarneem dat leerders soggens vroeg beter konsentreer as later. Sommige onderwysers neem tot videos van wat in die klas aangaan en kyk dan later daarna. Hulle let dan op die kinders se gedrag en wat hulle geïnteresseer het. Die navorsers het bevind dat onderwysers deur verskillende lense na hulle klaskamers kyk, afhangende van ondervindings, kulturele agtergrond, ens. As onderwysers kinders se denke wil verstaan moet hulle let op watter strategieë hulle gebruik, en dan hulle begrip interpreteer en laastens besluit hoe om daarop te reageer (Lobato, 2013).

Die strategieë wat kinders kies is soos 'n venster waardeur die onderwyser 'n kykie kry in hulle denke. Dit geld ook in die geval van 'n individuele leerder. Onderwysers moet dikwels (daaglik) onmiddelik reageer op leerders (Jacobs, Lamb & Philip, 2010:172). Hulle moet vinnig besluite maak oor hoe hulle gaan reageer. Dan is daar ook die respons wat die onderwyser later by die huis maak bv. as hy besig is om vir toekomstige lesse te beplan. Al hierdie reaksies moet gegrond wees op wat hy in die klaskamer waargeneem het. As onderwysers besluite neem, kan dit data-gedrewe ((van onder na bo) of doel-gedrewe (van bo tot onder) wees. Dit wat die onderwyser waarneem val onder die eerste kategorie. Waarneming is nie 'n geïsoleerde stap nie, die onderwyser moet nadink oor dit wat hy waargeneem het en dan daarvolgens optree.

Volgens Van Es en Sherin (2008 in Gichobi, 213:29) is daar twee aspekte aan die vaardigheid van waarneming. Die onderwyser moet identifiseer wat belangrik is in die onderrigsituasie, en hy moet dan sy kennis gebruik om oor die situasie te redeneer. Hy moet skakels soek tussen wat in die spesifieke klaskamer situasie gebeur het en algemene, breër onderwys beginsels. Student onderwysers kan geleer word om hierdie vaardighede deel te maak van hulle onderrig praktyk. Onderwysers bou dus op die leerder se denke voort (Grouws 1992 in Jacobs *et al.*, 2010:172). As die onderwyser dit doen, is sy onderrig meer suksesvol. Indien die onderwyser nog steeds leer uit die denke van individuele kinders, lank nadat hy (die onderwyser) klaar studeer het, is hy 'n goeie onderwyser (Franke *et al.*, 2001 in Jacobs *et al.*, 2010:172). Dit beteken daar is dus soiets as om op 'n professionele manier leerders se wiskundige denke waar te neem.

Daar kan gesê word dat professionele waarneming tema-spesifiek is. Die onderwyser kan fokus op breër beginsels of op die situasie self. Dit wat die waarnemer uit dit wat hy waarneem leer, hang af van sy kennis en ondervinding (Schoenveld 2010 in Dreher & Kuntze, 2014:94). Die besluit hoe die onderwysers na aanleiding daarvan sal optree is belangrik. Vakkennis is belangrik vir die onderwyser as dit kom by waarneming. Die onderwyser moet kennis dra van die verskillende voorstellings van die wiskundige konsepte en hoe dit aan ander aspekte verwant is. Die deskundige onderwyser kan hierdie aspekte aan die leerders se denke verbind.

3.9 SAMEVATTING

In hierdie hoofstuk is 'n literatuurstudie onderneem hoe daar onderskei kan word tussen wiskundig geslote probleme en oop-probleme. Daar is ook gekyk na waaruit die twee tipes probleme bestaan en watter metode gevolg moet word om dit op te los. Dit het aan die lig gekom dat geslote probleme bestaan uit roetine en nie-roetine probleme. By geslote probleme is daar net een korrekte antwoord en word verkry deur net een vasgestelde metode. Die roetine probleme waarvan daar melding gemaak word, is probleme wat opgelos word, wat aan die leerder bekend is. In teenstelling daarmee is nie-roetine probleme, probleme waar die leerder vir homself 'n oplossing moet konstrueer. Daar is verder afgelei dat in die oplos van nie-roetine probleme van heuristiese prosesse gebruik gemaak word. Voorts het dit ook bekend geword dat leerders tydens die oplos van probleme, oor konseptuele kennis, prosedure, en verklarende kennis moet beskik in die oplos van probleme. In die hoofstuk word daar melding gemaak van hoe self-regulerende leer 'n invloed het op die leerder tydens die oplos van probleme.

Uit hierdie hoofstuk kan afgelei word watter faktore en beginsels in ag geneem moet word by die selektering van probleme en oor watter kenmerke dit moet beskik. Die rol van die onderwyser as fasiliteerder is bespreek en watter faktore hy as fasiliteerder in ag moet neem tydens fasilitering. Die belangrikheid van leertrajekte is beklemtoon, en hoe daar bepaal kan word op watter vlak van ontwikkeling leerders is in die oplos van probleme, en watter rol dit speel vir onderrig, opstel van kurrikula, assessering, en aktiwiteite in die regte volgorde. Waarneming bring aan die lig dat leerders en onderwysers hulle eie afleidings maak wat tydens leergebeure plaasvind en wat hulle beskou as belangrik.

HOOFSTUK 4

METODE EN ONTWERP VAN DIE DATA INSAMELINGSPROSES

4.1 INLEIDING

Die voorafgaande 2 hoofstukke het die fondament gelê vir die ondersoek wat volg. In Hoofstuk 2 is die tradisionele onderrigbenadering van wiskunde vergelyk met die probleemoplossingsbenadering en -strategie. In Hoofstuk 3 is die keuse van probleme en take, die rol wat die onderwyser in die probleemoplossingsklaskamer speel, te meer as hy terselfdertyd ook 'n multigraadonderwyser is, bespreek.

Die doel van hierdie hoofstuk is om navorsingsvraag te beantwoord hoe probleemoplossing die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 kan oorbrug. Subvrae twee en ses word bespreek en uitgevoer. Die kwalitatiewe metode in die vorm van Ontwerp-Gebaseerd-Navorsing (OGN) is gebruik om inligting te versamel in die vorm van vraelyste, onderhoude, waarneming en skriftelike werk. Die OGN is sterk ondersteun deur gevallestudies van die onderskeie groepe en die individue in die groepe. Dit word in hoofstuk 5 uiteengesit. In hierdie ondersoek het die navorser gebruik gemaak van 'n proefgroep. Hierdie proefgroep sowel as die res van die multigraadklas is onderrig hoe om die probleemoplossingsbenadering te gebruik en toe te pas om probleme op te los. 'n Loodsondersoek is eerste gedoen om te verseker dat die beste metode van navorsing gebruik moet word.

4.2 NAVORSINGSONTWERP

4.2.1 Navorsingsmetode

'n Kwalitatiewe ondersoek deur middel van 'n gevallestudie is vir die doel van die ondersoek gebruik deur vraelyste, onderhoude, toetse, waarneming en groepterugvoering van die leerders. Die navorsers het van die gevallestudiemetode gebruik deur onderhoude te voer, asook van direkte observasie.

4.2.2 Gevallestudie

'n Gevallestudie is 'n gedetailleerde beskrywing van 'n sosiale verskynsel wat in die werklike wêreld bestaan (du Plooy-Cilliers & Bezuidenhout, 2014:178). Die doel met 'n gevallestudie is om die doelwitte van die kwalitatiewe studie te behaal, d.w.s om te fokus op die besondere en subjektiewe eksperimentele werklikheid van die deelnemers. Die doel is om die geval outentiek voor te stel, en om tydens die proses die simboliese werklikhede wat die "unieke stem van die diene is wie se ondervinding in, en perspektief op, die wêreld onbekend, verwaarloos, of onderdruk is", te ontdek (Gomn *et al.*, in du Plooy-Cilliers & Bezuidenhout, 2014:179). Die gevallestudie is uitgevoer ter

ondersteuning van Ontwerp-Gebaseerde navorsing en was dikwels die leidende metodologie in die studie..

4.2.3 Ontwerp gebaseerde navorsing

Volgens Wang en Hannefin (2005:6) is Ontwerp-Gebaseerde Navorsing (OGN) 'n sistematiese maar buigsame metodologie wat bedoel is om opvoedkundige praktyke d.m.v. analise, ontwerp, ontwikkeling en implementasie te verbeter. Dit is gebaseer op samewerking tussen navorsers en praktisyns in werklike-wêreld omgewings, en lei tot konteks-vriendelike ontwerpbeginsels en teorieë. OGN het die potensiaal om die gaping tussen opvoedkundige praktyk en teorie te oorbrug want dit ontwikkel teorieë oor die gebied-spesifieke leer, en die middels om daardie leer te ondersteun (Bakker en van Erde, 2013:2). Die sleutelkenmerk van OGN is dat die opvoedkundige idees vir 'n leerder of onderwyser, se eie leer in die ontwerp geformuleer word, maar tog tydens die empiriese toetsing van die idees aangepas kan word. Bakker *et al.*, (2013:2). Die doel van OGN is om te verduidelik en om advies te gee. Dit gee teoretiese insig in hoe onderrig en leer verbeter kan word. OGN het na vore gekom as 'n manier om die behoefte aan nuwe strategieë wat ou, komplekse probleme in opvoeding kan oplos, te vervul.

In opvoeding is die fokus van OGN op reeds ontwerpte, pre-produkte/prosesse, en die toepassing daarvan op alledaagse kontekste wat baie deurmekaar, chaoties, en verskillend kan wees. Hierdie ontwerp word dan herhaaldelik deur intervensies verbeter, wat bydra tot kennis van hoe die ontwerp werk, en oor hoe soortgelyke ontwerpe in opvoedingkundige situasies sal werk (Ørngreen 2015:23). OGN behels meer as om net te wys hoe 'n sekere ontwerp werk, daar word vereis dat die navorser bewyse oor onderwys genereer wat moderne teoretiese kwessies aanspreek en die teoretiese kennis in die veld uitbou. Die doel is om gebruik te maak van enkele leer-omgewings, wat gewoonlik herhaal word, en wat in 'n natuurlike konteks voorkom. Dit moet in nuwe teorieë, artefakte, en praktyke veralgemeen word odat dit ooregedra kan word na ander skole en klaskamers. OGN lê klem op intervensies in 'n tipiese werklike wêreld omgewing. Dit ondersoek leer, leerstrategieë, en dalk onderwyser-leerder verhoudings of selfs politieke agendas.

OGN bestaan tipies uit drie siklusse van drie fases elk: voorbereiding en ontwerp, eie onderrig eksperiment, en retrospektiewe analise. 'n Ontwerp, en navorsingsinstrument wat gedurende al die fases van OGN nuttig is, is die hipotetiese leer trajek (HLT) wat gesien word as 'n uitbreiding van Freudenthal se denke-eksperiment. Simon (in Bakker *et al.*, 2013:16) definieer HLT as volg: Die hipotetiese leer trajek behels drie komponente; die leer doelwit wat die rigting definieer, die leer aktiwiteite en die hipotetiese leerproses. Die HLT is 'n nuttige navorsingsinstrument in die bestuur

van die gaping tussen die instruksie teorie, en die konkrete onderrig eksperiment. Dit is die gevolg van algemene gebieds-spesifieke en geskatte instruksie teorieë (Gravemeijer (in Bakker 2013:16), en dit wys navorsers en onderwysers hoe om 'n besondere onderrig eksperiment uit te voer. Na die uitvoering van die onderrig-eksperiment ontstaan daar rigtingwysers/ gidslyne wat betref die retrospektiewe analise, en die wisselwerking tussen HLT en die empiriese resultate. Hierdie uitkoms vorm nou die basis vir teoretiese ontwikkeling. Dit bereken dat 'n HLT nadat dit gevorm is, verskillende funksies kan hê, afhangende van die fase van die OGN, en dat dit tydens die verskillende fases voortdurend bly ontwikkel. Dit kan *selfs* tydens 'n HLT onderrig-eksperiment verander.

OGN was hoofsaaklik gebruik vir die onderskweiding van sy hoof drie fases. Die Gevallestudie benadering was ingespan om die fynere analyses te doen van al die kwalitatiewe komponente van die studie.

4.2.3.1 Hipotetiese Leertrajek in die ontwerpfase

Die ontwikkeling van 'n HLT begin met hoe die wiskundige onderwerp van die ontwerpstudie, in die kurrikulum en die handboeke omskryf is, 'n analise van die probleme gee wat die leerders met die onderwerp ondervind, en stem tot nadenke oor wat die leerders gedurende die spesifieke ontwerp gebaseerde navorsingstoepassing, behoort te leer. Hierdie ontledings lei tot die formulering van voorlopige wiskundige leerdoelwitte wat die *oriëntasie punt* vorm. Tydens die ontwerp van wiskundige aktiwiteite behoort die leerdoelwitte duideliker te word, want nou begin die navorser deur middel van die spesifieke ontwerpte prosesse, 'n hipotese vorm oor die leerder se potensiële leer. Voorts begin die onderwyser 'n beter begrip vorm oor hoe die leerder se leerprosesse ondersteun kan word. Hierdie konfrontasie met konkrete take lei dikwels tot 'n meer spesifieke

HLT wat beteken dat die HLT geleidelik gedurende die ontwerpfase ontwikkel (Drijvers in Bakker, 2013, 17). Die HLT sluit dus wiskundige leerdoelwitte, die leerder se voorafkennis, wiskundige probleme, en aannames oor die leerder se potensiële leerprosesse, asook hoe die onderwyser hierdie prosesse kan ondersteun, in.

4.2.3.2 Hipotetiese Leertrajek in die onderrig-eksperiment

Gedurende die onderrig eksperiment funksioneer die HLT as 'n gidslyn vir die onderwyser en navorser oor waarop om te fokus tydens onderrig, die voer van onderhoude, en observasie. Die onderwyser of navorser mag voel dat die HLT, of die instruksie aktiwiteit vir die volgende les aangepas moet word. Freudenthal (in Bakker *et al.*, 2013:17) sê, hoe korter die siklus, hoe meer doeltreffend die verandering van die navorsing en ontwikkeling. Klein veranderinge in die HLT word gewoonlik aangebring as gevolg van insidente in die klaskamer soos leerder se strategieë wat nie

voorsien is nie, of aktiwiteite wat te moeilik was ens. Veranderings in HLT word gemaak om optimale toestande te skep en word beskou as elemente van die data korpus - data beteken dat iets wat ingesamel is, kennis of inligting bv. deur observasie bestaan wat baie nuttig kan wees, navore gebring. Korpus, wat in die konteks van die onderrig eksperiment die beliggaming van die ingesamelde inligting ten opsigte van die elemente vervat. Dit beteken dat die veranderings gerapporteer moet word, en dat die kennis wat ingesamel is die saak vir HLT net sterker maak, want dit is beter as die veranderings wat plaasvind deur teoretiese redes in die analise daarvan, ondersteun word. Die HLT kan dus ook gedurende die onderrig-eksperimentele fase verander.

4.2.3.3 Hipotetiese Leertrajek in die retrospektiewe analise

Gedurende die retrospektiewe analise funksioneer HLT as 'n riglyn wat bepaal waarop die navorser in die analise moet fokus. Omdat voorspellings oor die leerder se leer gemaak word, kan die navorser hierdie skattings vergelyk met die observasies wat gedurende die onderrigeksperiment gemaak is. So 'n analise van die wisselwerking tussen die ontwikkelende HLT en die empiriese observasies vorm die basis vir die ontwikkeling van 'n instruksie-teorie. Na die retrospektiewe analise kan die HLT weer ge-her-formuleer word, dikwels is hierdie analise sterker as gedurende die onderrig eksperiment, en die nuwe HLT kan as riglyn dien vir 'n daaropvolgende ontwerpfasie.

4.2.4 Studiepopulasie

'n Populasie word deur Wiid en Diggings (in du Plooy-Cilliers & Bezuidenhout, 2014:132) gedefinieer as die totale groep van mense of entiteite [sosiale artefakte] van wie inligting gevra word. Die navorsing is uitgevoer by 'n multigraadskool in die Wes-Kaap wat bestaan uit 46 leerders. Die skool is gekies, omdat dit maklik beskikbaar was vir die navorser.

4.2.5 Teikengroep

Die teikengroepe wat vir die projek betrek is, was leerders van 'n multigraadklas van Grade 4, 5 en 6. Die klasindeling vir die ondersoek het bestaan uit groepe met vier leerders in elke groep wat bestaan uit een Graad ses leerder, een Graad vyf leerder en twee Graad vier leerders. Daar is gefokus op 'n klein groep sodat dit bestuurbaar bly, en die navorser aldus op sy eie praktyk en leerders se leer kan fokus, en dan daarvolgens te beplan. Een van die vier groepe was gebruik as die proefgroep. Die proefgroep is op 'n ewekansige wyse gekies. Tydens die ondersoek was die fokus op hierdie 4 leerders wat die ondersoekgroep is, maar terselfdertyd het die res van die leerders van die multigraadklas onderrig in probleemoplossing ontvang. Die vier kinders se name is Leerder 2, Leerder 7, Leerder 12 en Leerder 17.

4.3. ETIESE KWESSIE

Die betrek van ander mense by navorsing maak die inagneming van etiese kwessies noodsaaklik (McNiff & Whitehead, 2008 :86). Dit is veral belangrik as kinders as leerders betrokke is.

Aangesien daar met jong-leerders gewerk is, is toestemming van die ouers verkry.

Etiese inagneming behels die volgende drie aspekte:

- Onderhandeling en die verkryging van toegang tot die leerders,
- Die beskerming van deelnemers,
- Die bewys van goedertrou.

4.3.1 Onderhandeling en die verkryging van toegang

Voordat daar met navorsing begin word, moet daar onderhandel word en moet verlof verkry word (McNiff & Whitehead, 2008:86). Dit beteken dat verlof formeel en skriftelik gevra moet word.

(Sien bylaag H). Aangesien leerders by die navorsing betrek sou word, is skrywes aan die WesKaapse Onderwysdepartement, skoolbeheerliggaam, en ouers, gestuur vir goedkeuring om met die navorsing te mag begin. Dit is 'n vereiste dat daar 'n brief moet wees vir elkeen van die deelnemers, selfs vir diegene wat nie kan lees nie (McNiff & Whitehead, 2008:86). Elke leerder het ook 'n skriftelike skrywe ontvang wat hulle moes onderteken. Deelnemers moet weet dat hulle besig is om deel te neem aan navorsing (Du Plooy-Cilliers, *et al.*, 2014:264). Die inhoud van die skrywes is saam met die leerders deurgegaan en verduidelik waarom die navorsing gaan. Alle vrae moet beantwoord word, en hulle moes weet dat hulle, hulself enige tyd kan onttrek aan die navorsing. Die getekende toestemmingsbriewe van al die genoemde partye, is behou as bewyse deur middel van 'n hefstuk by die verslag.

4.3.2 Die beskerming van deelnemers

Die leerders is ingelig dat hulle name nie bekend gemaak sal word nie en dat hulle nommers sal kry soos leerder nommer 1. Die Navorser moes dus onderneem om nie die deelnemers op hulle name aan te spreek of op enige ander wyses identifiseer nie, tensy hulle self daarvoor vra nie (McNiff & Whitehead, 2008:86). Hulle moet duidelik weet wat van hulle tydens hulle deelname verwag sal word, of, en ook hoe, hulle identiteite beskerm sal word, asook hoe die bevindinge gebruik sal word (Du Plooy-Cilliers, *et al.*, 2014:264). Aan die leerders is verduidelik dat hulle belange eerste sal kom en dat alles vertroulik gehou sal word. Hulle kan ook enige tyd van die navorsing onttrek as hulle so voel en dat alle data vernietig sal word. Aan die leerders is altyd verduidelik wat gedoen sal word en dat

die navorsing na skool sal plaasvind. Die skoolhoof is verwittig dat die ligging van die skool waar die navorsing sal plaasvind, nie bekend gemaak sal word nie.

4.3.3 Bewys van Vertroue

Mense is meer gewillig om saam te werk met iemand wat hulle kan vertrou (McNiff & Whitehead, 2008:87). Die Navorser moet dus ten alle tye sy beloftes nakom. Jy moet betroubaar wees. Bou en behou 'n reputasie vir integriteit. Aldus moet die Navorser dit duidelik aan leerders stel dat dit wat belowe is, uitgevoer sal word.

4.4 MEETINSTRUMENTE

Inligting vir hierdie studie is verkry deur middel van verskeie meetinstrumente soos onder andere vraelyste, onderhoude, waarneming, en skriftelike werk van die leerders. Die inligting is so gou as moontlik verwerk na voltooiing van die ondersoek.

4.4.1 Vraelyste

'n Vraelys is 'n lys van vrae met die doel om inligting in te samel in verband met spesifieke informasie van die respondente (Sanson, 2011:8). Elke vraag in die vraelys is so ontwerp dat dit verband hou met die navorsingsvraag. Al die vrae in die vraelys is in 'n logiese volgorde georganiseer met vrae wat handel oor dieselfde onderwerp in afsonderlike afdelings.

Die Vraelys bestaan uit twaalf vrae wat onderverdeel is in vier afdelings oor hoe leerders te werk gaan om probleme op te los volgens die vier stappe van Polya, naamlik, (a) Verstaan die probleem.

(b) Maak 'n plan.

(c) Voer die plan uit.

(d) Kyk terug.

Dieselfde vraelyste sien (Bylaag C) is gegee aan al die leerders om te voltooi. Die vrae het die vorm aangeneem van meerkeusige-tipe vrae. Die meerkeusige-tipe vrae het die volgende vorm aangeneem :

(1) Nooit. (2) Selde/min Altyd. (3) Somtyds/ partykeer (4) Dikwels/ gereeld (5) Altyd

Leerders moes kies tussen hulle deur 'n kruisie te maak by die een wat vir hulle die beste pas. Afdeling A bestaan uit vier meerkeusige-tipe vrae wat so saamgestel is dat vasgestel kan word hoe leerders te werk gaan om probleme te verstaan.

Afdeling B bestaan uit twee meerkeusige-tipe vrae wat so saamgestel is dat vasgestel kan word hoe leerders te werk gaan om 'n plan te beraam, en om leerders se studiegewoontes te bepaal.

Afdeling C bestaan uit vier meerkeusige-tipe vrae om te kyk hoe leerders die plan/strategie uitvoer wat hulle gekies het.

Afdeling D bestaan uit twee vrae om te kyk wat leerders doen om seker te maak dat hulle reg gewerk het.

Nadat die vrae ontwerp is, is dit aan my studieleier gestuur vir sy opinie of dit die relevante kwessies aanspreek, asook of dit so geformuleer is dat dit verstaanbaar en ondubbelsinnig is.

4.4.2 Onderhoude

Onderhoude is 'n manier om data in te samel sowel as om kennis van individue te verbreed. (in Kajornboon, 2004:2).

Daar is baie redes hoekom onderhoude gevoer word, en as navorsingsinstrument gebruik word om data te versamel (Gray 2004:214), noem die volgende redes:

- Hoogs persoonlike data word benodig.
- Dit is moontlik om dieper te delf.
- Die sukseskoers is hoog,
- Die respondente is nie goed bekend met die taal nie, of hulle sukkel met geskrewe taal.

4.4.2.1 Metode van onderhoudsvoering

Die metode van die onderhoudsvoerings is gevoer in die vorm van aangesig-tot-aangesig onderhoudsvoering. In-diepte individuele onderhoude is dikwels meer suksesvol as fokusgroepe (McIntyre 2012:1). Die van aangesig-tot-aangesig onderhoude kan deur middel van verskillende media gevoer word, en moet veral gebruik word oral waar gehalte resultate benodig word. Dit is die ideale metode te meer as daar gesoek word na gedetailleerde inligting oor onderwerpe waarvoor mense nie maklik openlik voor ander mense sal praat nie, of as die konsepte moeilik is, en die deelnemers nie graag in die openbaar wil laat blyk dat hulle onkundig is nie (Palmerino, 2006:1).

In van aangesig-tot-aangesig onderhoude word die denke van elke respondent ten beste geprikkel sonder die probleme wat groepsdinamika meebring. In teenstelling met die tipiese fokusgroep is daar 'n paar respondente wat die gesprek oorheers. Tydens in-diepte van aangesig-tot-aangesig

onderhoude word die relevansie en hoogtepunte van elke stukkies gehalte inligting bewaar. Elke woord kan op 'n band opgeneem, getranskribeer, en op verskillende maniere gebruik word. Dit is 'n meer verteenwoordigend benadering as fokusbesprekings. Meer inligting word ingesamel tydens van aangesig-tot-aangesig onderhoudsvoering. Navorsers versamel dubbeld die hoeveelheid inligting tydens die voer van onderhoud op 'n van aangesig-tot-aangesig as met fokusgroep onderhoudsvoering (Palmerino, 2006:1).

Onderhoude is met vier leerders gevoer in die proefgroep sowel as met die res van die ander groepe om vas te stel hoe hulle te werk gaan om wiskundige probleme op te los.

Die onderhoud het begin eintlik voor die amptelike aanvang daarvan (Kajornboon, 2004:3). Die leerders is ingelig oor hoe die onderhoud gaan plaasvind. Leerders moet ook ingelig word dat hulle te enige tyd kan onttrek, en ook dat ondersteuning na afloop van die onderhoud gegee sal word indien dit benodig sou word. Voor die voer van 'n onderhoud het die navorser seker gemaak dat:

- Die respondente die vrae duidelik verstaan;
- Die respondent inligting gegee word oor die doel van die onderhoud, en die navorsingsprojek waarvan dit deel uitmaak;
- Die respondent weet dus vooraf min of meer hoe lank die onderhoud sal duur, en of dit opgeneem word;
- Die respondent verstaan waar en wanneer die onderhoud gevoer sal word.

(Gillham 2000:38).

Die onderhoud het die vorm van semi-gestruktureerde vrae aangeneem. Semi-gestruktureerde vrae word dikwels gebruik om kwalitatiewe ontledings te maak. Die onderhoud is minder rigied as gestruktureerde onderhoud, en die navorser het meer beheer oor die onderhoud as wat die geval is met ongestruktureerde onderhoud. Alhoewel die navorser gebruik maak van 'n gids en 'n lys van die hoof temas en sleutelvrae mag hy sy diskresie gebruik wat betref die bewoording en volgorde van die vrae. Hy kan ook addisionele vrae vra, en vir die respondent vra om uit te brei oor sekere aspekte van die onderwerp. Aldus mag die navorser ook vir 'n verduideliking deur die leerder vir sy antwoorde vra, sowel as om sy siening te verklaar en uit brei daarop. 'n Navorser kan besluit oor die styl van die onderhoud sodat die respondent gemaklik sal voel (Corbetta, 2003:270), so kan hy selfs die onderhoud in 'n nuwe rigting stuur (Gray, 2004:217). Die navorser is onafhanklik in die situasie en kan dus spontaan optree.

Die semi-gestruktureerde onderhoud is dus net gedeeltelik beplan, maar kan nog altyd met 'n ander respondent herhaal word. Die onderhoud is in die vorm van normale geselskap gevoer sodat die respondent meer op sy gemak laat voel. Die hoofvoordeel van hierdie onderhoud is dat op hierdie wyse in-diepte inligting verkry kan word. Sou ten minste sommige vrae gestandaardiseer wees, is dit ook moontlik om betroubare statistiek te verkry.

Die vier leerders het elkeen 'n beurt gekry om die onderhoudsvrae te beantwoord, terwyl die onderhoude op band opgeneem is. Aantekeninge is terselfdertyd van die onderhoude gemaak. Aangesien die afneem van aantekeninge leerders tydens die onderhoud steun, is die proses, hoe die onderhoude gaan plaasvind, eers vooraf aan hulle verduidelik.

4.4.3 Waarneming

Waarneming is een van die belangrikste data-insamelingsmetodes (Somekh & Lewin, 2011:131). Wat behels waarneming? Dit word beskryf as die sistematiese waarneming van gebeure, gedrag en enige bykomende optrede binne 'n sosiale opset (Marshall & Rossman in Kawulich, 2005:2). Die sistematiese waarneming van die gebeure wat plaasvind lei daartoe dat suksesvolle uitkoms bereik word. Dus moet daar gefokus word op die uitkomst. In hierdie waarneming word daar gefokus hoe die leerders binne hul onderskeie groepe te werk gegaan het, en wat 'n deelnemer se bydrae was om die onderskeie probleme op te los.

Waarneming kan twee vorme aanneem naamlik deelnemende waarneming en nie-deelnemende waarneming. In hierdie geval is van deelnemende waarneming gebruik gemaak om die data in te samel. Deelnemende waarneming vind plaas wanneer die navorser deel is van die proses in die klas. Hierdie tipe observasie word oor die algemeen aanvaar as die hoof data-insameling strategie van kwalitatiewe navorsing (De Vos, Strydom, Fouché, & Delport, 2001:279). Deelnemende waarneming bied die geleentheid om met deelnemers in kontak te wees en terselfdertyd inligting in te win wat van besondere waarde is. Tydens hierdie tipe waarneming is die navorser deel van die navorsing. Hy staan in die middel van die observasie deurdat hy rekord hou van die gebeure. Hy het dus eerstehandse ondervinding van die groep, en kan die dinamika onder die groep self dophou.

Hierdie tipe navorsing gee aan die navorser 'n dekmantel sodat hy op 'n natuurlike wyse deel word van die navorsing.

Die leerders is op 'n daaglikse basis waargeneem terwyl hulle besig was om wiskundige probleme op te los. Deur middel van waarneming is eerstehandse inligting ingesamel hoe leerders gesamentlik in

die groep werk. 'n Dieper verstaan van die leergebeure is verkry van die manier waarop leerders te werk gaan hoe om die probleme op te los. 'n Video opname van die leergebeure is gemaak om seker te maak dat die leergebeure nie maar net terloops is nie, maar dat dit werklik plaasgevind het, en eg is.

Die doel van die waarneming was om die volgende te bepaal:

- Wat leerders eerste gedoen het toe hulle met 'n probleem gekonfronteer is.
- Wie wat gedoen het tydens die oplos van die probleme.
- Hoe hulle te werk gegaan het om die probleem te verstaan.
- Watter strategie of plan hulle gevolg het om die probleem op te los.
- Of leerders oor die vermoë beskik om probleme suksesvol te voltooi.
- Wat hulle gedoen het toe die plan nie gewerk het nie.
- Kon leerders redes verskaf dat die probleem korrek uitgewerk is.
- Was al die leerders in die groep op 'n sinvolle wyse aktief betrokke met die uitvoer van probleme.

Die navorser het soveel as moontlik tussen die leerders beweeg om inligting in te win gedurende waarneming, terwyl terselfdertyd noukeurige aantekeninge gemaak is. Tydens die waarneming is op informele wyse met die deelnemers binne groepe onderhoude gevoer oor hul metode hoe om probleme op te los. Gedurende hierdie onderhoude kon afgelei word, wat elkeen se bydrae was, en hoe elkeen dink tydens die oplos van probleme. Aantekening is gemaak van die leerders se terugvoering tydens die informele onderhoude.

4.4.4 Voor- en Na-toets

'n Voortoets van 7 probleme is gegee aan alle leerders gedurende die eerste week van die tweede kwartaal 2017. Dit het bestaan uit nie-roetine probleme en probleme wat deur middel van verskeie metodes opgelos kon word. Die probleme het gewissel van maklik tot moeiliker probleme. Die leerders het die toetse geskryf aan die einde van die skooldag.

Die probleme van die na-toets was soortgelyk as die van die voortoets. Die natoets is gegee gedurende die laaste week van die derde kwartaal 2017. Beide die toetse is nagesien aan die hand van 'n rubriek (sien bylaag D).

Na die aflegging van die na-toets moes leerders dieselfde vraelys voltooi wat betrekking gehad het op die voortoets volgens die vier-fases van Polya. naamlik, verstaan, maak 'n plan, voer die plan uit en kyk terug.

Onderhoude is ook gevoer met die leerders op grond van die na-toets wat hulle geskryf het.

4.5 ONDERRIG VAN DIE PROBLEEMOPLOSSINGSBENADERING

Die toepassing van die probleemoplossingsbenadering in die oplos van probleme is aan al die leerders verduidelik. Die hele multigraadklas van grade vier, vyf en ses het onderrig ontvang oor hoe om probleme op te los deur die probleemoplossingsbenadering te gebruik deur middel van die verskillende probleemoplossingstrategieë, soos bv. die teken van prentjies, dramatisering, maak 'n lys om jou gesigspunt te verander en elimineer die moontlikhede. en werk terug. Daar is ook aan die leerders die geleentheid gebied om hul eie strategieë en oplosvaardighede te gebruik, en te verduidelik. Die lesse het plaasgevind gedurende die laaste agt weke van die eerste kwartaal 2017.

Polya se model van probleemoplossing is aan die leerders verduidelik asook wat om te doen in die verskillende stappe soos verstaan, maak 'n plan, voer die plan uit en kyk terug. Leerders is bewus gemaak van die belangrikheid van probleemoplossing, en dat hulle nie noodwendig die metode van die onderwyser wat aan hulle voorgedra word slaafs hoef te volg nie. Leerders kan van verskillende strategieë gebruik maak in die oplos van probleme, soos, teken 'n prentjie, maak 'n model, speel toneel, eliminerings, verander jou standpunt, maak 'n lys, en let op na 'n moontlike patroon. Gedurende Februarie 2017 is probleme aan die leerders gegee om individueel op te los.

Gedurende die laaste twee weke van die eerste kwartaal is leerders in verskillende groepe opgedeel om probleme op te los. Elke groep bestaan uit 4 leerders. In elke groep was een Graad 6 leerder, een Graad 5 leerder en twee Graad 4 leerders. Die groepe is gevra of dieselfde probleme op meer as een manier op te los. Die proses is gevolg totdat al die oplossingsstrategieë toegepas is. Verskillende probleme is aan die groepe gegee om te kyk watter strategie toegepas kan word wat die beste by die probleem pas. Die groepe is geleentheid gegun om hul oplossingsstrategie te bespreek en te verduidelik aan die res van die klas. Die navorser was deurentyd betrokke by die onderskeie groepe deur hulle aan te moedig hoe om die probleemoplossingsbenadering toe te pas. Probleemoplossing vir hierdie leerders was 'n totaal nuwe benadering vir hierdie leerders. Hierdie twee weke was gebruik om die leerders net bekend te stel aan probleemoplossing.

Die leerders was glad nie bekend met probleemoplossing nie. Die rol van die kind, die onderwyser, vraagstelling, gesprek en diskoers, groepwerk, assessering en die opneem van die eie verantwoordelikheid van 'n probleem was totaal nuut vir hulle. Hierdie twee was gebruik om die leerders hieraan bekend te stel. Aan die begin die volgende kwartaal was daar dadelik begin met die Voortoets en onmiddelik gevolg deur die vier siklusse.

4.6 ANALISERING EN INTERPRETASIE VAN DIE DATA

Die data wat verkry is vanaf die vraelyste, onderhoude, skriftelike werk en waarneming is kwalitatief ge-analiseer. Die resultate van die vraelys was om die leerders se houding teenoor wiskunde te bepaal. In die week waarin die vraelys geskeduleer en voltooi is, is die resultate verkry en verwerk om wat die leerders se houding ten opsigte van wiskunde, studiemetodes, kennis van breuke, hulle probleemoplossingsvaardighede, en probleme wat ondervind word tydens multigraadonderrig is, te bepaal.

Waarneming is gedoen aan die hand van 'n waarnemingsinstrument hoe die leerders gesamentlik in die groep werk en of daar enige verbetering in begrip was terwyl hulle besig was om probleme op te los. Die skriftelike werk van die leerders is beoordeel aan die hand van 'n gids vir skriftelike werk om te bepaal hoe hulle te werk gaan met die oplos van probleme op 'n skaal van 0 tot 3. Na elke probleem opgelos is, het leerders 'n terugvoeringsverslag ingevul om hulle samewerking binne die groep te beoordeel aan die hand van 'n skaal van 1 tot 4. Die onderhoude wat met die leerders gevoer is, is op dieselfde dag aangeteken. Uit die onderhoude kon bepaal word hoe leerders te werk gaan om probleme op te los.

4.7 SIKLUSSE

Na afloop van die voortoets het die proefgroep sowel as die ander groepe vier siklusse van probleme opgelos. Elke siklus het bestaan uit drie probleme. Die groepe moes elke probleem oplos aan die hand van die vier fases van Polya naamlik, verstaan, maak 'n plan, voer die plan uit en kyk terug. Elke groep moes na afloop van elke siklus 'n groep terugvoeringvraelys voltooi. Die vraelyste is ge-analiseer en geïnterpreteer en is voorgestel aan die hand van 'n verspreidingtabel, tabelle en staafgrafieke. Tydens die oplos van die probleme is video opnames gemaak van hoe die leerders te werk gegaan het in die groepe om die probleme op te los. Aantekeninge is ook gemaak van hoe leerders saamwerk in die groepe.

4.8. BETROUBAARHEID EN GELDIGHEID VAN DIE STUDIE

Ten einde die geloofwaardigheid en betroubaarheid van die navorsing te handhaaf, moet die studieleier die bronne nagaan. Die studieleier moet hom/haar vergewis van die bronne en dit goedkeur (Halu, 2012 in Anney, 2014:274).

4.8.1 Betroubaarheid

Die betroubaarheid van enige data insameling tydens 'n navorsingsprojek sal altyd 'n belangrike rol speel in die navorsingsproses. Die betroubaarheid van die navorsing het te doen met konsekwentheid en vertroue in die resultate van die navorsing. Elke aspek van die navorsings- proses kan verduidelik word, duidelik uitgespel, en uitgebrei word.

4.8.1.1 Interne Betroubaarheid

Interne betroubaarheid verwys na die graad van onafhanklikheid ten op sigte van die data insameling en die analisering daarvan. Die navorsingstudie is deeglik deurdink, beplan om gladde verloop daarvan te verseker, en om 'n sukses daarvan te probeer maak. Verskeie instrumente is gebruik om die betroubaarheid van insameling van data te bevorder. Apparatuur, soos audio en video opnames kan help met data-insameling wat des te meer bydra tot interne betroubaarheid van die navorsing.

Die studie is betroubaar aangesien die ontwerp van die navorsing deur ander gebruik en aangepas kan word. Vervolgens is die studie betroubaar aangesien die studie na 'n tydperk verloop het, weer gebruik kan word, en dieselfde resultate verkry sal word. Die probleme wat gekies is, pas by die studie en bou opmekaar.

4.8.1.2 Eksterne betroubaarheid.

Eksterne betroubaarheid doen weg met 'n herhaling van vorige navorsing. Dit beteken dat die konklusie van die navorsing afhang van die leerders wat in die navorsingsprojek gebruik is, en hul omgewing. Die waarneming tydens kwalitatiewe navorsing is nie 'n herhaling van vorige navorsing nie. Die take kan net so deur ander onderwysers gebruik word en dit sal dieselfde resultate lewer.

Die navorser is gemoeid met dit wat hy as die navorser self waarneem, en 'n duidelike uiteensetting word gegee aangaande die wyse waarop die navorsing gedoen is. Op grond van sy waarneming en data insameling kom die navorser dus tot sy konklusies.

4.8.2 Geldigheid

4.8.2.1 Interne Geldigheid

Interne geloofwaardigheid verwys na die kwaliteit en die betroubaarheid van die data wat ingesamel is, en aanleiding gegee het tot die gevolgtrekking waartoe die navorser gekom het. Hierdie betroubaarheid word ook beskou as geloofwaardigheid in kwalitatiewe navorsing (Guba 1981 in Bakker 2013:24). Daar kan heelwat tegnieke in *Ontwerpgebaseerde Navorsing: OGN* gebruik word om interne geloofwaardigheid te verbeter. Tydens 'n retrospektiewe ontleding word aannames gemaak wat weer getoets kan word om te sien of dit die navorsingsvraag beantwoord. Dit kan dus gedoen word deur met data te vergelyk wat op 'n drieledige wyse bekom is, deur van die volgende drie metodes gebruik te maak, nl. notas, toetse en ander werk van leerders. Weereens speel die interne geldigheid of geloofwaardigheid van die navorsingsvrae 'n groot rol met betrekking tot die uitslag, en konklusie wat die data tot gevolg het, omdat die ontwerp van die navorsing selfs na verloop van tyd, ook deur ander navorsers gebruik moet kan word vanweë die feit dat dit kwalitatiewe navorsing is. Aldus is die tipe probleme dieselfde vir almal en was dit beslis effektief !

4.8.2.2 Eksterne Geldigheid

Hierdie tipe geloofwaardigheid word gebruik om na 'n veralgemening van die navorsingsresultate te verwys. Hier word gebeure, of insidente so gefragmenteer as bloot iets algemeen. Die uitdaging van so 'n tipe geloofwaardigheid sal afhang van die wyse waarop die navorsingsresultate van toepassing gemaak kan word op hedendaagse modelle. Derhalwe moet dit so wees dat die probleme oral werk, reserch is, en dit lokaal gebruik is net vir studie doeleindes.

4.8.2.3 Geloofwaardigheid

Geloofwaardigheid word gedefinieer as die absolute oortuiging dat daar vertroue geplaas kan word in die konklusies van die navorsing. Die werklike geloofwaardigheid word voorts bepaal deur te kyk of daar noemenswaardige inligting van die leerders wat aan die projek deelgeneem het is, wat gebruik kan word sodat konklusies gevorm kan word, en 'n korrekte interpretasie van die waarneming gegee kan word.

4.9 SAMEVATTING

Hierdie hoofstuk gee 'n beskrywing van hoe die ondersoek plaasgevind het om die navorsingsvraag te beantwoord. Die ondersoek is gedoen deur van 'n gevalle studie in die vorm Ontwerp-

Gebaseerde navorsing gebruik te maak. Meetinstrumente soos vraelyste, onderhoude, waarneming en groepterugvoerings is gebruik om die nodige data in te samel. Die ondersoek is gedoen aan die hand van vier siklusse. Die leerders is onderrig in die toepassing van die probleemoplossingsbenadering, waarna 'n Voortoets en Na-toets aan hulle gegee is om te kyk in watter mate die navorsingsvraag beantwoord kan word.

HOOFSTUK 5

GENERERING, PROSESSERING EN ANALISERING VAN DIE DATA

5.1 INLEIDING

In hierdie hoofstuk gaan gekyk word of die data wat ingesamel is, kan aantoon dat die wiskundige probleemopslossingbenadering in 'n multigraadklaskamer die gaping tussen Grade 4, 5, en 6 kan oorbrug. Die klasindeling vir die ondersoek bestaan uit vyf groepe met vier leerders in elke groep. Een van die groepe (Groep 1) was die proefgroep wat bestaan uit een Graad 6 dogter, een Graad 5 dogter en twee Graad 4 leerders waarvan een 'n seun en een 'n dogter is. Hulle is saamgestel uit nommers 2, 7, 12 en 17. Groep 2 bestaan uit een Graad 6 dogter, een Graad 5 dogter en twee Graad 4 dogters. Hulle is saamgestel uit nommers 6, 8, 10 en 14. Groep 3 bestaan uit een Graad 6 seun, en 2 Graad 4 seuns. Hulle is saamgestel uit nommers 3, 5, en 15. Groep 4 bestaan uit een Graad 6 seun, een Graad 5 seun en twee Graad 4 leerders waarvan een 'n seun en een 'n dogter is. Hulle is saamgestel uit nommer 1, 4, 9 en 16. Groep 5 bestaan uit een Graad 6 dogter, een Graad 5 seun en een Graad 4 dogter. Hulle is saamgestel uit nommers 11, 13 en 18.

Die ingesamelde data verwys na stukke informasie wat bymekaar gemaak is, wat ek as navorser geleer het. Die vordering wat getoon is in die pre-toets en post-toets is vergelyk met mekaar deur middel van 'n vraelys wat leerders voltooi het na afloop van die twee toetse. Die vraelys van die Grade 4, 5 en 6 is met mekaar vergelyk en geïnterpreteer. Twaalf wiskundige probleme wat die leerders moes oplos is verdeel in vier siklusse. Elke siklus het bestaan uit 3 probleme. Na afloop van elke siklus asook na die Voortoets en Na-toets is onderhoude op 'n een-tot-een basis met al die leerders gevoer. Die onderhoude is aangeteken, ge-analiseer en geïnterpreteer. Die probleme wat leerders tydens siklus 1 (S1), siklus 2 (S2), siklus 3 (S3) en siklus 4 (S4), moes oplos, is deur middel van waarneming, vraelyste en groepterugvoeringvraelyste verder gebruik. Vir al die probleme sien aanhangsel A-D. Groep 1 is gekies as die proefgroep en die volledige prosessering van die data sal net op hierdie groep gefokus word. Dit bestaan uit analise van die data van die (bylaag B) Voortoets(VT), die twaalf probleme van die vier siklusse, bespreking van die vraelys, terugvoering van die groep (Bylaag G), bespreking van (bylaag C), die Na-toets(NT), Vraelys, onderhoude, waarneming en samevatting.

5.2 UITVOER VAN PROBLEEMOPLOSSINGSBENADERING

Die probleme wat aan die leerders gegee is om op te los, is onderverdeel in vier siklusse van drie probleme elk. Die leerders moes die probleme oplos volgens die vier stappe van Polya, naamlik, (a) Verstaan die probleem.

- (b) Maak 'n plan.
- (c) Voer die plan uit.
- (d) Kyk terug.

5.3 VOORTOETS

Die Voortoets en Na-toets het elk bestaan uit 7 woordprobleme (sien Bylaag B). Die rubriek (sien Bylaag D) is gebruik om die woordprobleme te bepunt – dit word aangedui in die tabel. Elke vraag is bepunt op 'n skaal van 5 van hoe leerders in die proefgroep geprester het (sien tabel 5.1). 'n Vergelyking van elke vraag is getref hoe die leerders van Grade 4, 5 en 6 in die proefgroep presteer het.

5.3.1. Analisering van die Voortoets

Die Voortoets sal eers aangebied word. Daar sal ons kan sien hoe die leerders wat geen ondervinding van die Probleemoplossingsbenadering gehad het nie, gevaar het met die kennis wat hulle gehad het. Die Voortoets bestaan uit 7 woordprobleme wat binne hul ervaringsveld lê, en ook binne hul kognitiewe vermoëns.

Daar was 28 pogings vir die oplossings. Een leerder het geen oplossing aangebied nie (L12 by P7). 15 het prentjies geteken en 12 het ander strategieë gebruik. Die strategieë van die 12 was direkte berekenings. Onder die prentjie voorstellings was 15 heeltemal foutief. Een was heeltemal korrek (Graad 5, L7) L2 en L12 se voorstellings was heeltemal korrek met berekeningsfout vir die antwoord. Die vier leerders het op 'n baie beperkte wyse van die teken van 'n prentjie as oplossingstrategie gebruik gemaak. Die swak prestasie kan moontlik daaraan toegeskryf word dat die probleemgesentreerde manier om probleme op te los 'n nuwe metode was om probleme op te los. Blootstelling aan die probleem-gesentreerde oplossingsmetode was dus te nog te beperk. Die leerders het nie oor die genoegsame verklarende kennis, konseptuele kennis en kennis van prosedure beskik nie. Die leerders het ook nie oor die genoegsame vorige ondervinding en kennis beskik om die probleme op te los nie. Die interpretering van die probleme was vir die leerders 'n probleem om te verstaan.

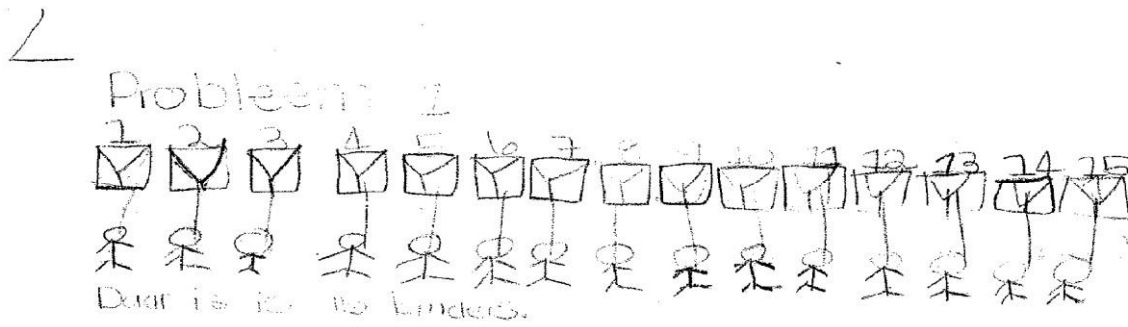
Die 4 leerders se pogings om die probleme op te los was soos volg.

Probleem 1

By 'n partytjie kry elke kind $\frac{1}{3}$ van 'n pizza. Daar is altesaam 15 pizzas. Hoeveel kinders was by die partytjie?

Leerder nr.2 (Graad 4) (VT.L2P1)

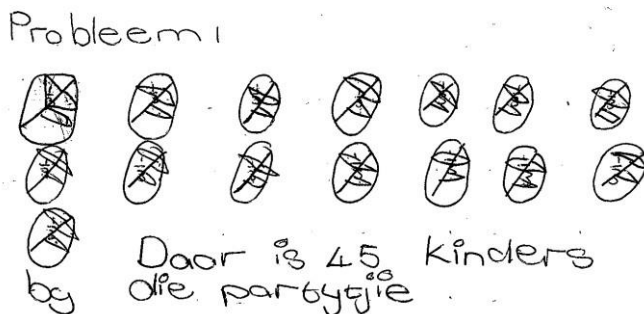
VT.L12P1



Figuur 5.1: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 1

KOMMENTAAR: L1 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Hy kon net nie $3 \times 15 = 45$ uitwerk nie.

Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P1)



Figuur 5.2: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 1

KOMMENTAAR: L2 se voorstelling in die probleem was korrek. Die leerder het die probleem korrek uitgewerk.

Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P1)

12 Probleem 1.

$10 - 25 = 75$

Daar is 75 kinders.

Figuur 5.3: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 1

KOMMENTAAR: L3 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Hy kon net nie $3 \times 15 = 45$ uitwerk nie.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P1)

17

Probleem 1

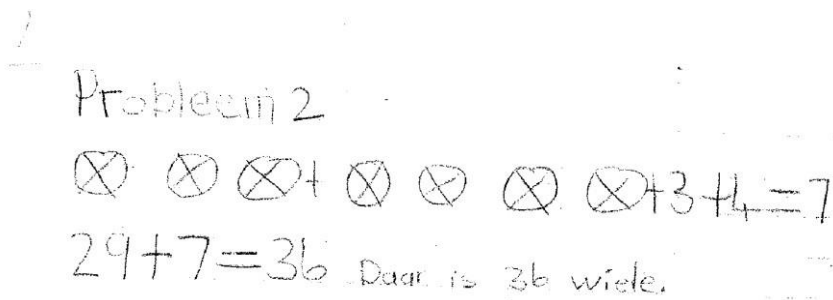
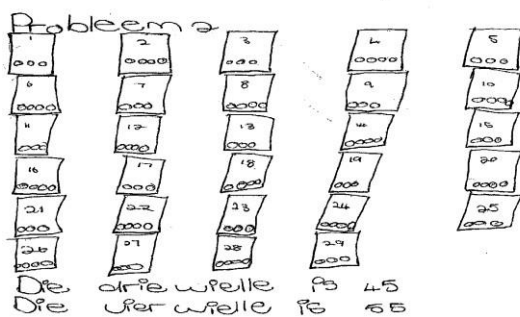
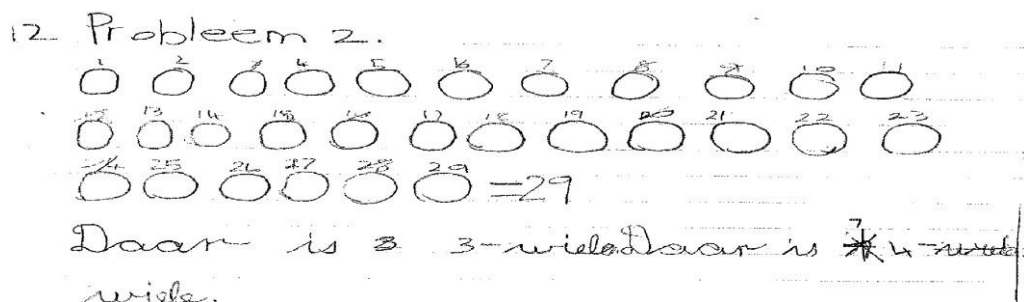
Elke kind was ky vier kinders.

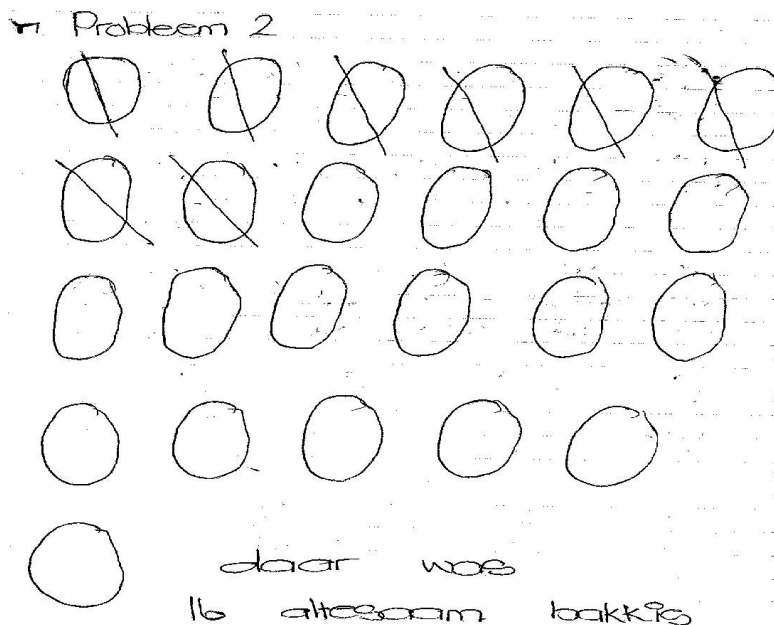
Figuur 5.4: Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 1

KOMMENTAAR: L4 se voorstelling was heeltemal foutief.

Probleem 2

By n motorveiling is daar 3-wiel motorfietse en 4-wiel aangedrewe bakkies. As daar altesaam 29 wiele is, hoeveel is 3-wiel motorfietse en 4-wiel aangedrewe bakkies?

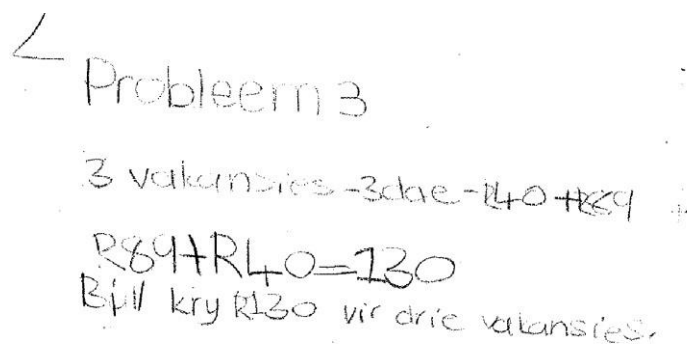
Leerder nr. 2 (Graad 4) (VT.L7P2)**Figuur 5.5: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 2****KOMMENTAAR:** L1 se voorstelling was heeltemal foutief.**Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P2)****Figuur 5.6: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2****KOMMENTAAR:** L12 se voorstelling was heeltemal foutief.**Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P2)****Figuur 5.7: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2****KOMMENTAAR:** L12 se voorstelling is foutief. Die antwoord van die 3-driewiele is korrek.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P2)**Figuur 5.8: Leerder nr .17 se oplossing vir probleem 2**

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling was heeltemal foutief.

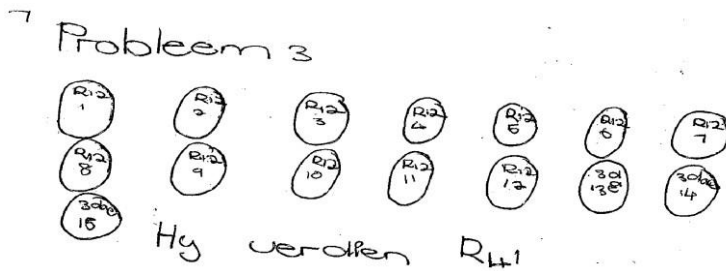
Probleem 3

Bill ontvang R12 om vir sy buurman se kat kos te gee vir 3 dae. Hoeveel dae moet vir die kat kos gegee word sodat hy R40 kan verdien? Bill wil genoeg verdien om 'n CD speler te koop wat R89 kos. Sal die geld wat hy verdien genoeg wees? Verduidelik.

Leerder nr. 2 (Graad 4) (VT.L2P3)**Figuur 5.9: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 3**

KOMMENTAAR: L2 se oplossing was foutief.

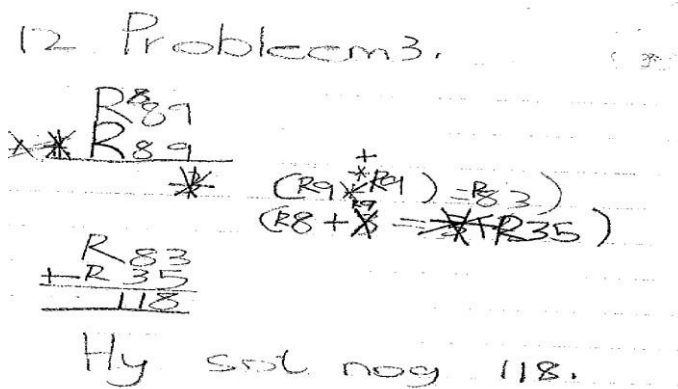
Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P3)



Figuur 5.10: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 3

KOMMENTAAR: L1 se voorstelling was heeltemal foutief.

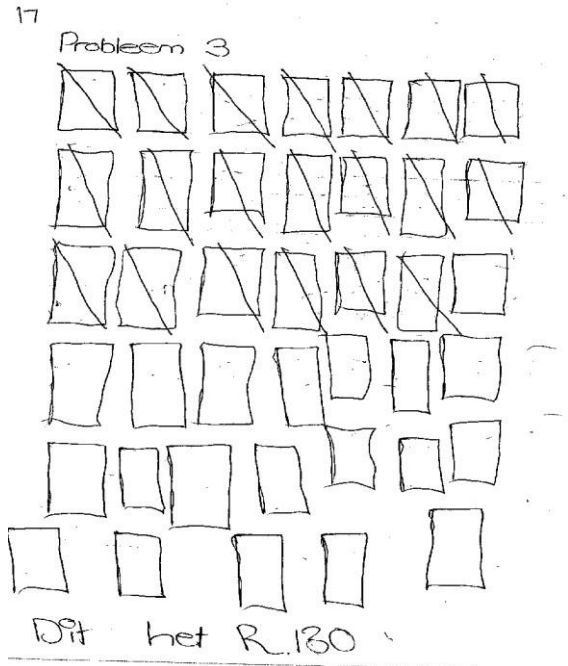
Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P3)



Figuur 5.11: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 3

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P3)



Figuur 5.12: Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 3

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling was heeltemal foutief.

Probleem 4

180 appelbome word in 'n reguit ry geplant, sodat die afstand tussen die bome 8 meter is. Wat sal die afstand wees vanaf eerste boom tot en met die 180ste boom?

Leerder nr. 2 (Graad 4) (VT.L2P4)

2

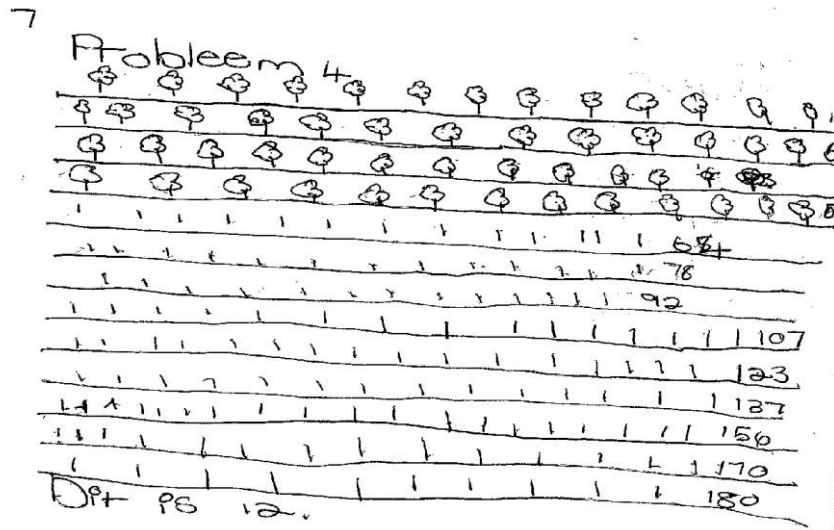
Probleem 4

$$180 + 8 = 188$$

Figuur 5.13: Leerder nr.2 van proefgroep se oplossing vir probleem 4 KOMMENTAAR:

L2 se voorstelling was heeltemal foutief.

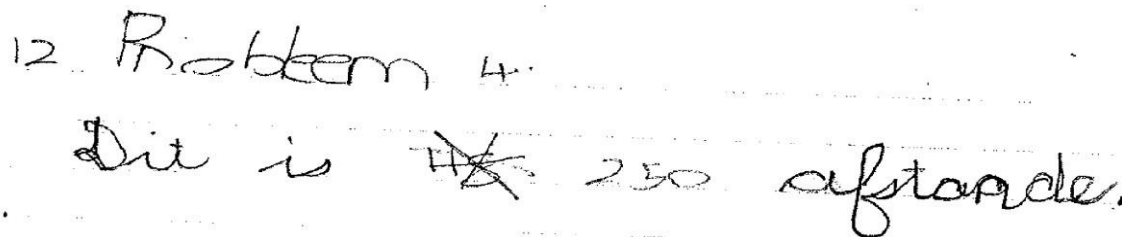
Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P4)



Figuur 5.14: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 4

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling was heeltemal foutief.

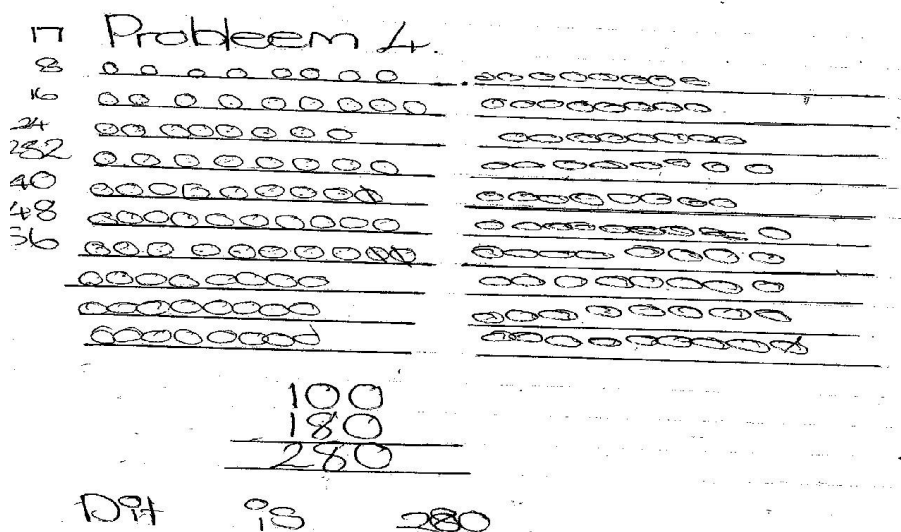
Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P4)



Figuur 5.15: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 4

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P4)



Figuur 5.16: Leerder nr.17 van proefgroep se oplossing vir probleem 4 KOMMENTAAR:

L17 se voorstelling was heeltemal foutief.

Probleem 5

In die Karoo help 'n seun sy pa om 'n reghoekige kamp te bou. Die afstand van die hoekpale is in lengte 24 meter en 20 meter wyd van mekaar. Tussen die pale is spanhoutjies (droppers) wat 4m van mekaar is. By die regterkantste hoek is daar 'n hek wat 3m lank is. Hoeveel droppers sal benodig word?

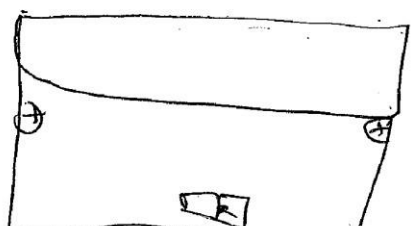
Leerder 2 (Graad 4) (VT.L2P5)

5
Probleem 5
 $4m + 3m = 7meter$
Daar sal 80 hantspantjies wees.

Figuur 5.17: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 5

KOMMENTAAR: L2 se voorstelling was heeltemal foutief. Die Leerder nr.2 het nie die al die vrae beantwoord nie. Die antwoorde van die probleem wat gevra was, is verkeerd. Die leerder het nie die probleem verstaan nie. Die leerder het nie seker gemaak of die antwoorde korrek was nie.

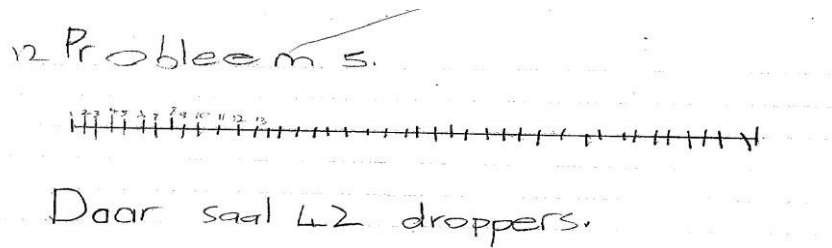
Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P5)

7
Probleem 5

Daar is 8 reg hoek

Figuur 5.18: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 5

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling was heeltemal foutief.

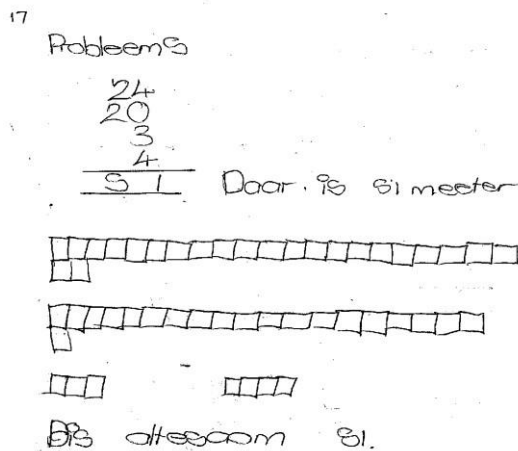
Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P5)



Figuur 5.19: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 5

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P5)



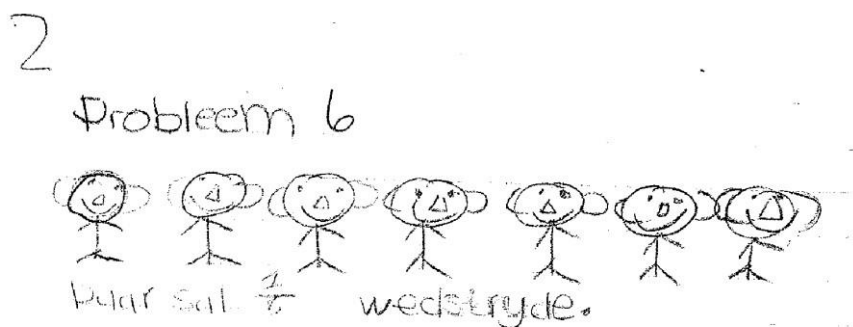
Figuur 5.20: Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 5

KOMMENTAAR: L1 se voorstelling was heeltemal foutief.

Probleem 6

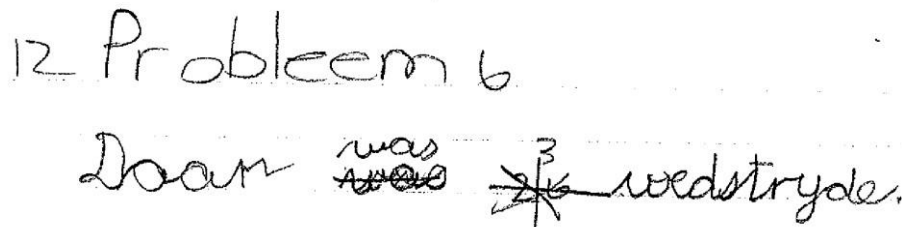
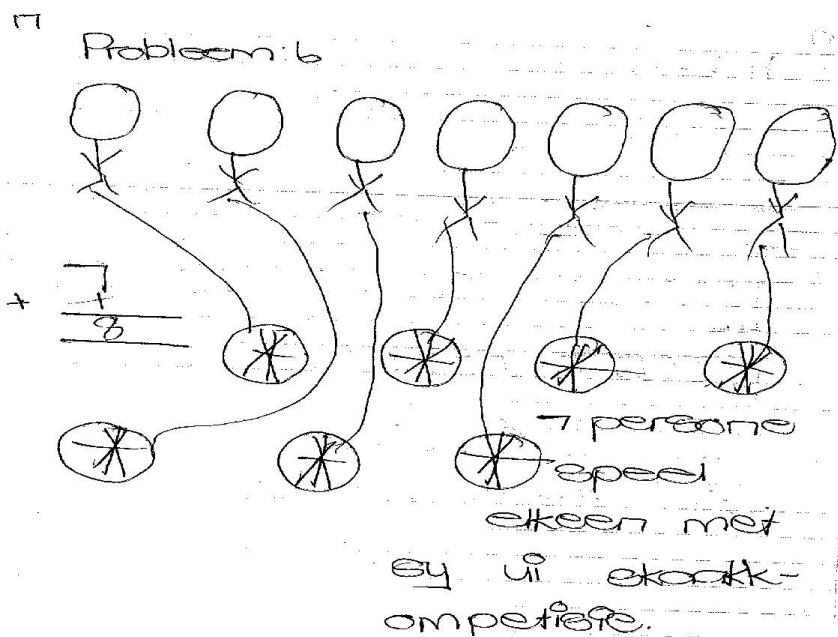
Sewe persone neem deel aan 'n skaakkompetisie. Elke speler speel een keer teen 'n ander persoon. Bepaal hoeveel wedstryde gespeel sal word.

Leerder nr. 2 (Graad 4) (VT.L2P6)



Figuur 5.21: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 6

KOMMENTAAR: L1 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P6)**Figuur 5.22: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 6****KOMMENTAAR:** L7 se voorstelling was heeltemal foutief.**Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P6)****Figuur 5.23: Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 6****KOMMENTAAR:** L12 se voorstelling was heeltemal foutief.**Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P6)****Figuur 5.24: Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 6****KOMMENTAAR:** L17 se voorstelling was heeltemal foutief.

'n Boer het 1 576 skape op sy plaas. Wanneer 784 skape vrek weens droogte, verkoop hy die helfte daarvan aan die slagpale teen R45/kg. Die massa van elke skaap is gemiddeld 25 kg wat verkoop word. Die slagpale verkoop die skape aan die slaghuis teen R60/kg. Die slaghuis verkoop op sy beurt die skape aan die publiek teen R74/kg. a) Hoeveel betaal die slagpale die boer vir die skape ?
 b) Hoeveel wins maak die slagpale ?
 c) Watter bedrag ontvang die slaghuis ?

Probleem 7**Leerder nr. 2 (Graad 4) (VT.L2P7)**

2

Probleem 7

$$\begin{array}{r} 25760 \\ - 784 \\ \hline 24976 \end{array}$$

Figuur 5.25: Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 7

KOMMENTAAR: L2 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder nr. 7 (Graad 5) (VT.L7P7)

7

Probleem 7

$$\begin{array}{r} 1576 \\ + 784 \\ \hline 2360 \end{array}$$

Figuur 5.26: Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 7

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling was heeltemal foutief.

Leerder 12 (Graad 4) (VT.L12P7)

KOMMENTAAR: Hierdie Leerder nr.12 het nie die probleem gedoen nie.

Leerder 17 (Graad 6) (VT.L17P7)

17

Probleem 7.

$$\begin{array}{r}
 135176 \\
 784 \\
 43 \\
 60 \\
 74 \\
 \hline
 4539
 \end{array}$$

die boer
het toe weer 4539
skape by gekry

a) Antwoord Hy betaal 784 vir
n skap.

b) Antwoord: Dit maak 74kg.
en ook 48kg en ook
26kg.

Figuur 5.27: Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 7

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling was heeltemal foutief.

5.3.2 Bepunting van die Voortoets

Die punte van die 4 leerders soos ge-assesseer per vraag deur die rubriek (Bylae D) word aangedui in die volgende tabel (5.1).

Leerders	Probleem 1	Probleem 2	Probleem 3	Probleem 4	Probleem 5	Probleem 6	Probleem 7
No 2	3	2	1	1	1	1	1
No 7	5	2	1	1	1	1	1
No 12	4	3	1	1	1	1	0
No 17	2	1	1	1	1	1	1

Tabel 5.1 Punte van die Voortoets per vraag.

5.3.3 Gemiddelde Punt van die Voortoets

Die gemiddelde punt van die Voortoets word aangedui in die volgende tabel (sien tabel 5.2).

Graad	Nommer	Gemiddelde Punt
Graad 4	2	1.4
Graad 4	12	1.6
Graad 5	7	1.7
Graad 6	17	1.1

Tabel 5.2 Gemiddelde punt van die vier leerders in die Voortoets.

Uit voorgaande opmerkings en die analise van die Voortoets is dit duidelik dat hierdie groep leerders in hierdie klas nog maar baie min van die probleemoplossingsbenadering verstaan en begryp het. In die vier siklusse wat volg is daar 'n sterk poging aangewend om die leerders meer vertrouwd te maak met die probleemoplossingsbenadering.

5.4 SIKLUSSE

5.4.1 SIKLUS 1 (S1)

Probleem 1 : Pizzas

SIP1

Pizzas

11 ewe groot pizzas moet gelyk op tussen 8 kinders verdeel word. Hoeveel gaan elke kind van die pizzas kry ?

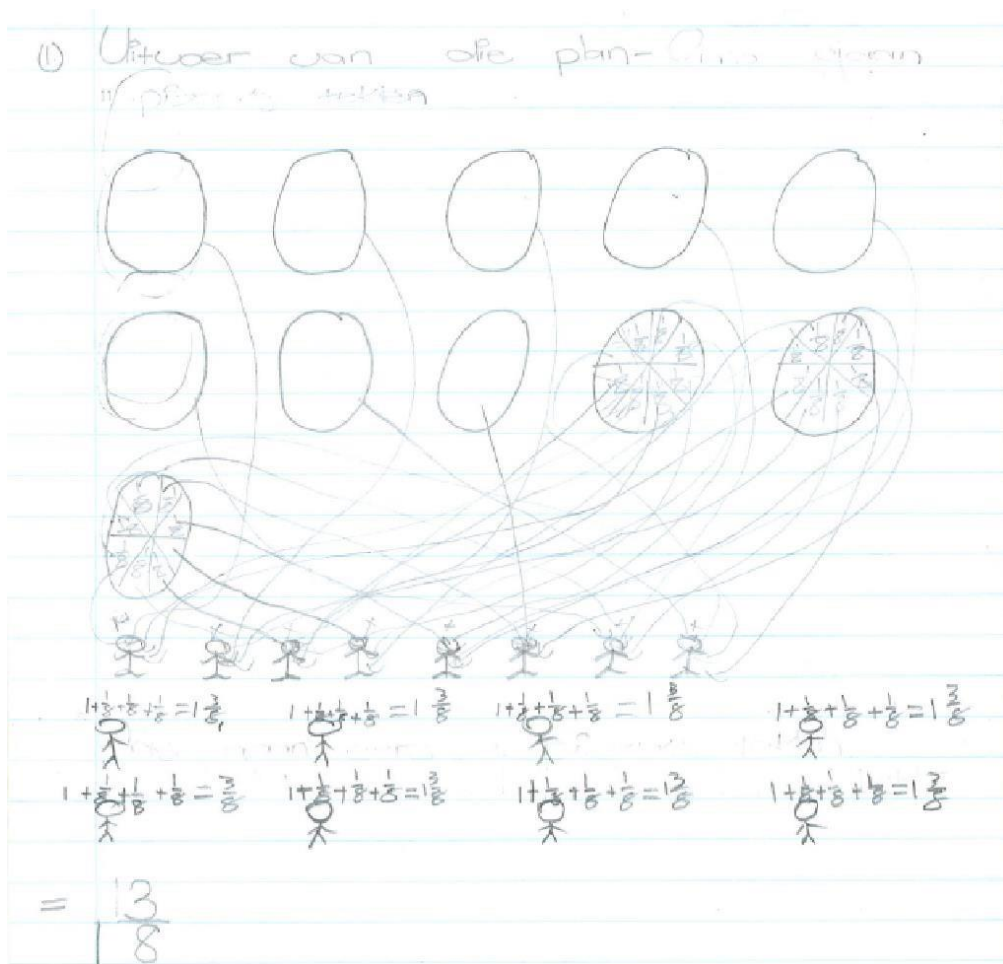
(a) Verstaan die probleem.

Groep 1 het aangdui by probleem 1 dat hulle dit herhaaldelik gaan deurlees totdat hulle die probleem verstaan.

(b) Maak 'n plan

Ons gaan 11 pizzas teken en dit tussen agt kinders verdeel. Ons gaan kyk hoeveel elke kind kry. Ons gaan die 11 pizzas met elke kind verbind. Ons gaan vir elkeen 'n hele gee. Ons het die wat oorbly in agtstes verdeel. Toe gee ons vir elkeen 'n agtste. Ons gee toe vir elke kind 3 agtstes.

(c) Uitvoer van die plan



Figuur 5.28. Proefgroep se uitvoer van probleem 1 in siklus 1

(d) Kyk terug

Die groep het seker gemaak dat 8 kinders en 11 pizzas geteken is.

Probleem 2: HANDDRUKKE

SIP2

HANDDRUKKE

12 leerders daag op vir die krieketoefeninge. Hulle groet mekaar met die hand toe hulle by die krieketveld kom en groet mekaar weer na die oefeninge. Hoeveel handdrukke was daar?

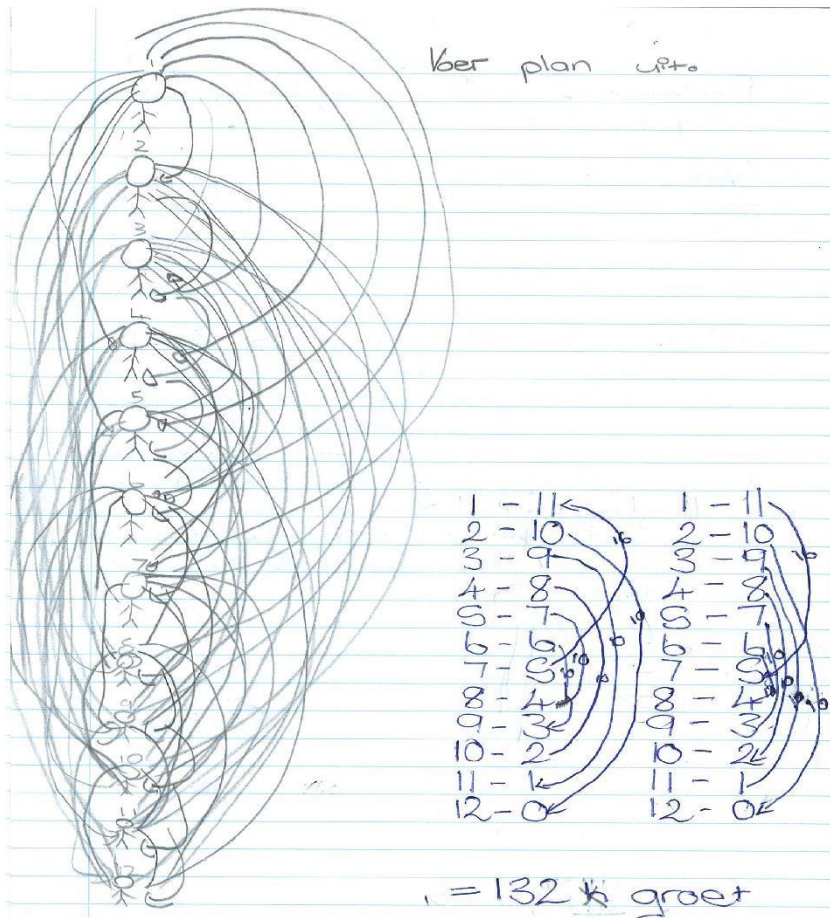
(a) Verstaan

Die groep het die probleem meer as eenkeer gelees om dit te verstaan.

(b) Maak 'n plan

Ons gaan 12 kinders teken. Ons gaan dit van 1 tot 12 nommer. Ons gaan dit verbind.

(c) Voer die plan uit



Figuur 5.29 Proefgroep se uitvoer van probleem 2 in siklus 1

(d) Kyk terug

Groep 1 het gekyk of daar 12 spelers geteken is en of hulle reg verbind is. Prof: Hulle het elke speler se aantal handdrukke getel as hy elke keer 'n nuwe speler groet. Hulle het $100+16+16$ bymekaar getel om die antwoord te kry. Hulle het gesien die antwoord is 132.

Al die groepe het hul planne soos volg uitgevoer.

- Nommer 1 het 11 keer gegroet.
- Nommer 2 het 10 keer gegroet.
- Nommer 3 het 9 keer gegroet.
- Nommer 4 het 8 keer gegroet.
- Nommer 5 het 7 keer gegroet.
- Nommer 6 het 6 keer gegroet.
- Nommer 7 het 5 keer gegroet.
- Nommer 8 het 4 keer gegroet.
- Nommer 9 het 3 keer gegroet.

Nommer 10 het 2 keer gegroet.

Nommer 11 het 1 keer gegroet. Nommer

12 het 0 keer gegroet.

Leerders het die aantal handdrukke bymekaar getel en 66 handdrukke gekry. Die 66 handdrukke is by nog 66 handdrukke getel en 132 handdrukke gekry.

KOMMENTAAR: Hier het ons amper twee oplossingsmetodes, maar die uitgeskryfde oplossing is meer 'n afleiding uit die eerste stel prentjies. Ek wil dit amper as 'n aparte metode sien.

Probleem 3 : GROENTETUIN

S1P3

GROENTETUIN

By die skool se groentetuin word 18 rye beetplantjies geplant. In elke ry is daar 19 plantjies.

Die beet word in bossies van 6 elk gebind. Die bossies word verkoop teen R8 per bossies.

Die onkoste van die saad en bemesting is R113. a) Hoeveel plantjies is geplant ?

b) Hoeveel bossies beet is gemaak ?

c) Hoeveel geld het die skool gemaak ?

a) Verstaan

Leerder nr.2 : Lees die som vir Groep 1 terwyl die ander aandagtig geluister het.

(b) Maak 'n plan

L12 gaan die 18 rye met die 19 plantjies elk teken.

L7 en 17 gaan die rye plantjies bymekaar tel Die rye is van 1 tot 18 genommer.

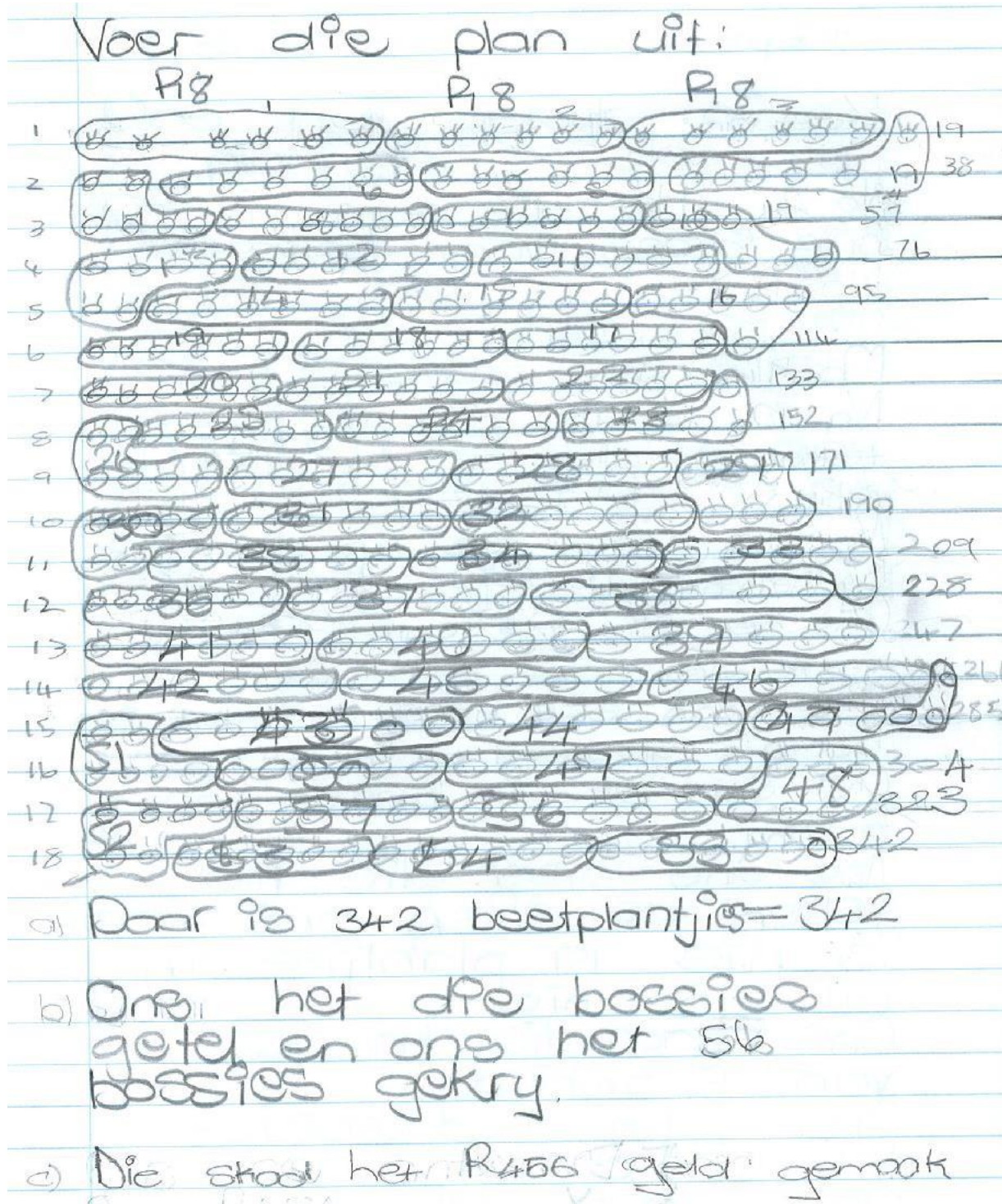
Ons gaan dit in bossies van 6 maak.

Ons gaan die bossies van 6 omkring.

Ons gaan die R8de bymekaar tel L7 het gesê ons moet die R8de plus.

L12 het gesê ons moet dit maal

(c) Voer die plan uit.



Figuur 5.30 Proefgroep se uitvoer van probleem 3 in siklus 1

(d) Kyk terug

Die groep het seker gemaak of daar 19 plantjies in elke ry was. Hulle het bevind dat daar was nie 19 plantjies in ry 13 nie. Hulle het seker gemaak of hulle 18 rye het en dat daar in elke bossie 6 beetplantjies was. Daarna het hulle gekeek of die antwoord reg was.

KOMMENTAAR: Die leerders het hier net van een strategie gebruik gemaak wat hulle met sukses uitgevoer het. Dit lyk of hulle hierdie probleem met gemak opgelos het.

5.4.2 SIKLUS 2

PROBLEEM 1:

S2P1 : SJOKOLADE KOEK

Jou ma het 6 groot sjokoladekoeke gebak. Sy het twee in 6 gelyke snye gedeel, twee in 8 gelyke dele en die ander twee in 12 gelyke dele. Jy wil graag die grootste stuk koek hê, maar weet nie van watter koek se stukkie jy moet vat nie. a) Van watter koek se stukke sal jy neem ?

b) Hoeveel stukke koek was daar altesaam ?

(a) Verstaan van die probleem.

L2 het die som geles vir die groep.

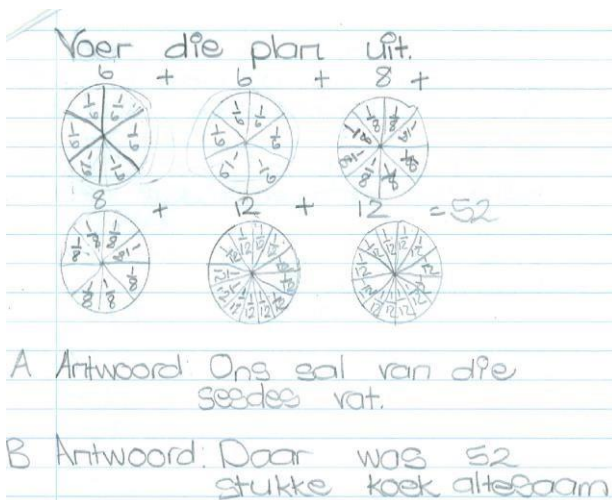
(b) Maak 'n plan

Die groep het besluit hulle gaan 6 ewe groot sjokolade koeke teken. Twee daarvan word in 6 gelyke dele, 2 in 8 dele en die ander twee in 12 dele verdeel.

(c) Voer die plan uit

Ses groot sjokolade koeke gaan deur L7 geteken word.

L12 gaan 2 koeke in ses gelyke snye verdeel, 2 in 8 dele en die ander twee in 12 dele.



Figuur 5.31 Proefgroep se uitvoer van probleem 1 in siklus 2

(d) Kyk terug

Hulle het gekyk of hulle 6 ewe groot sjokoladekoeke koeke geteken het en of die koeke in ses, agt en twaalf gedeel is. Hulle het gekyk of die antwoord reg was.

KOMMENTAAR: Hier is ook net van een strategie gebruik gemaak wat hulle met sukses uitgevoer het. Hierdie strategie is op 'n verfynde en netjiese wyse uitgevoer. Dit lyk of hulle hierdie probleem met gemak opgelos het.

PROBLEEM 2 : SKAAPKAMP**S2P2 : SKAAPKAMP**

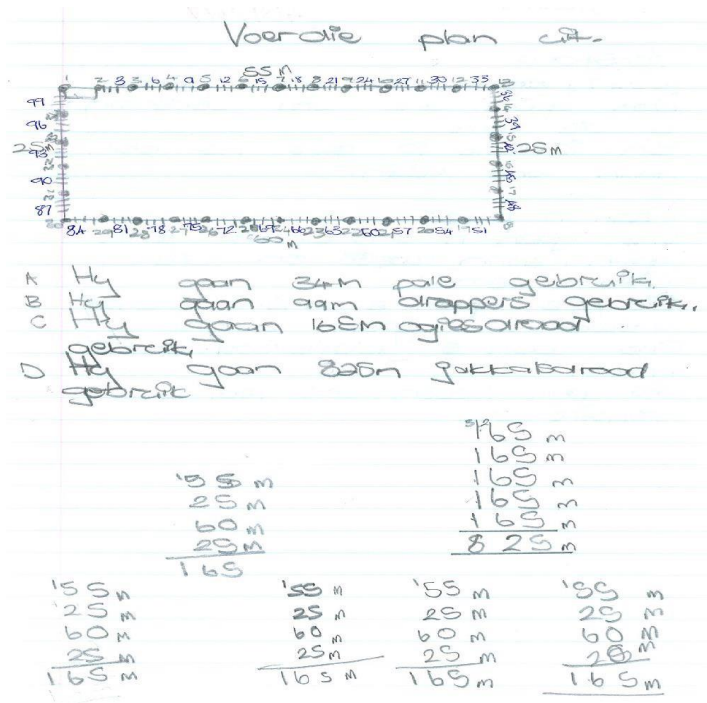
'n Boer wil 'n kamp vir sy skape omhein waarvan die lengte 60 m en die breedte 25m is. Hy maak 'n hek van 5 meter waardeur die skape in en uit gaan. Die pale word 5 meter vanaf mekaar geplant. Hy wil die kamp met 5 drade jakkalsdraad omhein asook met ogiesdraad. Tussen die pale sit hy 4 stutpale (droppers). a) Hoeveel pale gaan hy gebruik ?
 b) Hoeveel droppers gaan hy gebruik ?
 c) Wat is die lengte ogiesdraad wat hy gaan gebruik ?
 d) Wat is die lengte jakkalsdraad wat hy gaan gebruik ?

(a) Verstaan van die probleem.

L7 lees die som terwyl die res van die groep volg en aandagtig luister wat hy lees.

(b) Maak 'n plan.

Die groep het besluit hulle gaan 'n omheining maak waarvan die lengte 60 meter en die breedte 25 meter moet wees. Pale gaan 5 meter vanaf mekaar geplant word. 5 jakkalsdrade gaan gespan word. Tussen elke paal gaan 4 droppers gesit word.

(c) Voer die plan uit

Figuur 5.32 Proefgroep se uitvoer van probleem 2 in siklus 2

(d) Kyk terug

Hulle het seker gemaak of die kamp reg voorgestel is en hulle of hulle reg geskryf het. Die groep het gekyk of die hulle die som reg uitgewerk het en of die antwoord reg is asook of hulle reg geskryf het.

KOMMENTAAR: Strategie van die prentjie is korrek uitgevoer, behalwe dat hulle nie die hek in berekening gebring het nie. Strategie is baie goed uitgevoer en alle berekenings is gewys.

Probleem 3

S2P3 : DIE TOU

Rhada moet 'n tou van $6\frac{2}{3}$ meter lank in lengtes $\frac{1}{3}$ van meter opknip. Hoeveel stukke tou sal sy hê ?

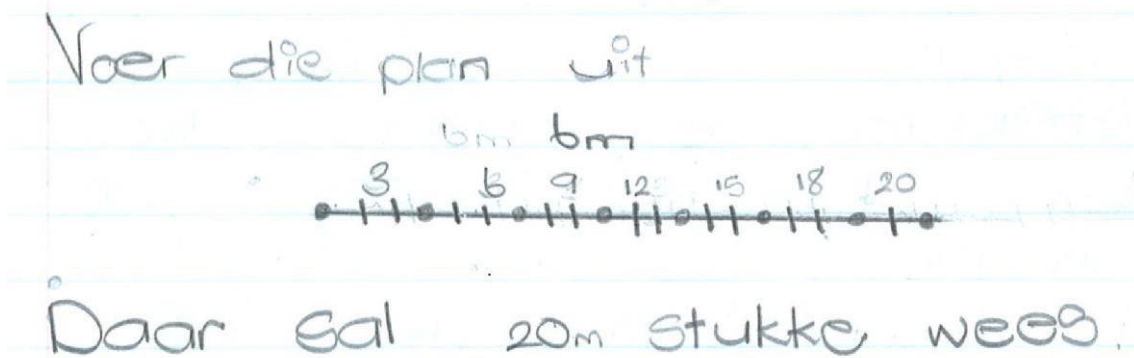
(a) Verstaan van die probleem.

Hulle het die probleem geles tot dat hulle dit verstaan het. Hulle het seker gemaak dat elkeen verstaan die probleem.

(b) Maak 'n plan

Hulle gaan 'n tou geteken van $6\frac{2}{3}$ m lank. Die tou gaan in stukke van $\frac{1}{3}$ verdeel word. Dan gaan hulle kyk hoeveel stukke hulle gaan kry.

(c) Voer die plan uit



Figuur 5.33 Proefgroep se uitvoer van probleem 3 in siklus 2

(d) Kyk terug

Die groep het gekyk of hulle die som reg geles, geteken, getel en of die antwoord reg is.

KOMMENTAAR: Die strategie is reg uitgevoer. Dit blyk dat hulle breuke kennis goed is.

5.4.3 SIKLUS 3 PROBLEEM 1: DIE SLAK

P3S1

DIE SLAK

'n Muur is 20 meter hoog. 'n slak klim vanaf die bodem elke dag 4 meter en gly saans 2 meter terug. Hoeveel dae gaan dit die slak neem om die toppunt van die muur te bereik ?

(a) Verstaan van die probleem.

L 2 het die som vir die groep voorgeles terwyl hulle aandagtig luister.

L 12 vra in die groep of almal die som verstaan.

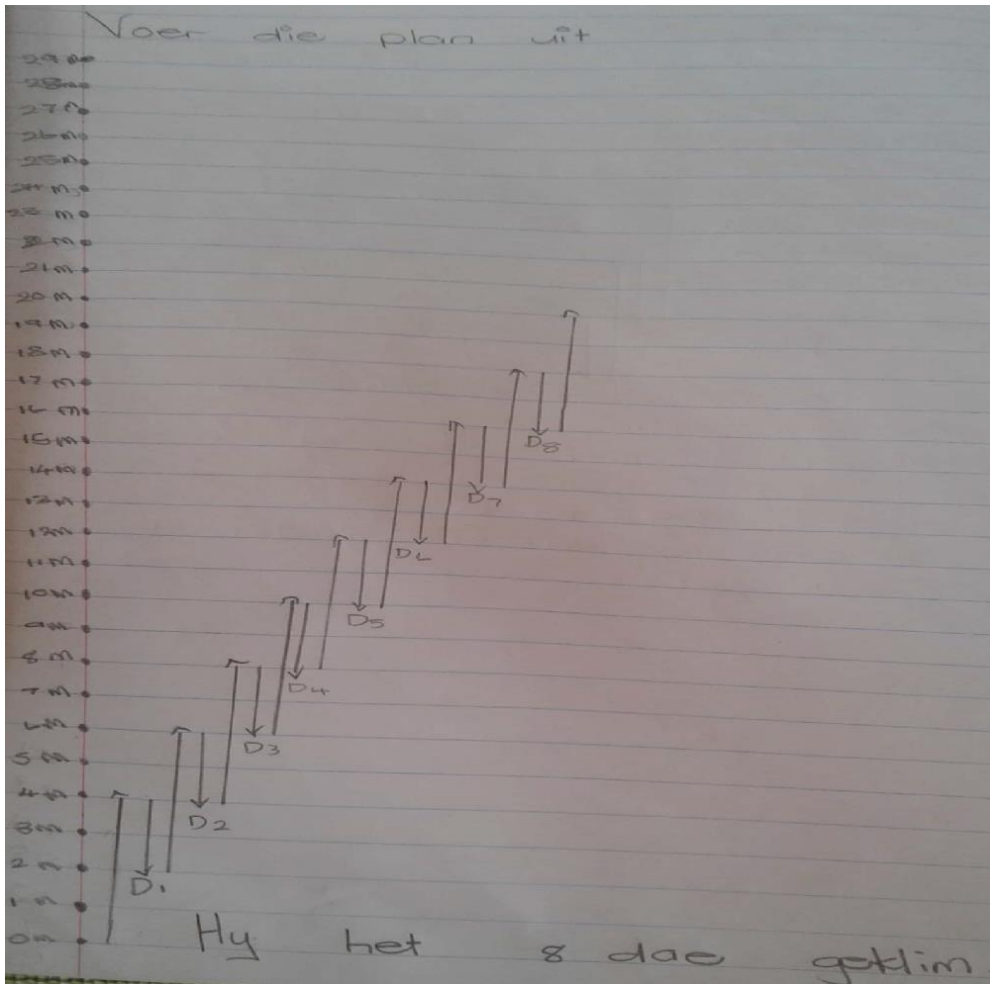
Almal gee te kenne dat hulle die som verstaan.

(b) Maak 'n plan

L 17 gaan 'n muur teken en wys hoe die slak klim. L

2 gaan dit nommer van 0 tot 30.

L2 gaan by die eerste pyl skryf dae 1 en dan dae 2 tot by 30.

(c) Voer die plan uit

Figuur 5.34 Groep se uitvoer van probleem 1 in siklus 3

(d) Kyk terug

Die groep het gekyk hoe hulle die slak reg op en af laat klim het. Hulle het seker gemaak dat hulle reg getel en geskryf het. Hulle het seker dat hulle die vraag reg verstaan het en dat die korrek opgelos was. Hulle het seker gemaak dat die antwoord reg is.

KOMMENTAAR: Die strategie wat hulle gekies het is reg uitgevoer. Niemand het raakgesien dat dit onmoontlik dat die slak eers begin afgly nadat hy die maksimum afstand bereik het nie.

Probleem 2**S3P2 : MOTORWIELE**

By 'n motorveiling is daar 3-wiel motorfietse en 4-wiel aangedrewe bakkies. As daar altesaam 52 wiele is, hoeveel is 3-wiel motorfietse en hoeveel is 4-wiel aangedrewe bakkies?

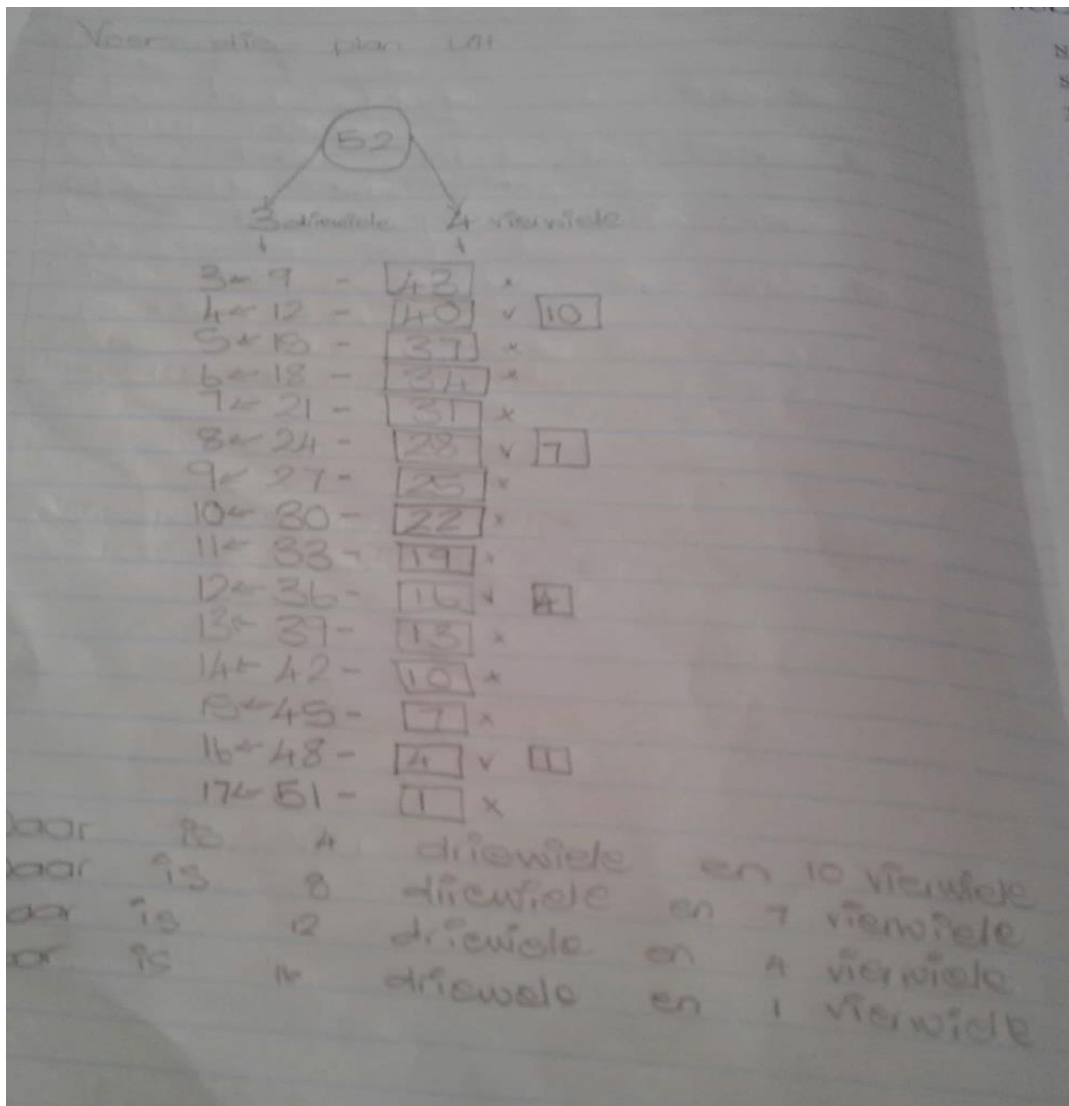
(a) Verstaan van die probleem.

L2 lees die som hardop terwyl die groep aandagtig luister. L7 vra of almal in die groep die som verstaan.

(b) Maak 'n plan

L17 gaan 'n prentjie teken. L7 gaan kyk hoeveel wiele daar is. L2 versoek dat hulle in die groep mekaar moet help.

(c) Voer die plan uit



Figuur 5.35 Proefgroep se uitvoer van probleem 2 in siklus 3

(d) Kyk terug

Die groep het gekyk of hulle reg getel, gewerk, geteken, geskryf en of die antwoord reg was.

KOMMENTAAR: Die leerders het hier die prentjie strategie gekies, duidelik voorgetsel, sistematies deurgewerk en al vier moontlike antwoorde as finaal aangebied.

Probleem 3

S3P3 : APPELBOME

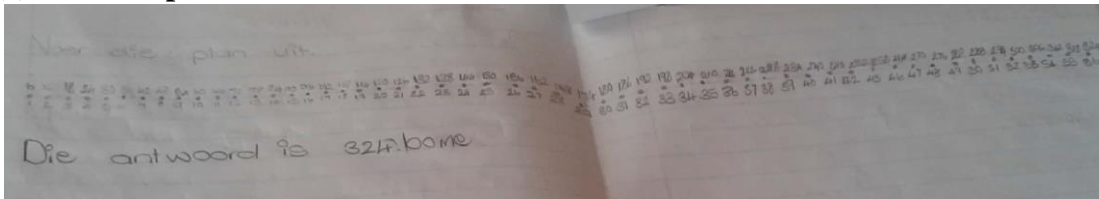
Ses en vyftig appelbome word in 'n reguit ry geplant, sodat die afstand tussen die bome 6 meter is. Wat sal die afstand wees vanaf die eerste boom tot en met die 56ste boom ?

(a) Verstaan van die probleem.

L2 lees die som hardop, terwyl die res van die groep aandagtig luister. L7 maak seker of almal die som verstaan.

(b) Maak 'n plan

L 2 teken 'n prentjie om die som te illustreer. L 2 en no.12 tel in die veelvoude van 6. L12 skryf die veelvoude van ses neer.

(c) Voer die plan uit

Figuur 5.36 Proefgroep se uitvoer van probleem 3 in siklus 3

(d) Kyk terug

Hulle het gekyk of hulle reg getel, geskryf en of die antwoord korrek was.

KOMMENTAAR: Die voorstelling is korrek. Daar was skynbaar 'n berekeningsfout gewees.

5.4.4 SIKLUS 4**PROBLEEM 1. BUURMENSE****S4P1****BUURMENSE**

Bill ontvang R18 om vir sy buurman se kat, kos te gee vir 3 dae. Hoeveel dae sal hy vir die kat moet kos gee om R60 te verdien. Die buurmense gaan vir 4 weke met vakansie. Bill wil genoeg verdien om 'n CD speler te koop wat R162 kos. Sal die geld wat hy verdien genoeg wees. Verduidelik

(a) Verstaan van die probleem.

L2 lees die som hardop terwyl die groep volg en aandagtig luister. L7 maak seker of almal die som verstaan.

(b) Maak 'n plan

L17 gaan 'n tabel teken met twee rye en 11 kolomme. In die boonste ry word die aantal dae neergeskryf. In die onderste ry word die bedrae neergeskryf. Die groep het agtergekom dat die blok te klein was. Die dae gaan gemerk word tot 10.

*Ons gaan in veelvoude van 6 tel tot by die bedrag van sestig.
Die groep gaan weer dieselfde blok teken met die twee rye.*

(c) Voer die plan uit

Voer die plan uit

Daag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Bedrag	R6	R12	R18	R24	R30	R36	R42	R48	R54	R60

Hj het tien dae gewerk.

Daag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Bedrag	R6	R12	R18	R24	R30	R36	R42	R48	R54	R60	R66	R72	R78	R84	R90	R96	R102	R108	R114	R120	R126	R132	R138	R144	R150	R156	R162	R168

Dit is oor genoeg

Figuur 5.37 Proefgroep se uitvoer van probleem 1 in siklus 4

(d) Kyk terug

Die groep het seker gemaak of hulle tabel is en of die antwoord korrek is.

KOMMENTAAR : Die groep het die prentjie strategie reg toegepas. Die vraag is op twee maniere beantwoord. Die een met die geld en die ander met die dae.

PROBLEEM 2: ALBASTERS

S4P2

ALBASTERS

Paul het die helfte soveel albasters as Jabu. Jabu het 'n derde soveel albasters as Lindi. Lindi het 'n kwart soveel albasters as AbdauL Hoeveel het elkeen as Abdul 240 albasters het ?

(a) Verstaan van die probleem.

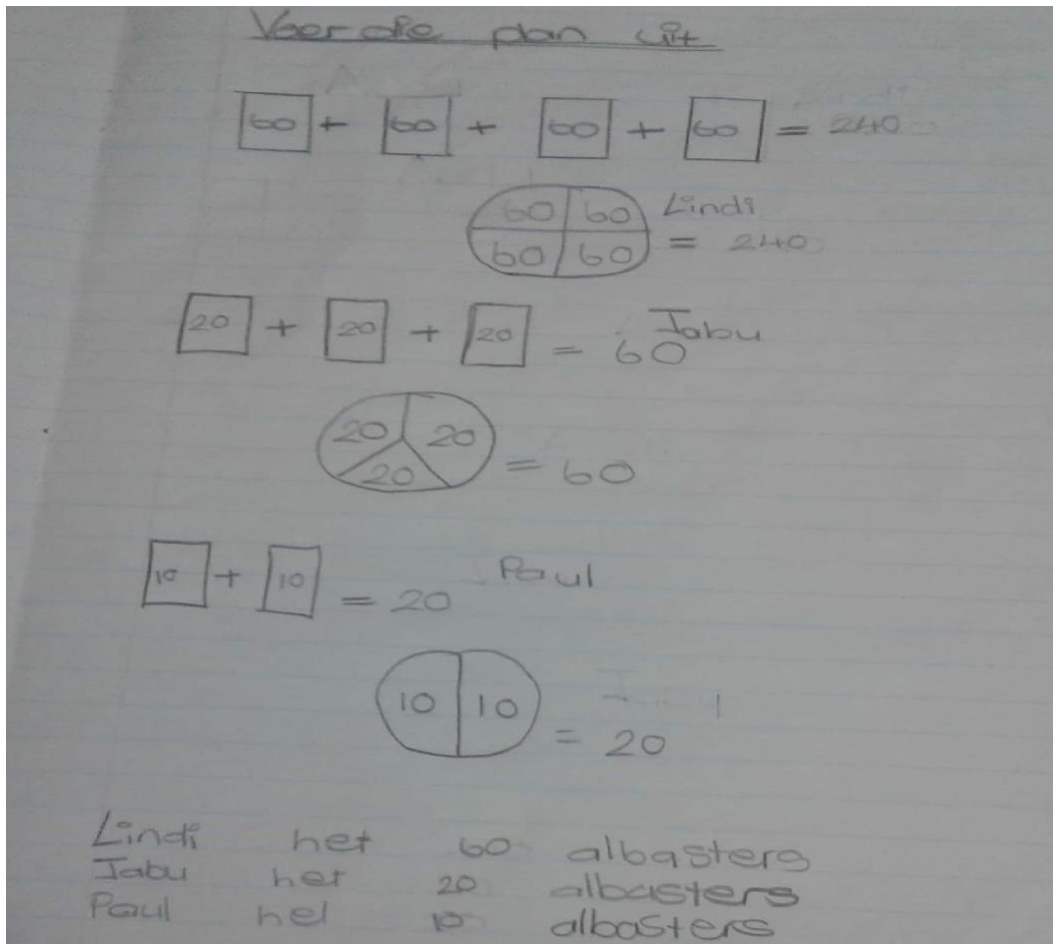
L12 lees die som vir groep hardop terwyl die groep aandagtig luister. L17 maak seker of almal in die groep die som verstaan.

(b) Maak 'n plan

L17 teken 'n illustrasie van hoe die probleem opgelos moet word.

L7 verduidelik aan die groep dat Jabu, Lindi en Paul se antwoord gekry moet word. Daar gaan eers by Lindi begin word.

(c) Voer die plan uit



Figuur 5.38 Proefgroep se uitvoer van probleem 2 in siklus 4

(d) Kyk terug

Die groep het agtergekom dat hulle verkeerd te werk gegaan het. Daarna het hulle seker gemaak dat hulle reg geteken het, geskryf het, en of die antwoord reg is.

KOMMENTAAR: Die groep het die prentjie strategie korrek toegepas. In die strategie het hulle verdere strategie gebruik, nl. die werk terug van die antwoord strategie.

PROBLEEM 3

S4P3 : LEKKERS

Elsie het 'n pakkie lekkers wat sy met Marie en Bettie deel
 Elke dogter kry ewe veel lekkers en daar is een oor. Marie deel haar lekkers met Morné.
 Marie en Morné kry eweveel lekkers en daar bly een oor.

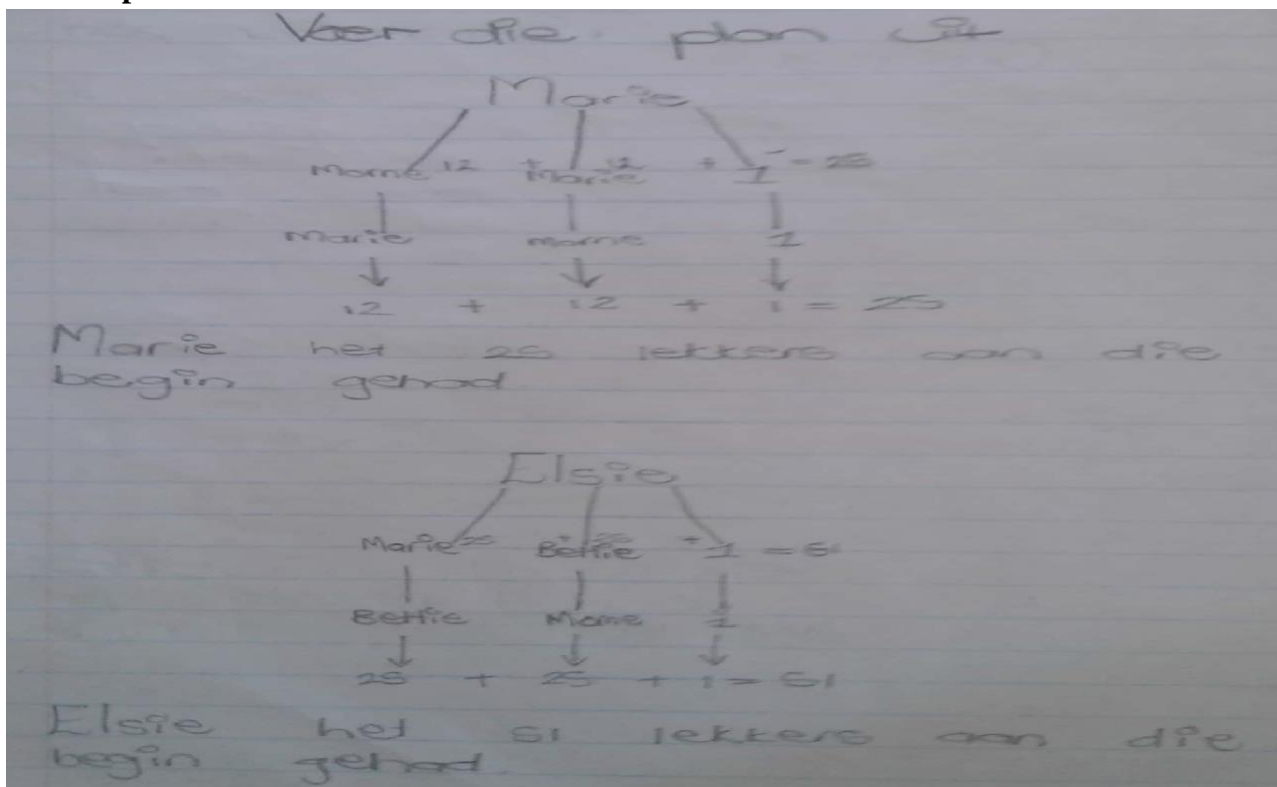
- a) As Morné 12 lekkers kry, hoeveel lekkers het Marie gehad voordat sy dit met Morné gedeel het ?
 b) Hoeveel lekkers het Elsie aan die begin gehad ?

(a) **Verstaan van die probleem.**

L2 gaan die som hardop lees terwyl die groep aandagtig luister. L12 gaan seker maak of almal die som verstaan.

(b) **Maak 'n plan**

L17 gaan die illustrasie teken van hoe die som gedoen moet word. Marie en Morné gaan elkeen 12 lekkers kry. Dit gaan bymekaar getel word plus 1. Marie het 25 lekkers gehad. Om Elsie se getal lekkers te bepaal gaan Marie se 25 lekkers en Bettie se 25 lekkers plus 1 bymekaar getel word. (c) Voer die plan uit



Figuur 5.39 Proefgroep se uitvoer van probleem 3 in siklus 4

(d) **Kyk terug**

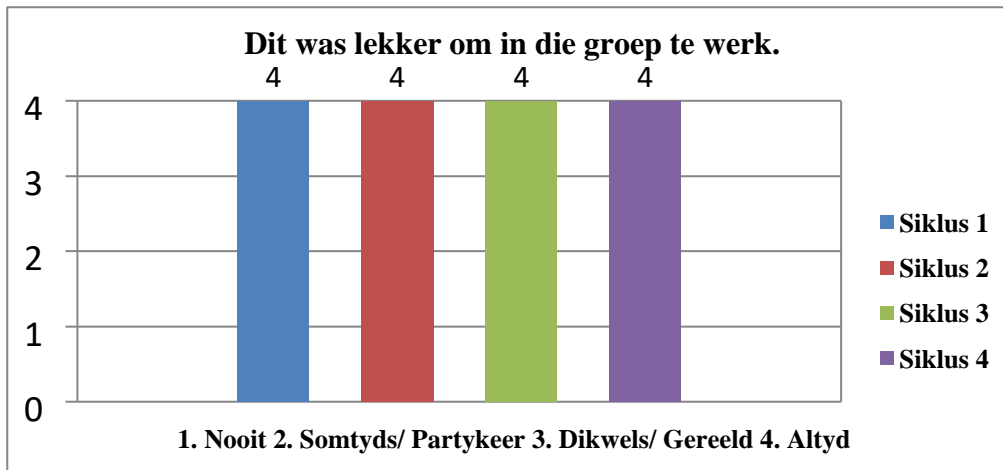
Die groep het seker gemaak of hulle die som verstaan het en of hulle hul plan reg uitgevoer het. Hulle het seker gemaak of hulle reg geskryf, getel, gewerk en die antwoord reg is.

KOMMENTAAR: Die prentjie as strategie wat gebruik is, is reg uitgevoer. Die leerders het die twee leerders Marie en Morné se aksies apart gehou en reg voorgestel.

5.5 GROEPTERUGVOERING

Groepterugvoering sien (bylaag G) het bestaan uit 9 kriteria wat leerders voltooi het.

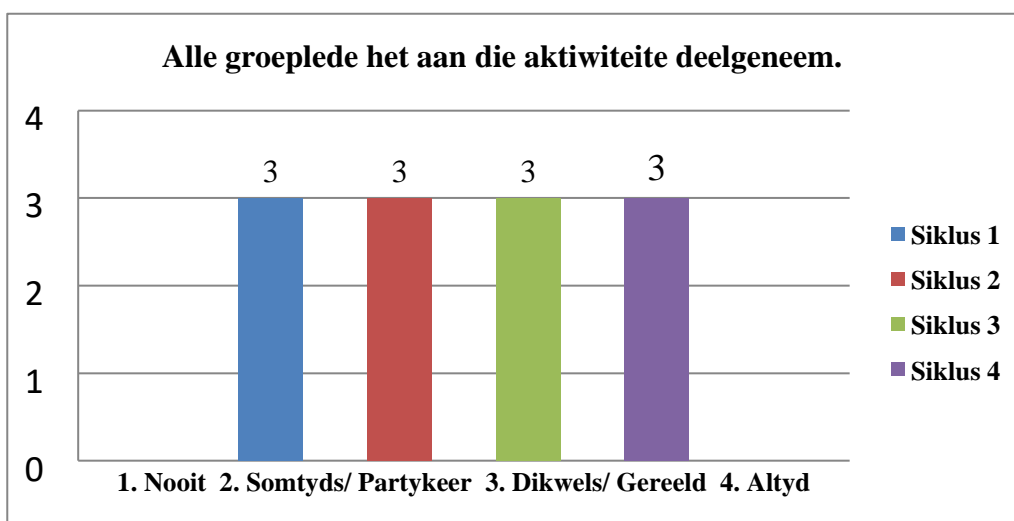
5.5.1 Dit was lekker om in die groep te werk.



Figuur 5.40: Dit was lekker om in die groep te werk.

Die grafiek dui aan dat dit vir almal in al die vier siklusse lekker was om in die groep saam te werk. Die optrede van die groep het gewys dat hulle 'n gemeenskaplike doel gehad het om die probleme op te los. By die aanvang van elke les het elke lid in die groep onmiddelik na sy groep beweeg. Die groep was altyd opgewonde wanneer hulle 'n probleem opgelos het. Die groeplede het mekaar aanvaar in die groep, ongeag dat hulle saamgestel was vanuit verskillende grade.

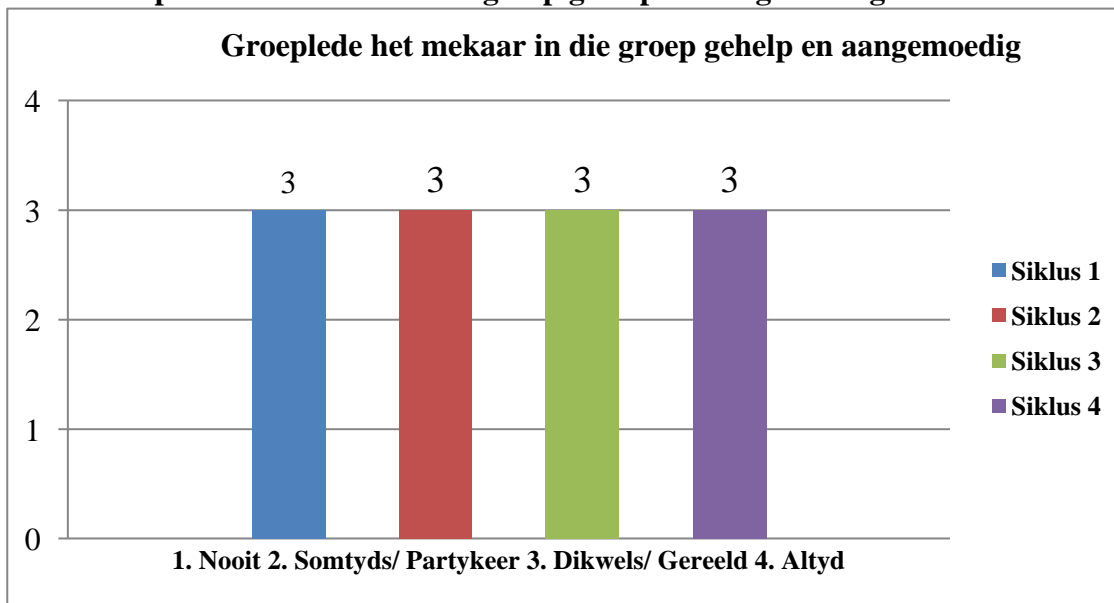
5.5.2 Alle groeplede het aan die aktiwiteite deelgeneem.



Figuur 5.41: Deelname van groeplede aan aktiwiteite.

Uit die grafiek kon ons aflei dat die groeplede gereeld saamgewerk het. Dit word ondersteun uit hul werk van die vier siklusse waarin elke lid 'n bepaalde opdrag uitgevoer het soos die lees van die probleem, een het seker gemaak of almal die probleem verstaan, een het die skryfwerk gedoen soos hulle die probleme opgelos het. Hierdie rolle het by elke nuwe probleem verander. Die leerders se entoesiasme en motivering het daartoe bygedra dat elkeen 'n bepaalde rol gelever het in die oplos van die probleme. Groeplede het besef dat hulle moet saamwerk om die probleme te voltooi.

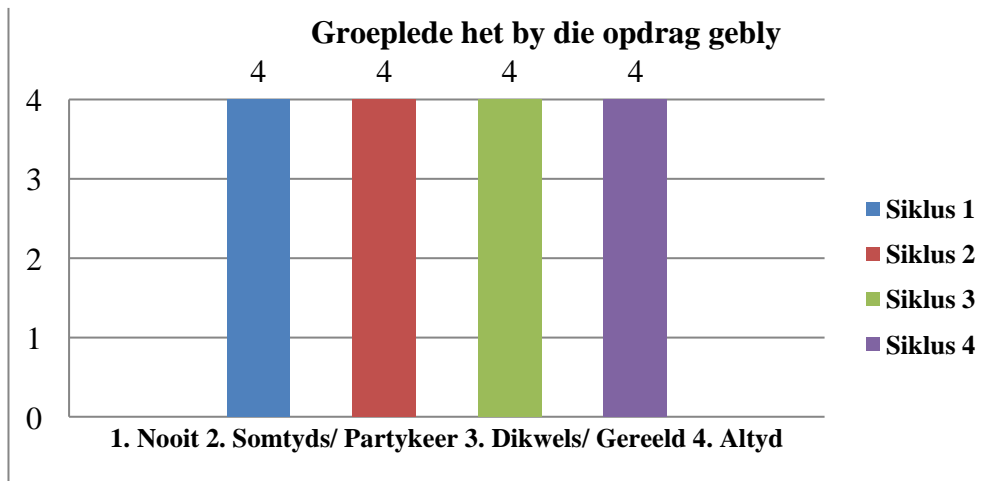
5.5.3 Groeplede het mekaar in die groep gehelp en aangemoedig.



Figuur 5.42: Groeplede het mekaar in die groep gehelp en aangemoedig

Figuur 5.15 dui aan dat die groeplede mekaar gereeld aangemoedig het. Leerders het gereeld met mekaar gekommunikeer terwyl hulle besig was om probleme op te los. Hulle het eers besin en gedebateer deur vir mekaar te sê wat die regte strategie was om te volg. Indien hulle uitgevind dat dit nie die regte strategie was nie, kon hulle dit korrigeer om die probleme op te los. Leerders het geluister na die een wat die probleme hardop gelees het. Die groeplede het hul interpretasie en analisering in die oplos van die probleme met mekaar gedeel, so ook hul kreatiewe idees en kritiese denke. Leerders het die belangrikheid van hul verantwoordelikhede om in die groep saam te werk raakgesien. Aangesien die leerders in groepverband gewerk het, leer hulle om hulp aan te bied vir mekaar.

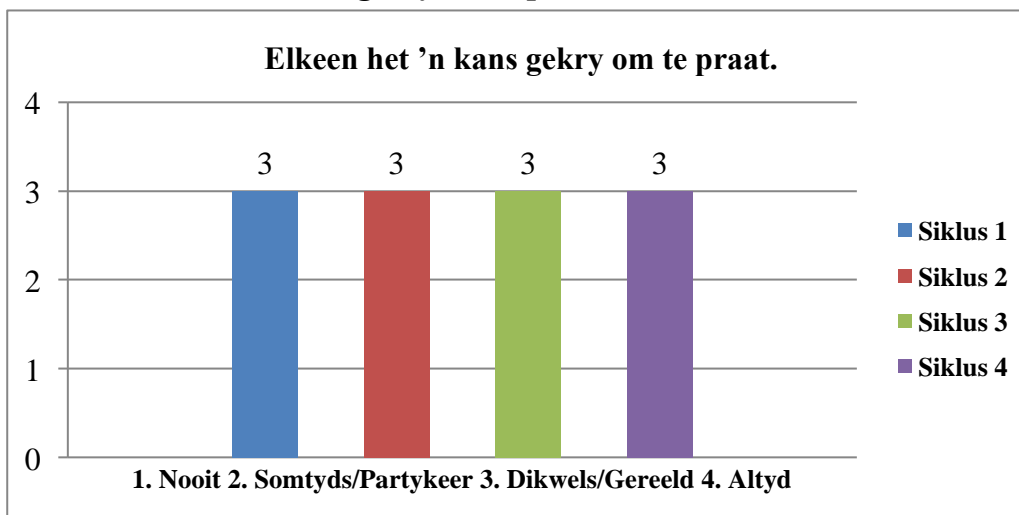
5.5.4 Groeplede het by die opdrag gebly



Figuur 5.43: Groeplede bly by die opdrag.

Die grafiek dui aan dat die groep altyd by die opdragte gebly het om uit te voer. Dit beteken: Die groep het die opdragte verstaan. Die groep het al die opdragte uitgevoer en opgelos soos wat in die probleme gevra is om te doen. Die leerders se begrip in die verstaan van die probleme en hul vermoë om bepaalde tegnieke te gebruik, het daartoe aanleiding gegee dat hulle die probleme suksesvol kon oplos. Die leerders het doelgerig aan die probleme gewerk deur seker te maak hoe om die probleme op te los. Die groep het gesamentlik na inligting gesoek. Leerders kon deur die probleme gewerk het omdat dit vir hulle sin gemaak het.

5.5.5 Elkeen het 'n kans gekry om te praat.

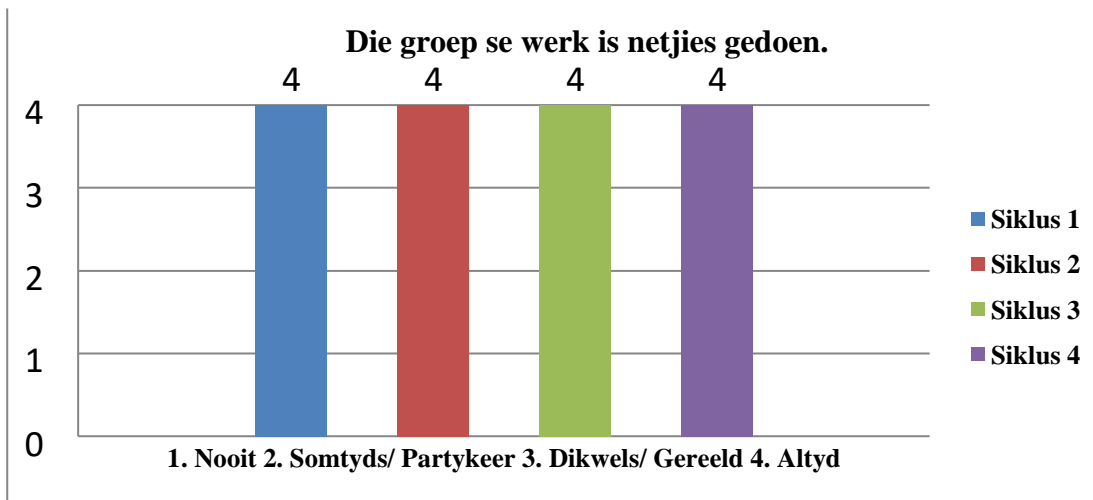


Figuur 5.44: Elkeen kry kans om te praat.

Die grafiek dui aan dat elkeen dikwels 'n kans gekry om te praat. Die Grade 5 en 6 leerders het meestal die praatwerk gedoen. Die twee graad 4 leerders het somtyds 'n inset gelewer terwyl die groep besig

was met die oplos van probleme. Die saamwerk aan die probleme het leerders die geleentheid gebied om te praat met mekaar. Daar word in die groep verwag dat hulle mekaar moet help in die oplos van probleme deur te kommunikeer met mekaar.

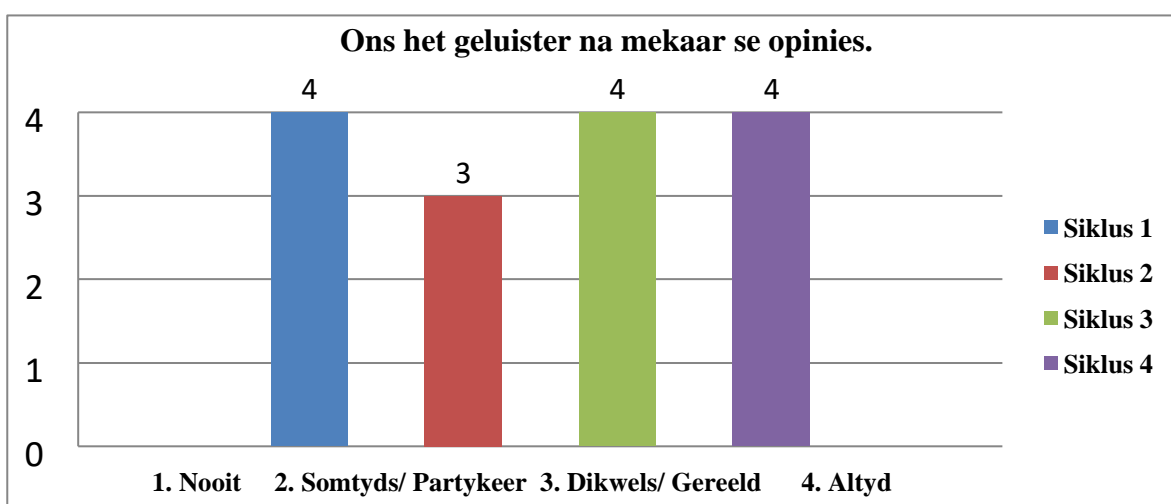
5.5.6 Die groep se werk is netjies gedoen.



Figuur 5.45: Werk is netjies gedoen.

Die grafiek dui aan dat die groep se werk altyd netjies gedoen was. Die uiteensetting van hoe hulle te werk gegaan het om die probleme op te los was altyd netjies gedoen. Alles was duidelik en verstaanbaar weergegee. 'n Patroon kan gesien word hoe hulle die probleme opgelos het.

5.5.7 Ons het geluister na mekaar se opinies.



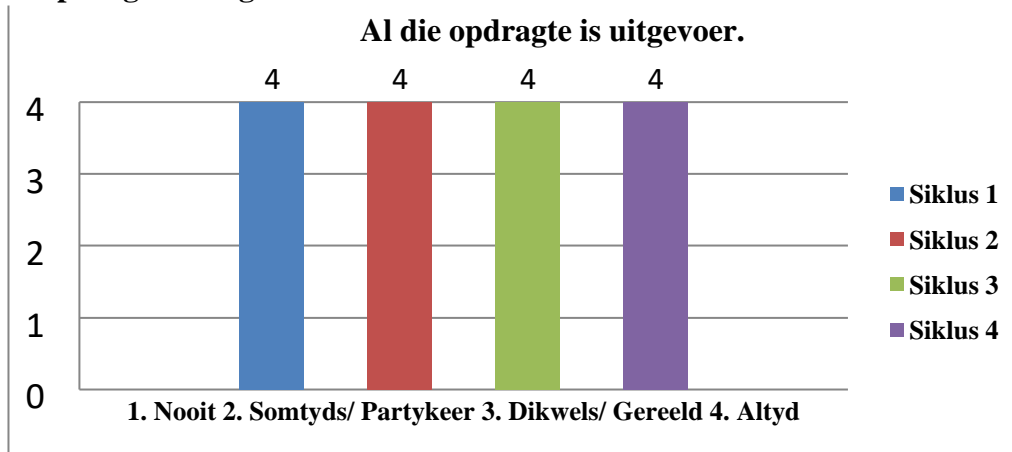
Figuur 5.46: Luister na mekaar se opinies.

Die grafiek dui aan dat die groep altyd of gereeld na mekaar se opinies geluister het. Leerders het stil gebly wanneer insette gelewer word of wanneer een aan die woord was. Leerders het mekaar

gerespekteer, hulle het aandagtig na mekaar geluister. Leerders het nooit te kenne gegee dat hulle nie na mekaar wil luister nie. Die groep het groot waardering gehad vir mekaar se opinies.

Aangesien leerders in 'n groep gewerk het, het hulle geluister na mekaar se sieninge.

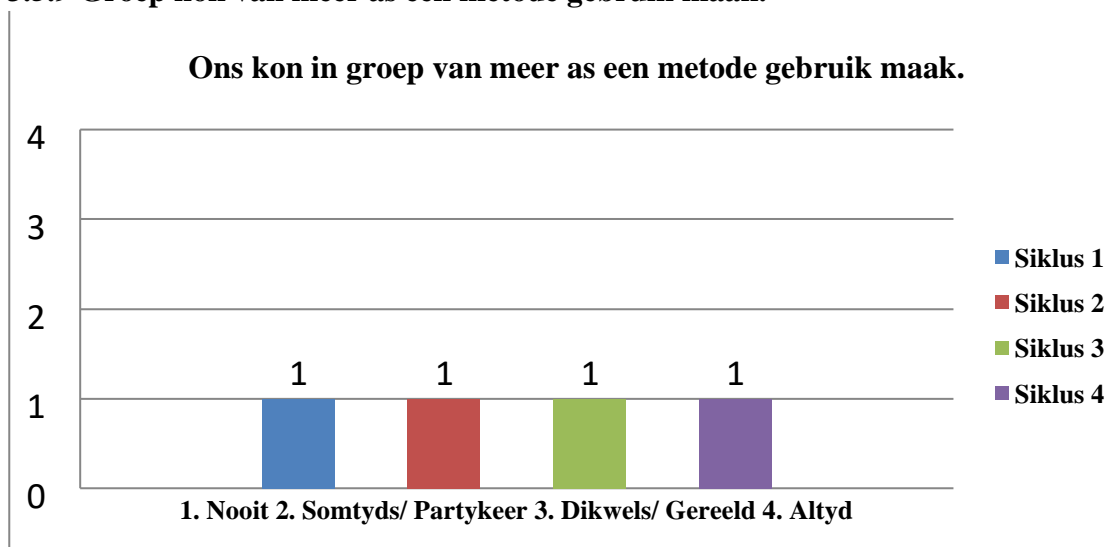
5.5.8 Al die opdragte is uitgevoer.



Figuur 5.47: Al die opdragte is uitgevoer.

Die grafiek dui aan dat die groep in al 4 siklusse altyd al hul opdragte uitgevoer het. Uit die skriftelike werk wat hulle gedoen het, kan gesien word dat hulle al die probleme opgelos het. Hulle het die probleme verstaan en dit interessant gevind. Hulle was seker dat hulle altyd die regte strategie gevolg het. Uit hul skriftelike werk kon gesien word, dat hulle al hul opdragte uitgevoer het. Hulle kon die wiskundige konsepte in die probleme interpreteer en verstaan, en hulle kon die probleme suksesvol oplos.

3.5.9 Groep kon van meer as een metode gebruik maak.



Figuur 5.48: Groep kon van meer as een metode gebruik maak.

Die grafiek dui aan dat die groep nooit van meer as een metode gebruik gemaak het nie. Dit is nie korrek nie, omdat daar ook gebruik gemaak was van diagramme en die terugwerk metodes. In die oplos van die probleme kon duidelik gesien word dat die groep die meeste van die probleme volgens die prentjie strategie opgelos het. Die leerders kon nie daarin slaag om deurentyd konneksies te maak met ander strategieë om die probleme op te los nie.

5.6 NA-TOETS

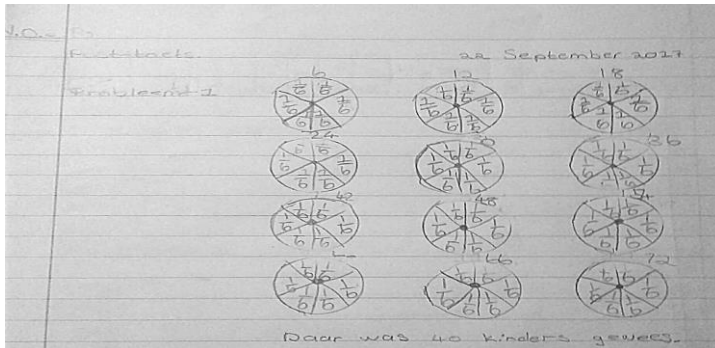
5.6.1 Analisering van die Na-Toets

Die Na-toets is onmiddelik gedoen na afloop van die intervensie. Die vrae van die Na-toets was min of meer dieselfde as die van die voor-toets. Die vrae van die Voortoets en Na-toets is vergelyk met mekaar. Dieselfde rubriek wat gebruik was vir Voor-toets is ook gebruik vir die Na-toets.

Probleem 1.

By 'n partytjie kry elke $\frac{1}{6}$ kind van 'n pizza. Daar is altesaam 12 pizzas.
Hoeveel kinders was by die partytjie?

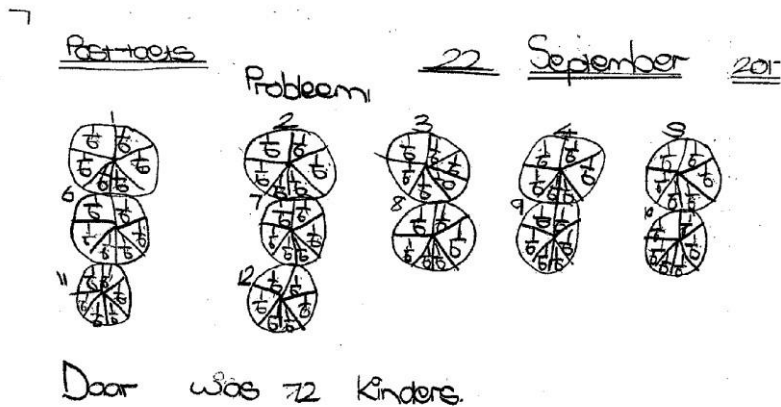
Leerder 2 (Graad 4) (NT.L2P1)



Figuur 5.49 Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 1 in die N-T.

KOMMENTAAR: L1 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Hy kon net nie $6 \times 12 = 72$ uitwerk nie.

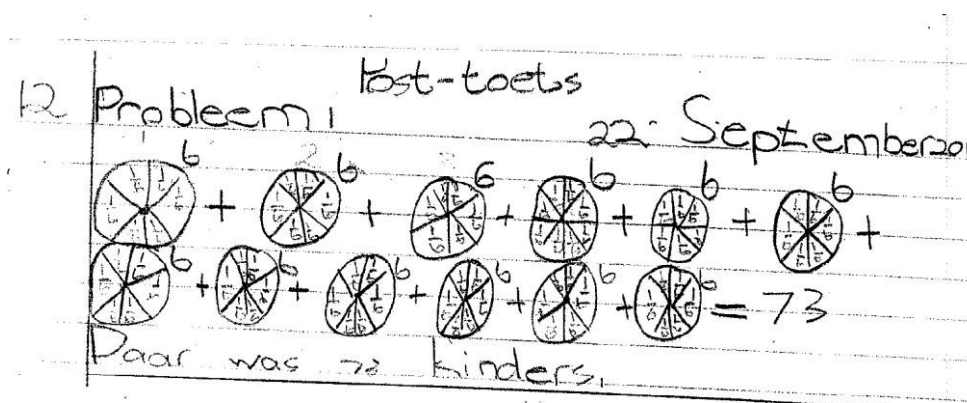
Leerder 7 (Graad 5) (NT.L7P1)



Figuur 5.50 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 1 in die N-T.

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Die berekening vir die uitwerk van 72 as antwoord was korrek.

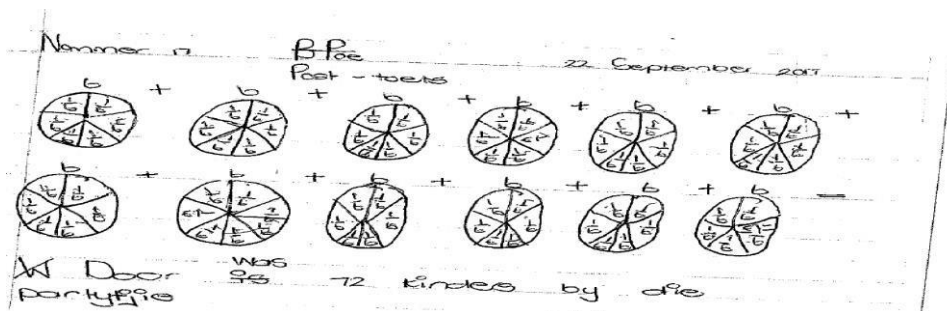
Leerder nr.12 (Graad 4) (NT.L12P1)



Figuur 5.51 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 1 in die N-T.

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Die leerder het 'n berekeningsfout gemaak in die weergee van die antwoord.

Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P1)



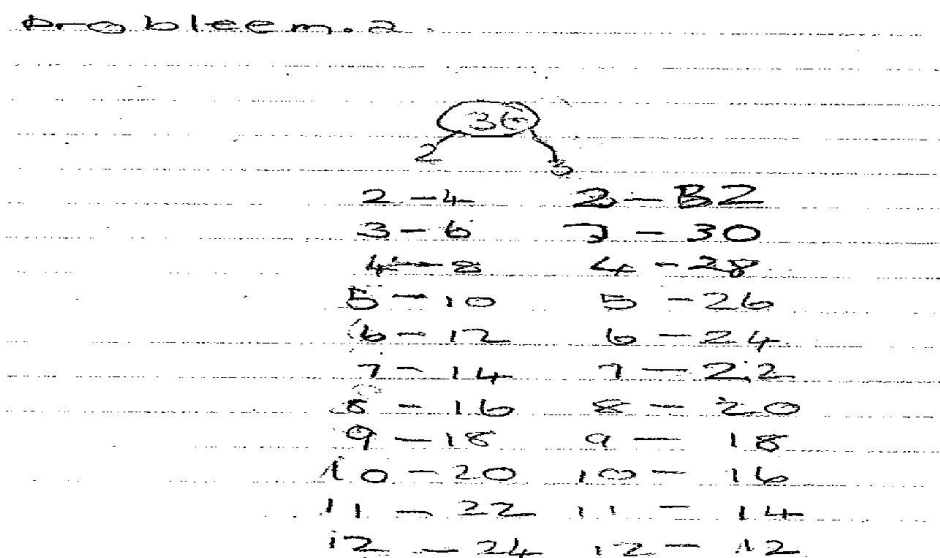
Figuur 5.52 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 1 in die N-T.

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling in die oplos van die probleem was korrek. Die berekening vir die uitwerk van 72 as antwoord was korrek.

Probleem 2

By 'n motorveiling is daar 2-wiel motorfietse en 3-wiel motorfietse. As daar altesaam 36 wiele is, hoeveel is 2-wiel motorfietse en hoeveel is 3-wiel motorfietse

Leerder nr 2 (Graad 4) (NT.L2P2)

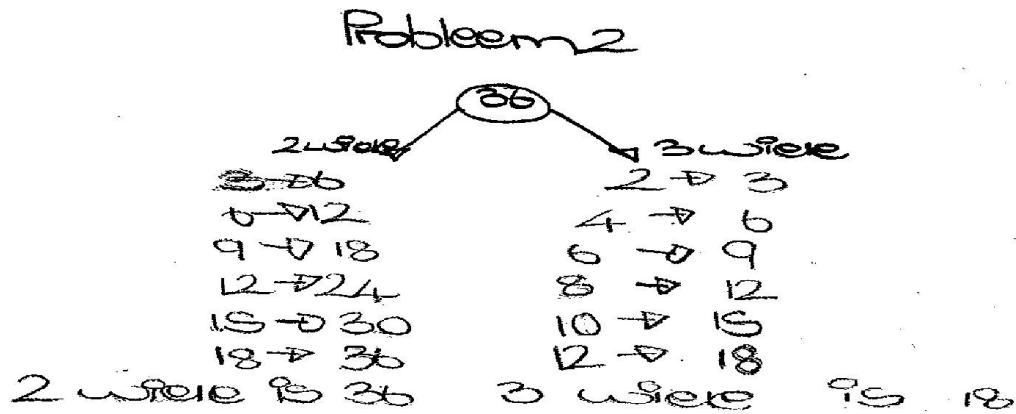


Figuur 5.53 Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 2 in die N-T.

KOMMENTAAR: Alhoewel L2 'n poging aangewend het vir die voorstelling vir die oplos van die probleem was dit nie volledig om die antwoord uit te werk nie.

Leerder nr. 2 het geen antwoord verskaf nie. Die leerder het net van een strategie gebruik om die probleem op te los.

Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P2)



Figuur 5.54 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 2 in die N-T.

KOMMENTAAR: Hoewel L7 het 'n poging aangewend het vir die voorstelling vir die oplos van die probleem. Die antwoord van die drie-wiele was korrek.

Die antwoord van die twee-wiele was foutief. Die leerder het slegs van een strategie gebruik gemaak deur die teken van 'n prentjie.

Leerder nr. 12 (Graad 4) (NT.L12P2)

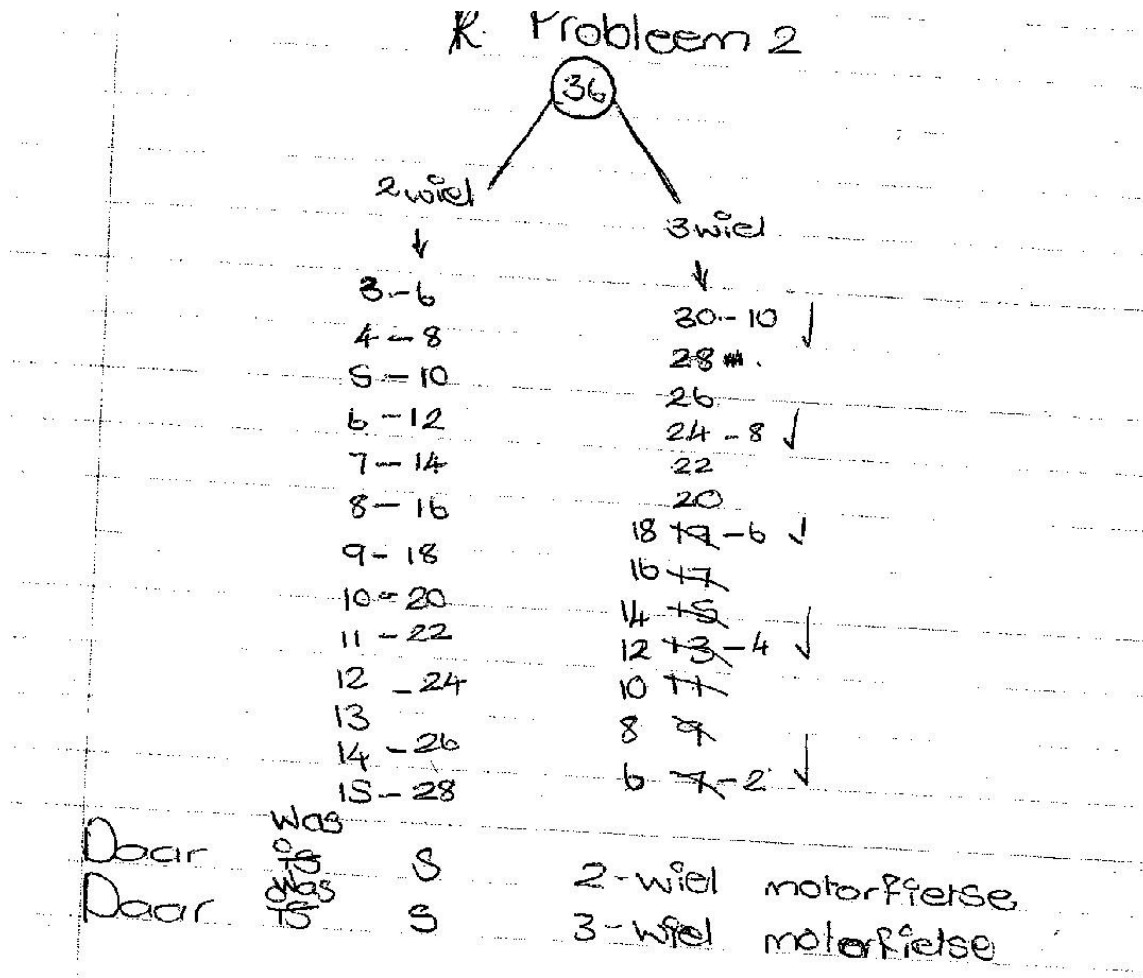
2	36 wiele
motor- fiets	2 wiel motorfiets
3-6	30-10 Daar was 17
4-8	28 2 wiel motorfiets
5-10	26 Daar was
6-12	24
7-14	22
8-16	20
9-18	18-6
10-20	16
11-22	14
12-24	12-4
13-26	10
14-28	8
15-30	6-2
16-32	4
17-34	2

Figuur 5.55 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 2 in die N-T.

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling vir die oplos van die probleem was gedeeltelik korrek. Die antwoord van die twee-wiele van 17 was foutief.

Daar is slegs van een strategie gebruik gemaak.

Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P2)



Figuur 5.56 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 2 in die N-T.

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling om die probleem op te los was nie heeltemal korrek nie. Die antwoorde van beide twee-wiel en drie-wiel was foutief.

Daar is was nie van nog ander strategieë gebruik gemaak om te toets of die antwoord korrek was nie.

Probleem 3

Bill ontvang R24 om vir sy buurman se hond, kos te gee vir 4 dae. Hoeveel dae sal hy vir die hond moet kos gee om R48 te verdien. Die buurmense gaan vir 3 weke met vakansie. Bill wil genoeg verdien om 'n CD speler te koop wat R128 kos. Sal die geld wat hy verdien genoeg wees. Verduidelik

Leerder nr. 2 (Graad 4) (NT.L2P3)

Probleem 3									
Dag	2	2	3	4	5	6	7	8	Hy sal 8 dae werk.
bedrag	6	12	18	24	30	36	42	48	Dit sal nie genoeg wees nie.

Figuur 5.57 Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 3 in die N-T.

KOMMENTAAR: Leerder nr. 2 het slegs die eerste vraag van die probleem gedoen en die korrekte antwoord daarvan verskaf.

Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P3)

Probleem 3

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Bedrag	R6	R2	R8	R2	R3	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2

Hy het R26 gemaak of sy hand.

Figuur 5.58 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 3 in die N-T.

KOMMENTAAR: L7 het die korrekte voorstelling getoon, maar het 'n berekeningsfout gemaak by die agtste dag. Die antwoord was foutief omdat hy 'n berekeningsfout gemaak het.

Leerder nr. 12 (Graad 4) (NT.L12P3)

Probleem 3

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8
Bedrag	R6	R2	R8	R2	R3	R2	R2	R2

Hy moet 8 dae vir die hono
kies om R45 te verdien

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Week	R6	R2	R8	R2	R3	R2	R2	R2	R2	R2	R2

12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2	R2

Die geld sal te veel wees om in
CD speler te koop.

Figuur 5.59 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 3 in die N-T

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling om die probleem was nie heeltemal korrek nie omdat hy 'n berekeningsfout by die 18de dag gemaak het. Die eerste vraag se antwoord was korrek. Die antwoord van die tweede vraag was foutief.

Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P3)

Dag 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20
 Beteg 6 12 18 24 30 36 42 48 54 60 66 72 78 84 90 96 102 108 114 120

21 22 23 24
 126 132 138 144

Hy moet vir die hond 24
 doe kas gee om R48 te verdien.

Figuur 5.60 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 3 in die N-T.

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling om die probleem was korrek nie omdat hy ‘n berekeningsfout by die 18de dag gemaak het. Die eerste vraag se antwoord was nie korrek. L17 het nie die antwoord van die tweede vraag verskaf nie.

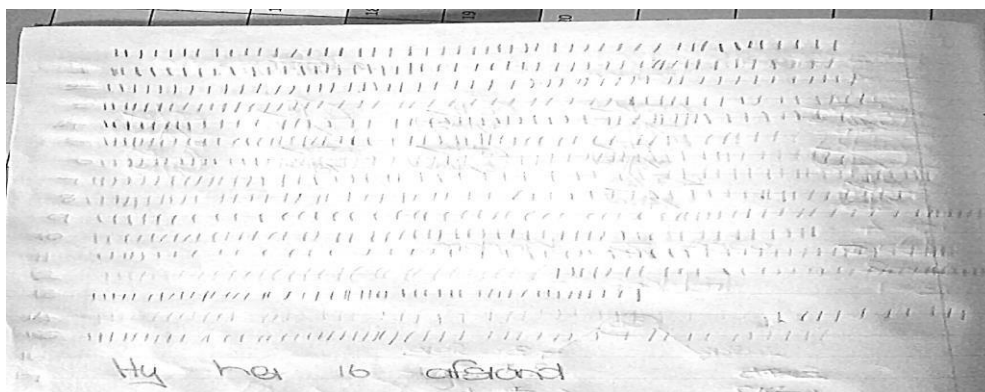
Problem 4

Een honderd en tagtig appelbome word in 'n reguit ry geplant, sodat die afstand tussen die bome 6 meter is. Wat sal die afstand wees vanaf die eerste boom tot en met die die 48 ste boom ?

Leerder nr. 2 (Graad 4)

NT.L2P4

KOMMENTAAR: Hierdie leerder het nie die probleem gedoen nie.

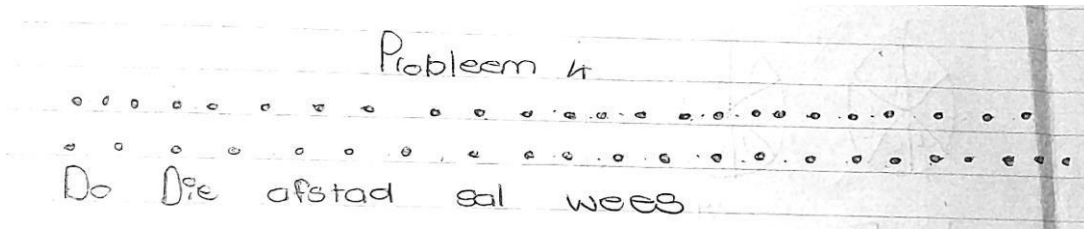
Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P4)

Figuur 5.61 Leerder nr. 7 se oplossing vir probleem 4 in die N-T.

KOMMENTAAR: L7 voorstelling se voorstelling om die probleem op te los het geen sin gemaak nie

Leerder nr. 12 (Graad 4)

KOMMENTAAR: L12 Hierdie leerder het nie die probleem gedoen nie.

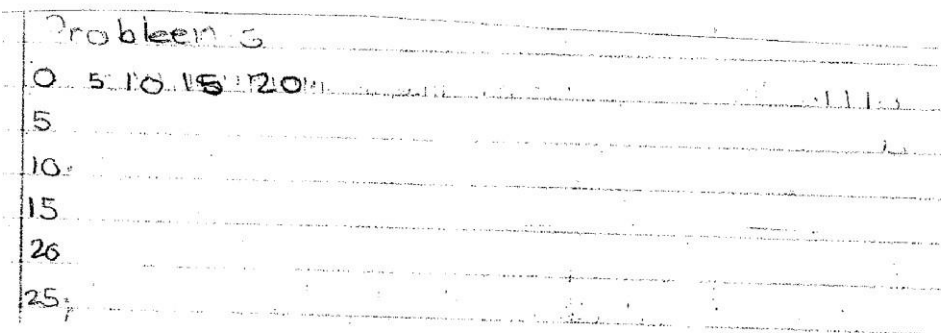
Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P4)**Figuur 5.62 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 4 in die N-T.**

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling om aan te wend was nie heeltemal korrek nie. Die kolletjies wat 'n poging was om die aantal bome aan te dui was foutiewelik.

Probleem 5**Probleem 5**

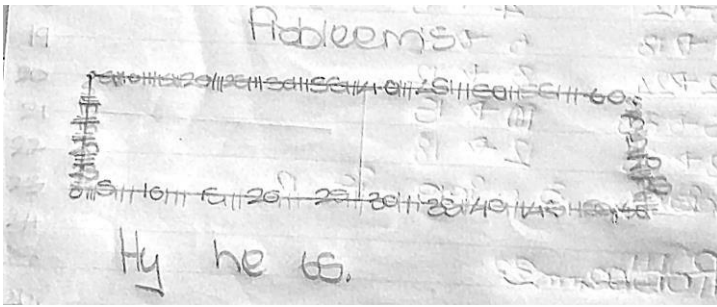
In die Karoo help 'n seun sy pa om 'n reghoekige skaapkamp te bou. Die afstand van die hoekpale is in lengte 60 meter en 25 meter wyd van mekaar. Die pale word 5 meter vanaf mekaar geplant. Tussen die pale word 3 spanhoutjies (droppers) ewe ver van mekaar geplaas. By die regterkantse hoek is 'n hek wat 5 m lank is. a) Hoeveel pale sal geplant word?

b) Hoeveel spanhoutjies (droppers) sal benodig word.

Leerder nr. 2 (Graad 4) (NT.L2P5)**Figuur 5.63 Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 5 in die N-T.**

KOMMENTAAR: L2 se poging van die voorstelling was nie volledig nie. Geen antwoorde is verskaf nie.

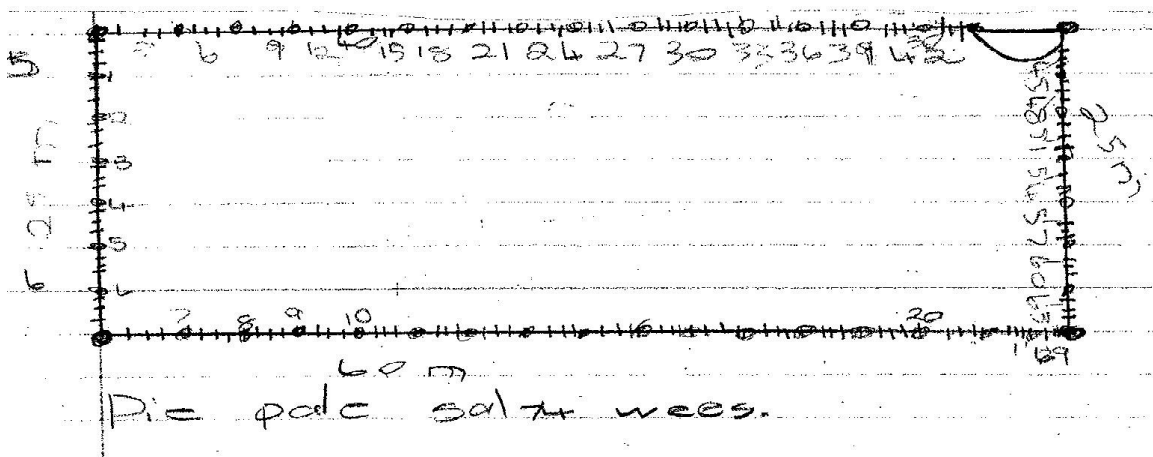
Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P5)



Figuur 5.64 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 5 in die N-T.

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling om die probleem op te los was korrek. Geen duidelike antwoorde is voorskaf in die beantwoording van die vrae nie.

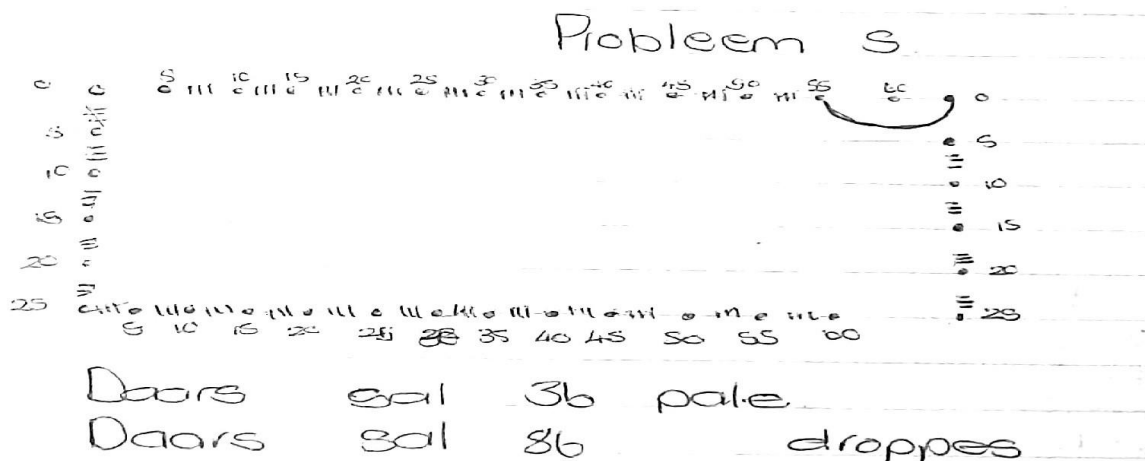
Leerder nr. 12 (Graad 4) (NT.L12P5)



Figuur 5.65 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 5 in die N-T.

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling om die probleem op te los was korrek. Die antwoord was foutief

Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P5)



Figuur 5.66 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 5 in die N-T

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling om die probleem op te los was korrek. Die antwoord van 36 pale was korrek. Die antwoord van 86 van die droppers was foutief weens berekeningsfout.

Probleem 6

13 rugbyspelers daag op vir rugby oefeninge. Elke speler groet mekaar een keer met die hand. Hoeveel handdrukke word gegee.

Leerder nr. 2 (Graad 4) (NT.L2P6)

Probleem 6

1-12
2-11
3-10
4-9
5-8
6-7
7-6
8-5
9-4
10-3
11-2
12-1
13-0

Daar was 18 handdrukke.

Figuur 5.67 Leerder nr.2 se oplossing vir probleem 6 in die N-T.

KOMMENTAAR: L2 se voorstelling was korrek vir hierdie probleem. Daar was egter 'n berekeningsfout wat gemaak is.

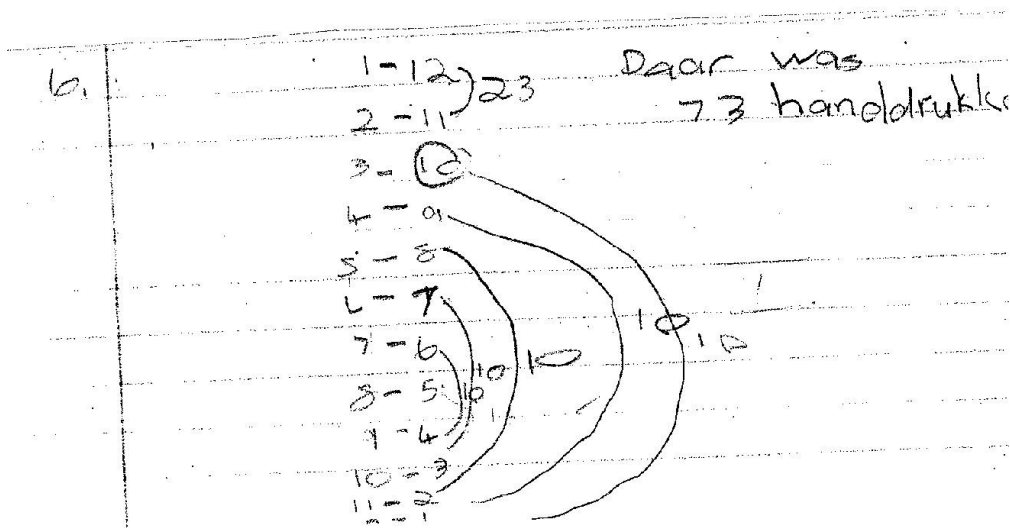
Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P6)

1=13 Hulle het 78 keer groet
2=12
3=11
4=10
5=9
6=8
7=7
8=6
9=5
10=4
11=3
12=2
13=1

Figuur 5.68 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 6 in die N-T.

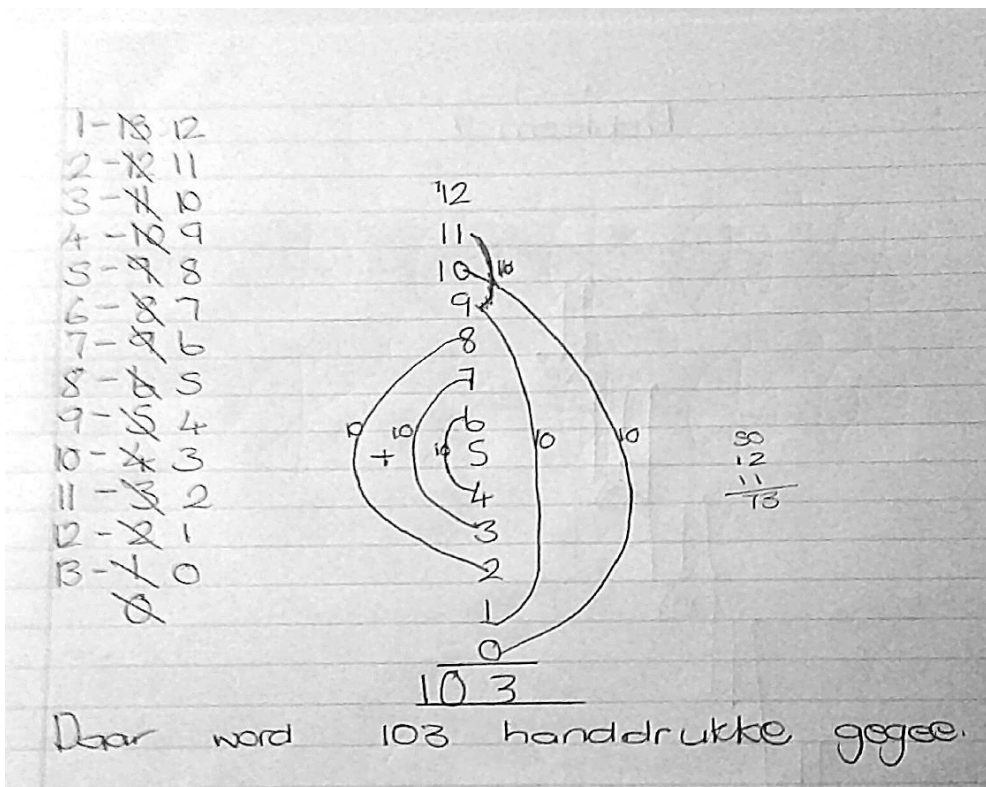
KOMMENTAAR: L7se voorstelling om die probleem op te los was nie heeltemal korrek nie. As gevolg daarvan het hy 'n berekeningsfout gemaak.

Leerder nr. 12 (Graad 4) (NT.L12P6)



Figuur 5.69 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 6 in die N-T.

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling om die op te los was korrek, maar 'n berekeningsfout het daartoe aanleiding gegee dat die antwoord foutief was. **Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P6)**



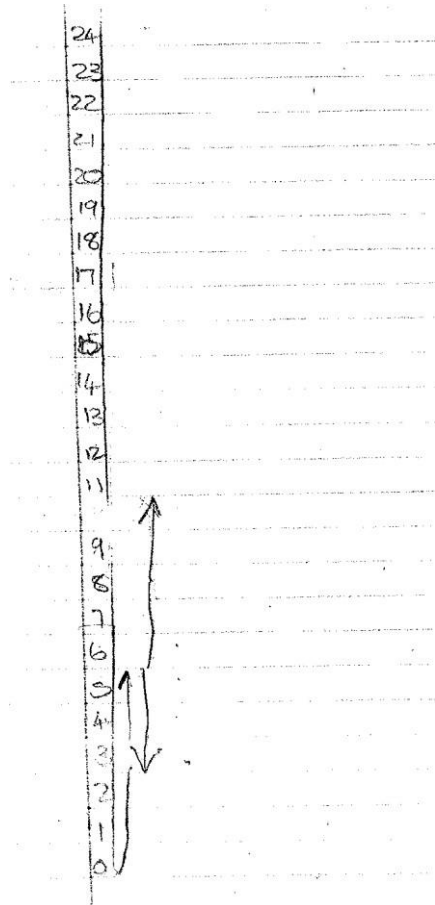
Figuur 5.70 Leerder nr.17 se oplossing vir probleem 6 in die N-T.

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling om die probleem op te los was korrek. 'n Berekeningsfout het daartoe aanleiding gegee dat die antwoord foutief was.

Probleem 7

'n Muur is 26 meter hoog. 'n Slak klim vanaf die bodem elke dag 5 meter en gly saans 2 meter terug. Hoeveel dae gaan dit die slak neem om die toppunt van die muur te bereik ?

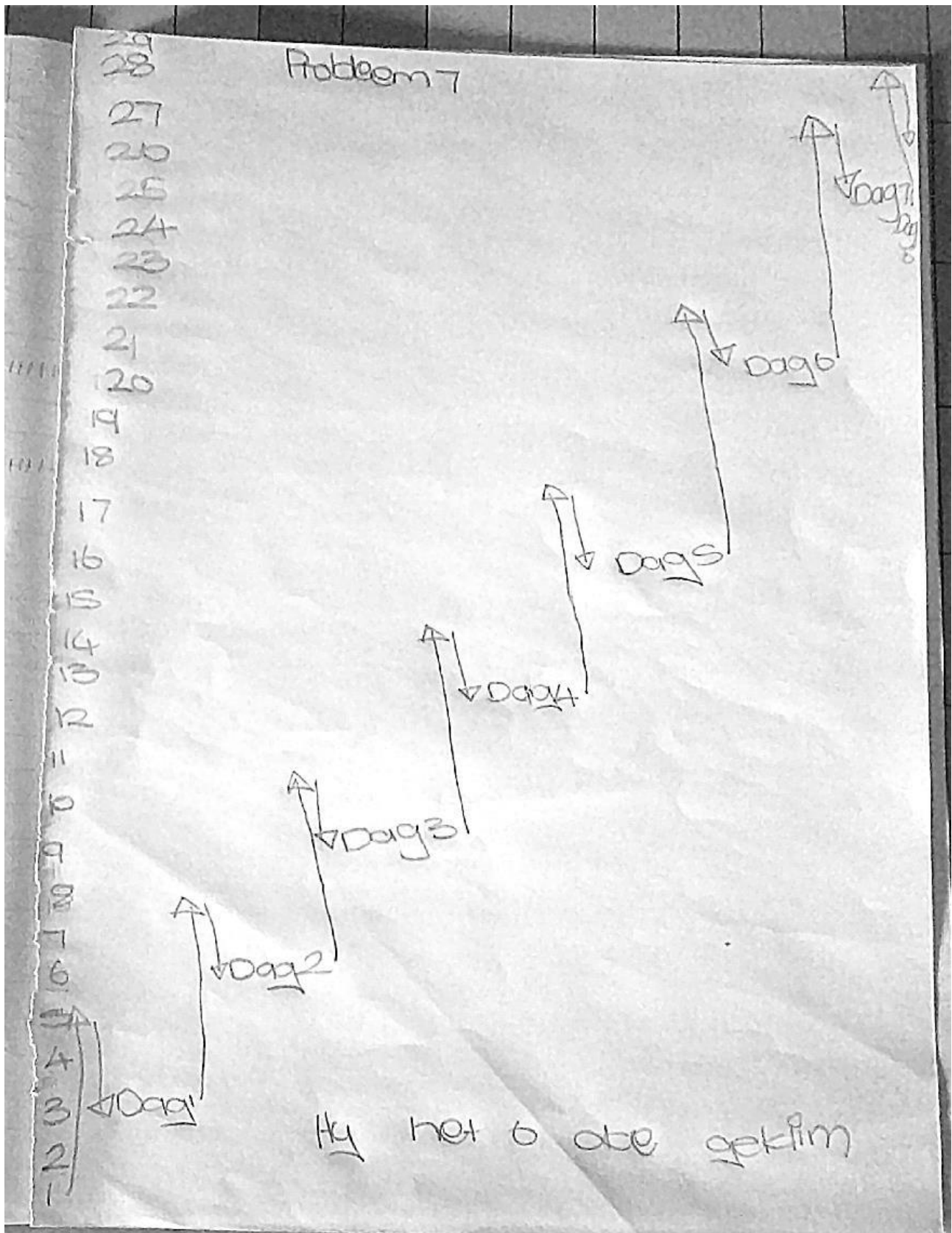
Leerder nr. 2 (Graad 4) (NT.L2P7)



Figuur 5.71 Leerder nr. 2 se oplossing vir probleem 7 in die N-T.

KOMMENTAAR: L2 het nie 'n volledige voorstelling vir hierdie probleem geskets nie. Geen antwoord kon dus verskaf word nie.

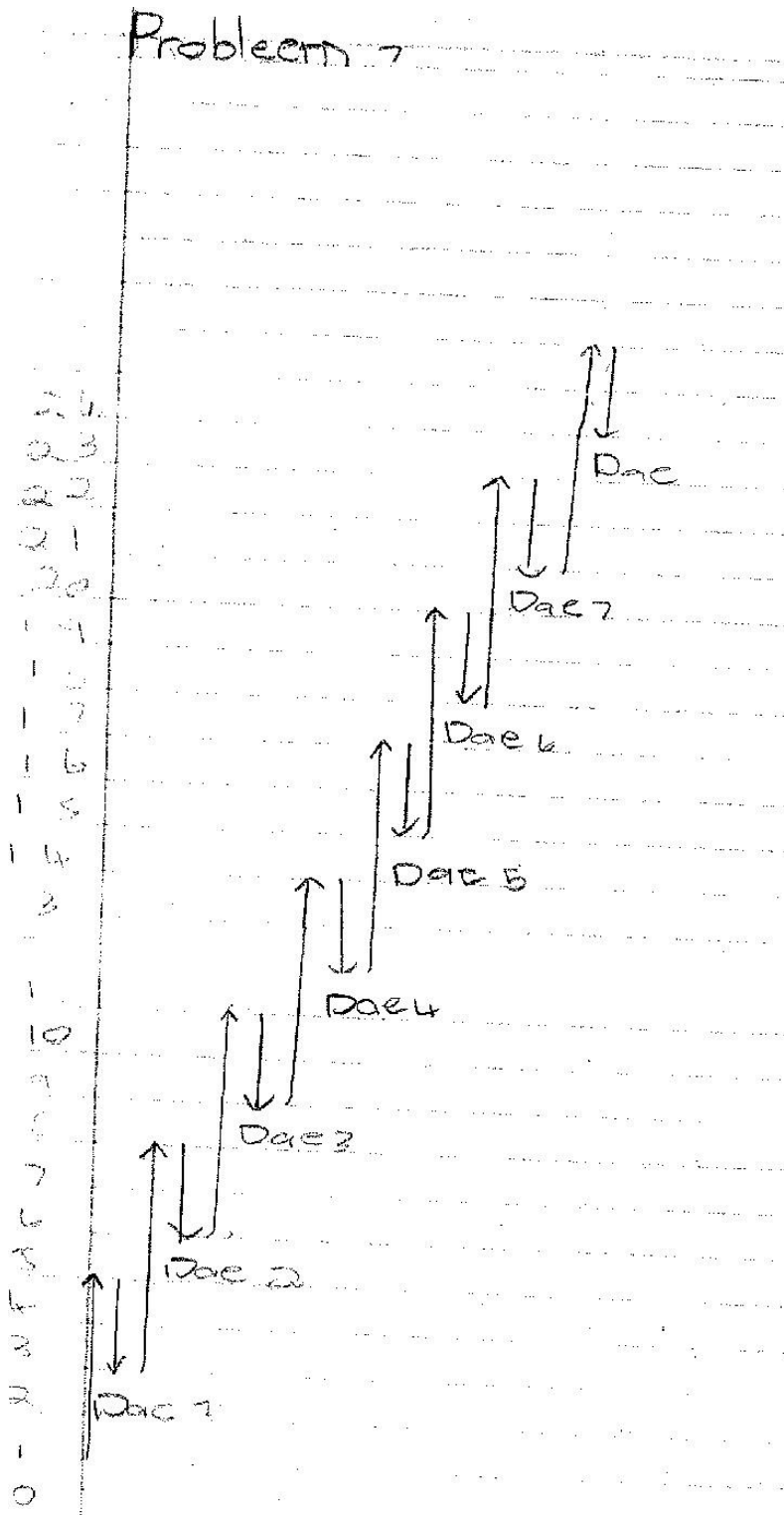
Leerder nr. 7 (Graad 5) (NT.L7P7)



Figuur 5.72 Leerder nr.7 se oplossing vir probleem 7 in die N-T.

KOMMENTAAR: L7 se voorstelling van om die probleem op te los was korrek maar die antwoord was foutief.

Leerder nr. 12 (Graad 4) (NT.L12P7)

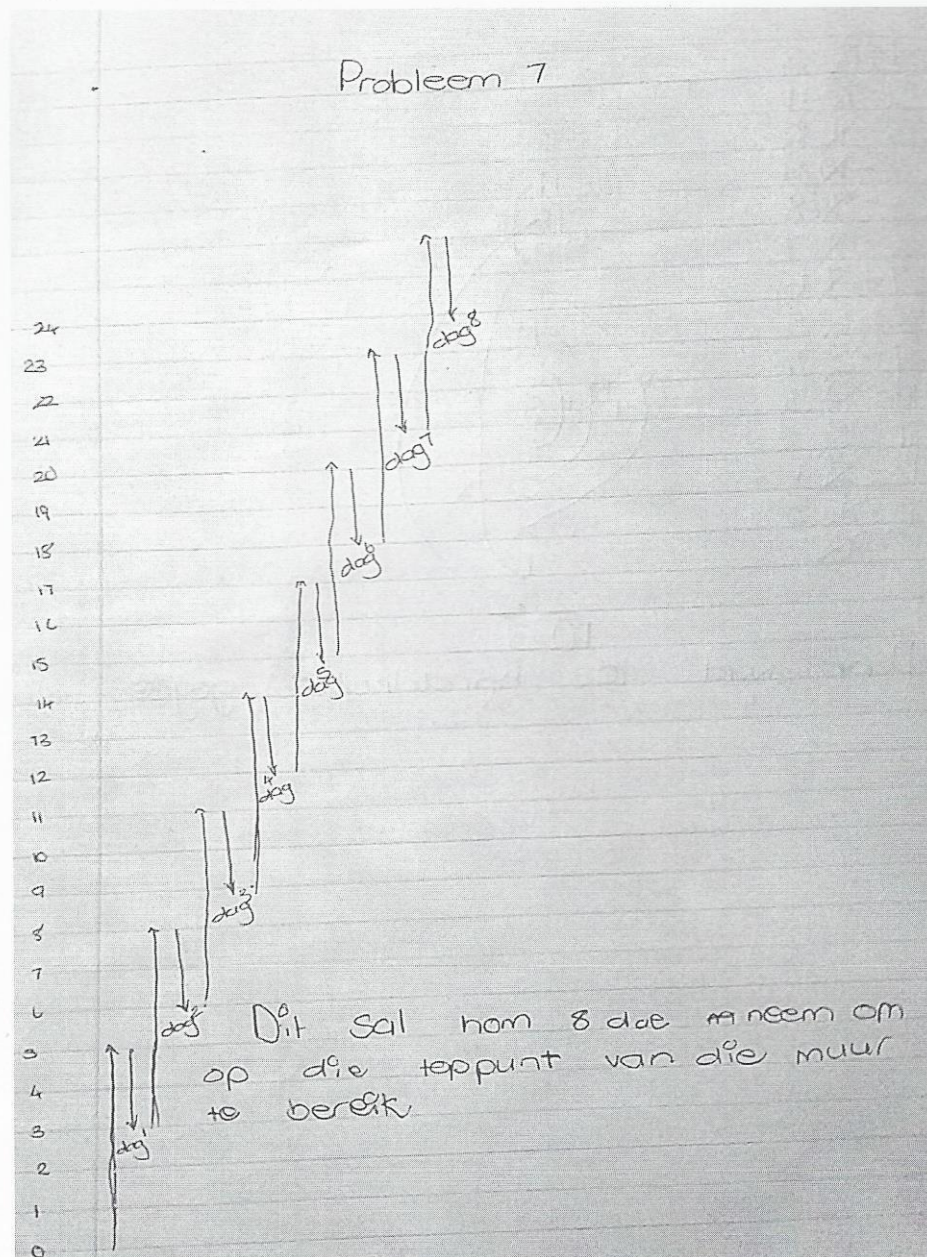


Figuur 5.73 Leerder nr.12 se oplossing vir probleem 7 in die N-T.

KOMMENTAAR: L12 se voorstelling om die probleem op te los was korrek. Die agt dae wat die slak sou geneem het om die muur van 26 meter te klim, is nie aangedui nie.

Leerder nr. 17 (Graad 6) (NT.L17P7)

Respondent nr. 17 (Graad 6)



Figuur 5.73 Respondent nr. 17 se oplossing vir probleem 7

Figuur 5.74 Leerder nr. 17 se oplossing vir probleem 7 in die N-T.

KOMMENTAAR: L17 se voorstelling was korrek asook die antwoord van 8dae was korrek.

5.6.2 Punte van die Na-toets

Die punte van die 4 leerders soos ge-assesseer deur die rubriek (Bylae D) word aangedui in die volgende tabel (5.3).

Leerders	Probleem 1	Probleem 2	Probleem 3	Probleem 4	Probleem 5	Probleem 6	Probleem 7
No 2	4	3	3	0	1	3	1
No 7	5	3	3	0	3	3	3
No 12	5	3	3	0	3	3	4
No 17	5	3	3	1	3	3	5

Tabel 5.3 Vergelyking van die punte per vraag van die Na-toets.

5.6.3 Gemiddelde Punt van die Na-toets

Die gemiddelde punt van die Na-toets word aangedui in die volgende tabel (sien tabel 5.4).

Graad	Nommer	Gemiddelde Punt
Graad 4	2	2.1
Graad 4	12	2.9
Graad 5	7	3
Graad 6	17	3.2

Tabel 5.4 Gemiddelde punt van die vier leerders in die Na-toets.

5.6.4 Vergelyking van die punte van die Voortoets en Na-toets

Tabel 5.5 dui die uitslae van die Voortoets en Na-toets van die 4 leerders aan. Die tabel help om 'n vergelyking te maak van hoe die leerders per vraag in die Voortoets en Na-toets presteer het.

Leerders	Probleem 1		Probleem 2		Probleem 3		Probleem 4		Probleem 5		Probleem 6		Probleem 7	
	VT	NT	VT	NT	VT	NT	VT	NT	VT	NT	VT	NT	VT	NT
No 2	3	4	2	3	1	3	1	0	1	1	1	3	1	1
No 7	5	5	2	3	1	3	1	0	1	3	1	3	1	3
No 12	4	5	3	3	1	3	1	0	1	3	1	3	0	4
No 17	2	5	1	3	1	3	1	1	1	3	1	3	1	5

Tabel 5.5 Opsomming van die uitslae van leerders in Voortoets en Na-toets.

5.6.5 Gemiddelde punt van Voortoets en Na-toets.

Die gemiddelde punt van die Voortoets en Na-toets kan gesien word in tabel (5.6).

Graad	Nommer	Gemiddelde Punt
-------	--------	-----------------

		Voortoets	Na-toets
Graad 4	2	1.4	2.1
Graad 4	12	1.6	2.9
Graad 5	7	1.7	3
Graad 6	17	1.1	3.2

Tabel 5.6 Gemiddelde punt van Voortoets en Na-toets.

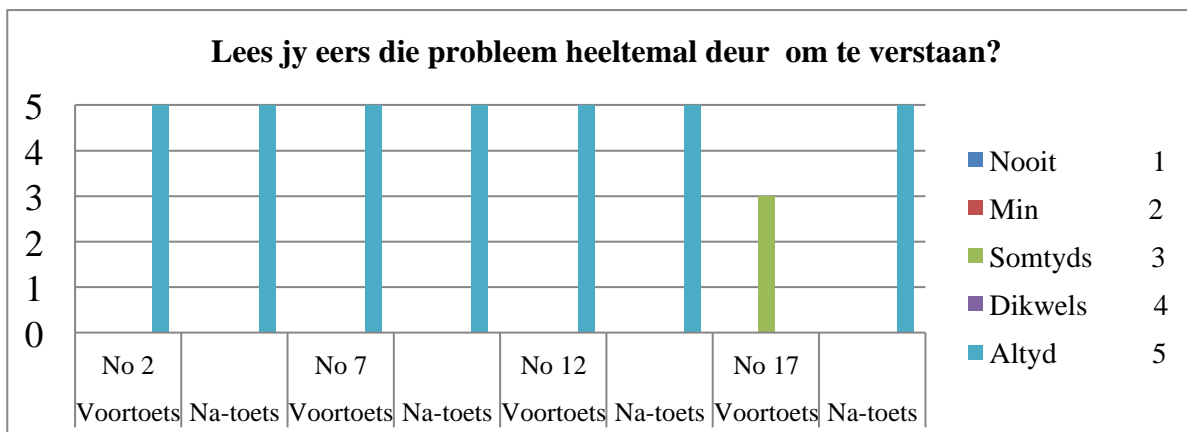
Volgens tabel (5.6) was die gemiddelde punte van al die 4 leerders hoër in die Na-toets as in die Voortoets. Dit kan daaraan toegeskryf word dat die leerders onderrig ontvang het in probleemoplossing. Die leerders het meer kognitief ontwikkel. Hulle kon nou van hul nuwe vaardighede en kennis saam met hul vorige kennis en ondervinding gebruik maak om die probleme op te los.

5.7 VRAELYS

Die vraelys, sien (Bylaag A) wat bestaan uit 12 vrae, is onderverdeel in vier afdelings. Afdelings A van (Bylaag A) bestaan uit 4 vrae oor hoe leerders te werk gaan om probleme te verstaan. Onderstaande tabel toon 'n vergelykende opsomming van die response van die Grade 4, 5 en 6 oor hoe om probleme te verstaan met die doel om dit op te los.

'n Bespreking van die analisering van elke vraag van die vraelys van die pre-toets en post toets sal volg. Om die bespreking duideliker en eenvoudiger te maak is slegs die laaste drie keuses van vraelys (somsyds, dikwels en altyd) gebruik omdat dit min of meer dieselfde informasie gee.

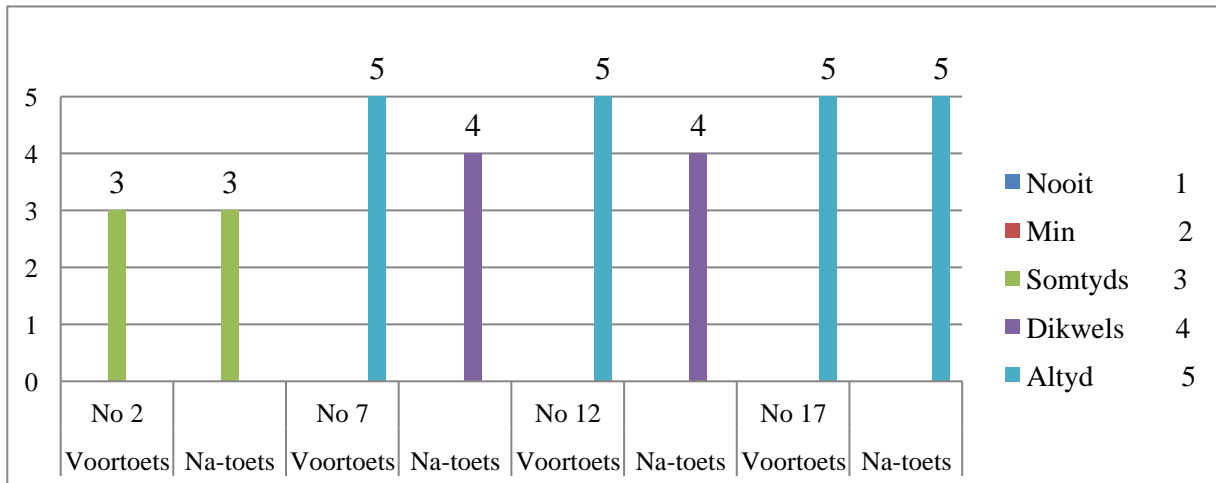
Onderstaande grafieke toon die response van die leerders of hulle die probleem heeltemal deur gelees het om te verstaan.



Figuur 5.75: Lees van probleem om dit te verstaan.

Die grafiek dui aan dat nommers 2, 7 en 12 tydens die Voortoets aangedui het dat hulle altyd eers die probleme heeltemal deurlees om dit te verstaan. In die Voor-toets het nommer 17 die probleme somtyds deurgelees omrede die leerder nie die belangrikheid van lees besef het om 'n probleem te verstaan nie. Die moontlikheid bestaan dat die leerder vertrou is met die probleme en dus nie die nodigheid ingesien het om dit heeltemal deur te lees nie. Tydens die Na-toets het al die leerders aangedui dat hulle altyd eers die probleme heeltemal deurgelees het om te verstaan.

Vraag 2. Probeer jy elke woord wat daar staan, verstaan

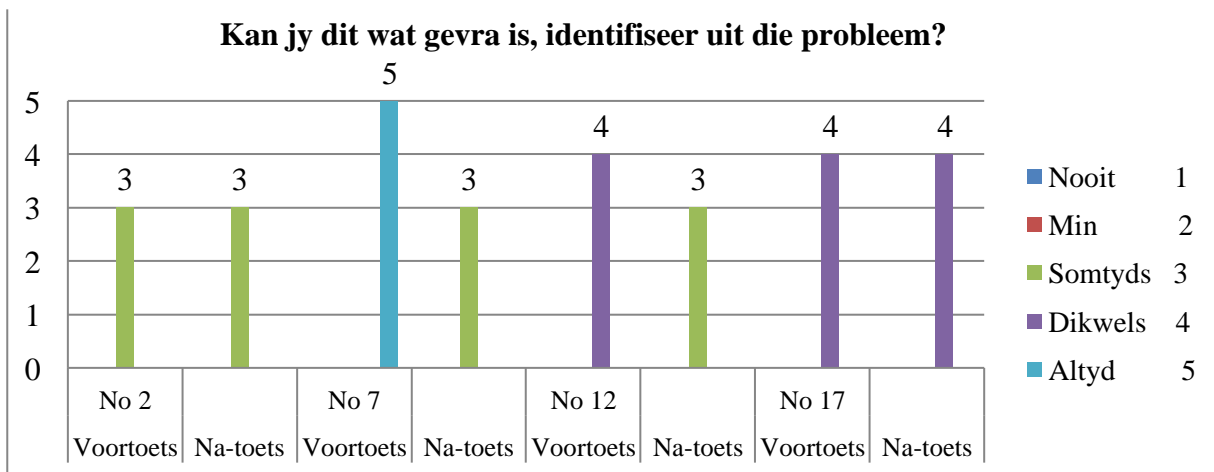


Probeer jy elke woord wat daar staan, verstaan?

Figuur 5.76: Verstaan van elke woord.

By die vraag het nommer 2 by die Voortoets sowel as by die Na-toets aangedui dat hy somtyds probeer om elke woord wat in die vraag staan, te verstaan. Die leerder het dalk nie oor die vermoë beskik om elke woord wat in die vrae staan te interpreteer nie. Die leerder mag dalk nie oor die nodige woordeskat beskik nie. Nommer 7 en nommer 12 het by die Voortoets altyd probeer om elke woord wat daar staan te verstaan. By die Na-toets het nommer 7 en nommer 12 aangedui dat hulle, dikwels probeer om die woord wat in die vrae staan, te verstaan. Die moontlikheid bestaan dat die twee leerders dikwels die onvermoë gehad het om visuele inligting te verwerk. 'n Moontlike hindernis vir die leerders is die onvermoë om betekenis aan sekere woorde te heg. Dit toon dat hierdie leerders dikwels nie belangrike terminologie binne die vakgebied bemeester het nie. Nommer 17 het by die Voortoets sowel as Na-toets altyd probeer om elke woord wat daar staan, te verstaan.

Onderstaande grafiek toon die respons van die leerders of hulle dit kan identifiseer van wat gevra word in die probleem.

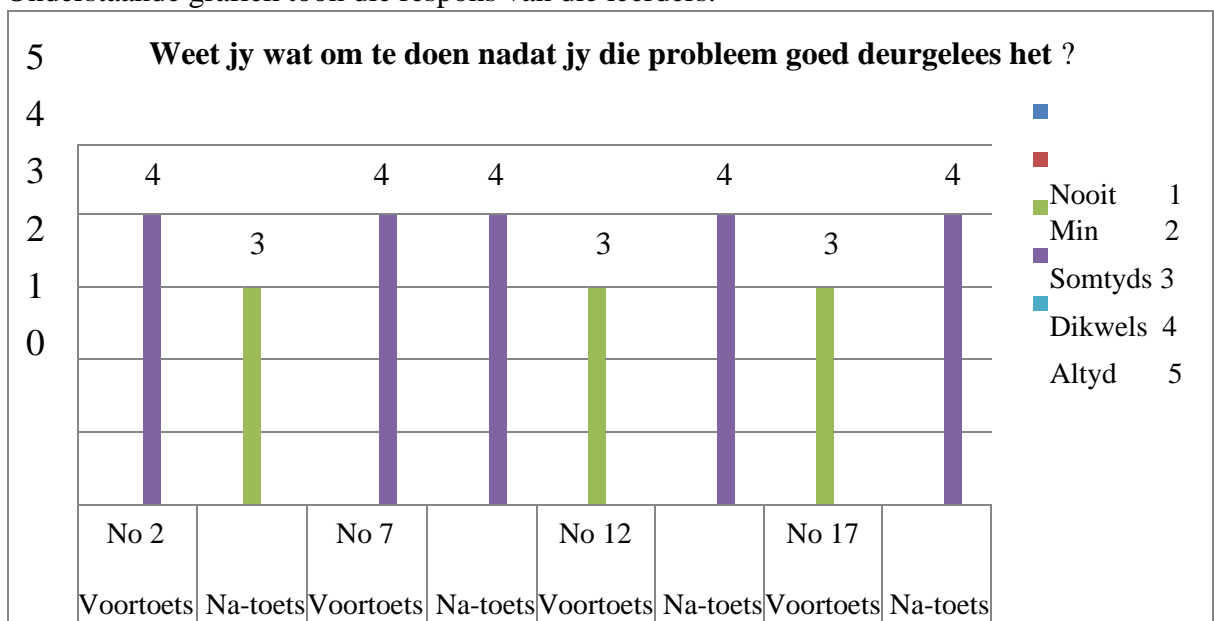


Figuur 5.77: Identifisering van die probleem.

Nommer 2 het by die Voortoets en Na-toets aangedui dat hy somtyds dit kan identifiseer wat gevra word uit die probleem. Die probleme vir hierdie leerder was nie almal ewe maklik om op te los nie. Leerder nommer 7 het by die Voortoets aangedui dat hy altyd dit wat gevra word in die probleem, kan identifiseer terwyl die leerder by die Na-toets slegs somtyds dit wat gevra word kon identifiseer. Nommer 12 het by die Voortoets aangedui dat hy dikwels dit wat gevra word in die probleem, nie kan identifiseer. In die Na-toets het die leerder aangedui dat hy somtyds dit wat gevra word in die probleem, kan identifiseer. Die moontlike rede vir die beantwoording kan daarin geleë wees dat die leerder nie met begrip kan lees nie. Nommer 17 het in die Voortoets sowel as Na-toets aangedui dat hy dikwels dit wat gevra word in die probleem, kan identifiseer.

Vraag 4. Weet jy wat om te doen nadat jy die probleem goed deurgelees het ?

Onderstaande grafiek toon die respons van die leerders.



Figuur 5.78: Weet wat om te doen.

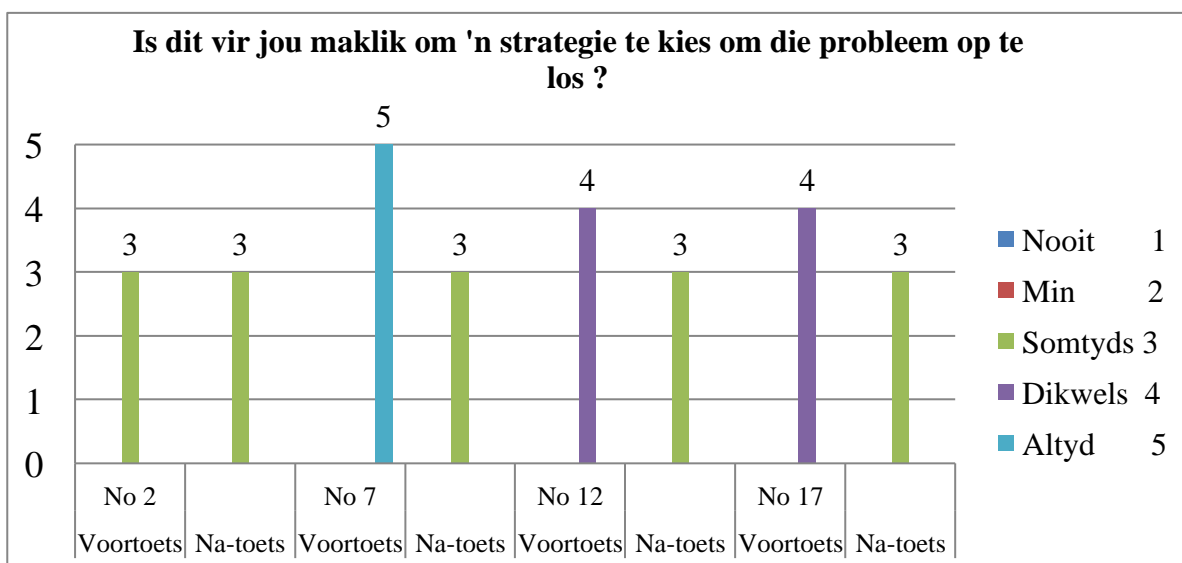
In die gevalle waar die leerders aangedui dat hulle dikwels weet wat om te doen nadat hulle die probleme goed deurgelees het, kan toegeskryf word daaraan dat hul basiese vaardighede bevredigend is, en dat hulle die probleemoplossingsbenadering om wiskundige probleme op te los, bemeester het. Hierdie leerder kon die probleme lees en verstaan, alhoewel nie ten volle weet hoe om al die probleme op te los nie. Die leerders wat aangedui het dat hulle somtyds weet wat om te doen nadat hulle die probleem goed deurgelees het, se perseptuele verstaan van die probleme was nie so goed ontwikkel nie. Hierdie leerder kon dalk hulp benodig het, en het nie die nodige selfvertroue nie.

Afdeling B bestaan uit 2 vrae hoe leerders 'n plan maak om probleme op te los.

Onderstaande tabel is toon 'n vergelykende opsomming van die respons van Grade 4, 5 en 6 oor hoe om 'n plan te maak met die doel om probleme op te los.

Maak 'n plan:

Die volgende grafiek Figuur 5.79, toon of dit maklik is om 'n strategie te kies om die probleem op te los.

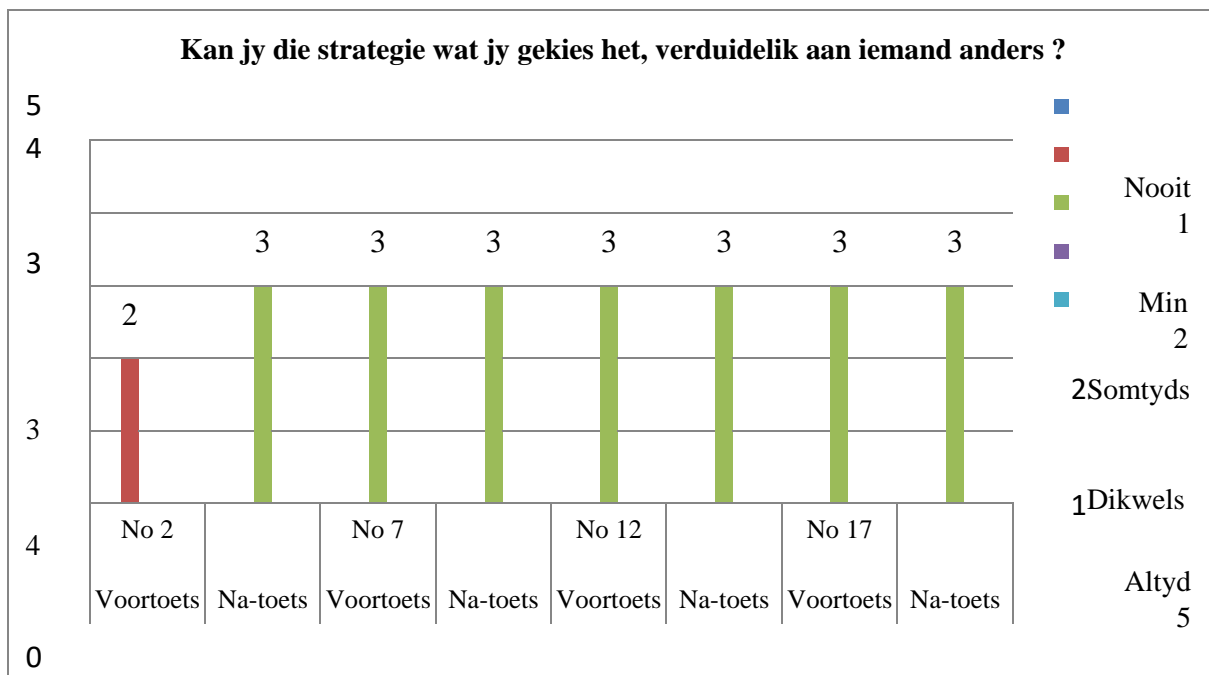


Figuur 5.79: Kies van strategie om probleem op te los.

In die geval waar leerder nommer 7 aangedui het dat dit altyd maklik is om 'n strategie te kies om probleme op te los, dui vir ons dat hy die probleme ten volle verstaan het. In gevalle waar leerders aangedui het dat hulle dikwels maklik 'n strategie kan kies, kom daarop neer dat hulle slegs oor 'n aantal beperkte strategieë beskik om probleme op te los. Leerders wat aangedui het dat hulle somtyds 'n strategie kan kies kom daarop neer dat hulle slegs oor 'n geringe aantal strategieë beskik om die probleme op te los. Hulle verstaan nie die probleem ten volle nie.

Vir leerder nommer 2 wat dit in die Voortoets somtyds maklik om 'n strategie te kies om die probleem op te los. Vir leerder nommer 7 was dit altyd maklik. Vir leerders nommer 12 en 17 was dit dikwels maklik. In die Na-toets was dit somtyds maklik om 'n strategie te kies om die probleem op te los.

Die volgende grafiek, Figuur 5.80, toon die respons van die leerders of hulle die strategie wat hulle gekies het, kon verduidelik aan iemand anders .



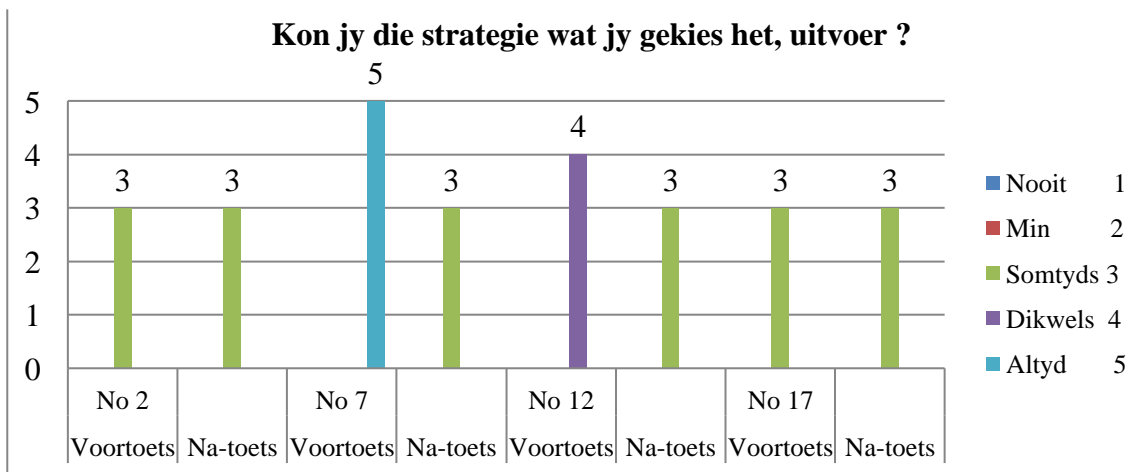
Figuur 5.80: Verduideliking van strategie aan iemand anders.

By die Voortoets kon nommer 2 selde die strategie wat gekies is verduidelik aan iemand anders. Hierdie leerder kon moontlik nie beskik het oor goeie kommunikasie vaardighede nie. Leerders nommer 7, 12 en 17 het aangedui dat hulle somtyds die strategie wat gekies is, kan verduidelik aan iemand anders. By die Na-toets het al 4 leerders ook aangedui dat hulle die strategie somtyds kan verduidelik aan iemand anders. Hierdie leerders kon in 'n mindere mate duidelik beskryf wat hulle doen, wanneer hulle dit doen, en hoekom hulle dit doen. Hierdie leerders kon nadink oor wat hulle doen. Hulle was redelik seker wat hulle gaan doen of gedoen het.

Afdeling C bestaan uit 4 vrae wat wys hoe leerders die plan uitgevoer het.

Voer die plan uit:

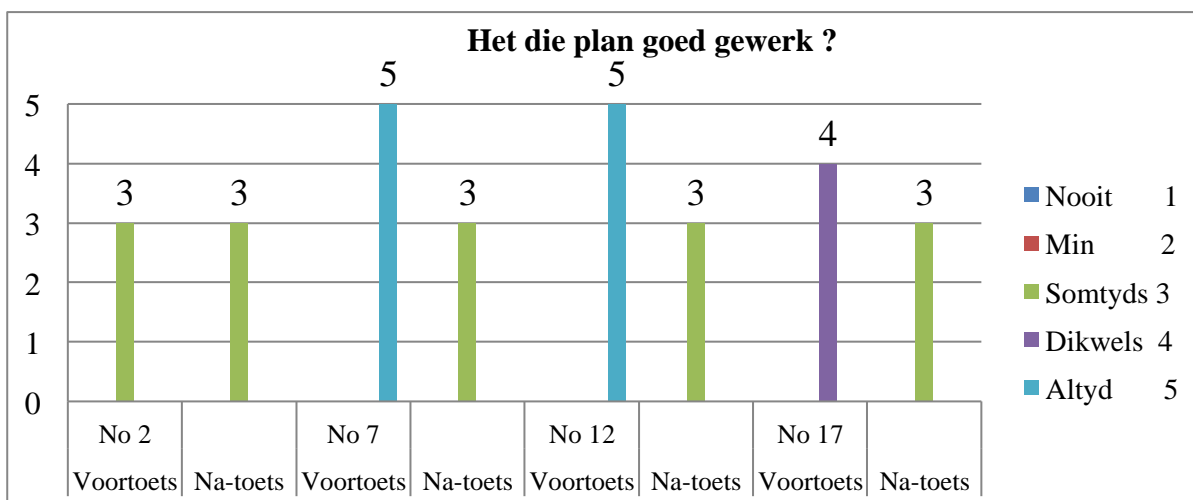
Die volgende grafiek Figuur 5.81, toon die respons van die leerders om te wys of hulle die strategie wat gekies is, kan uitvoer.



Figuur 5.81: Uitvoer van strategie wat gekies is.

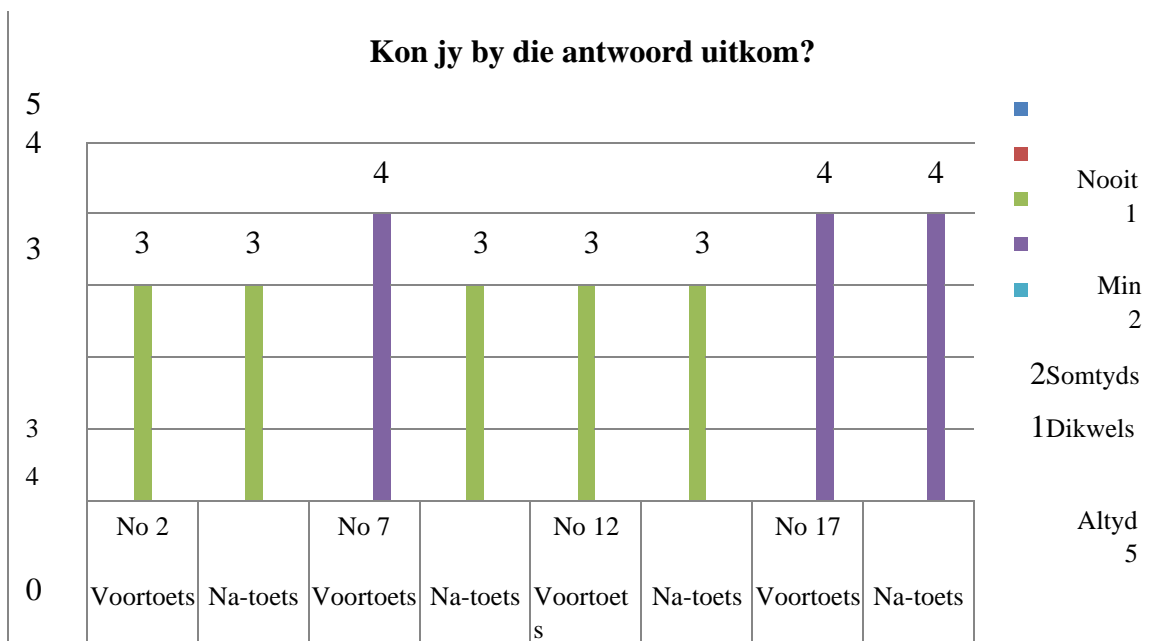
Leerders nommer 2 en 17 het in die Voortoets aangedui dat hulle somtyds die strategie wat gekies is, kan uitvoer. Hierdie leerders het nie heeltemal beskik oor die vermoë om dit wat hulle beplan het tot uitvoering te bring nie. Hulle kon nie ten volle 'n logiese stapsgewyse-metode weergee vir dit wat hulle beplan het nie. Dieselfde geld vir al die leerders in die Na-toets waar hulle aangedui dat hulle somtyds die strategie wat gekies is, kon uitvoer. Nommer 7 het by die Voortoets aangedui dat hy altyd die strategie wat gekies is, kan uitvoer. Hierdie leerder verstaan die dieper strukture van die probleem en die proses wat gebruik word om die probleem op te los. Leerder nommer 12 kon dikwels die strategie wat gekies is, uitvoer. Die leerder beskik nie altyd oor die vermoë om stapsgewys te werk te gaan terwyl hy aan die probleem werk om dit op te los nie. By die Na-toets het die leerders te kenne gegee dat hulle somtyds die strategie kan uitvoer wat hulle gekies het.

Die volgende grafiek Figuur 5.82, toon die respons van die leerders aan om te toon of die strategie goed gewerk het.



Figuur 5.82: Werking van die plan/strategie.

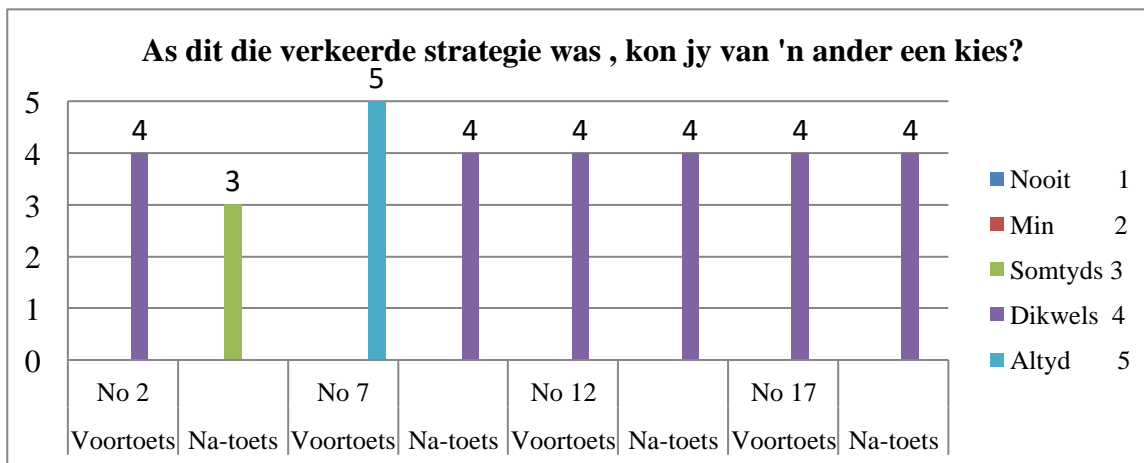
Voorafgaande grafiek toon aan by die Voortoets en Na-toets dat leerder nommer 2 aangedui het, dat die plan somtyds goed gewerk het, wat gekies was. Hierdie leerder het nie oor die vermoë beskik om aan 'n ander plan te dink om die probleme op te los nie. By nommer 7 en 12 het die plan altyd goed gewerk. Hierdie leerder kon ook van ander planne gebruik gemaak het. Hierdie leerder het oor die vermoë beskik om uit hul foute te leer en kon hul planne aanpas. Vir nommer 17 het die plan dikwels goed gewerk. In die Na-toets het al vier leerders aangedui dat hul planne somtyds goed gewerk het. In hierdie geval het die probleme vir die leerders dalk verskil in moeilikheidsgraad. Hul planne het dus nie gewerk om al die probleme te kon oplos nie. Onderstaande grafiek Figuur 5.83, toon die respons van die leerders aan om te toon of hulle maklik by die antwoord uitgekome het.



Figuur 5.83: Uitkom by antwoord.

Hierdie grafiek dui aan in watter mate die leerders met die Voor- en Na-toets somtyds, of dikwels by hul antwoorde uitgekome het. Hulle kon heel moontlik nie al hul berekeninge ten volle bemeester het. Hulle was nie in staat om alle prosedures akkuraat uit te voer en alle visuele voorstellings van die probleem korrek toe pas nie.

Die volgende grafiek Figuur 5.84, toon die respons van die leerders aan om te wys of hulle maklik 'n ander strategie kon kies.



Figuur 5.84: Die kies van ander strategie.

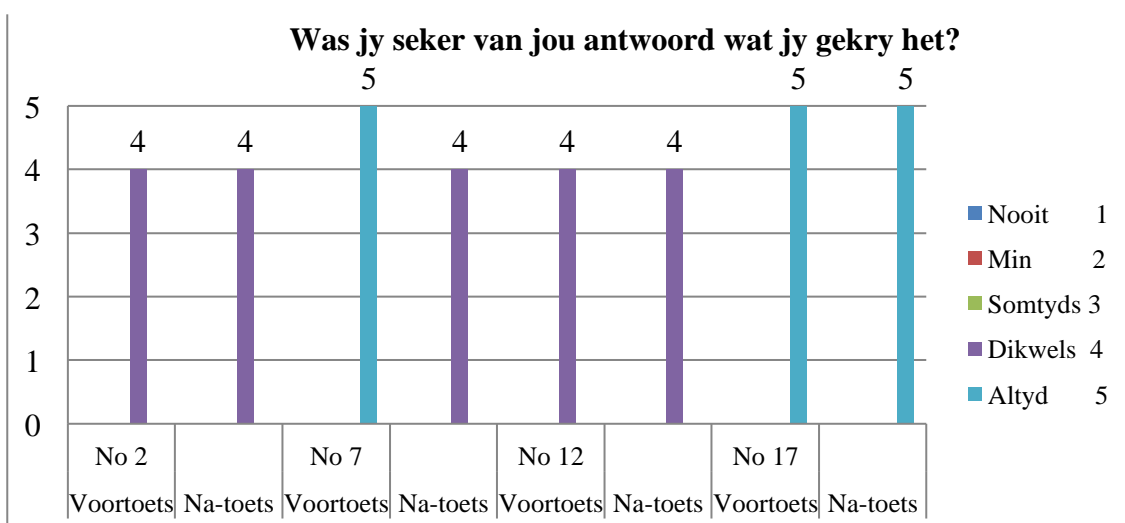
Die grafiek dui aan dat die respondente by die Voortoets soos volg gereageer het indien dit die verkeerde strategie was, 'n ander strategie kies. Leerder nommer 2, 12 en 17 kon dikwels 'n ander strategie kies, terwyl leerder 7 altyd van ander strategie kon kies. Leerders 2, 12 en 17 kon dikwels 'n ander strategie kies omdat hulle reeds blootgestel was en vertrouwd was met ander strategieë.

Hulle kon hul vorige kennis en ervaring gebruik. By die Na-toets kon nommer 2 somtyds 'n ander strategie kies , terwyl leerders nommer 7, 12 en 17 dikwels 'n ander strategie kon kies.

Afdeling D bestaan uit 2 vrae hoe leerders terugkyk om seker te maak of die antwoorde korrek is.

Kyk terug :

Die volgende grafiek Figuur 5,85 toon die respons van die leerders aan om te wys of hulle seker was dat die antwoord wat hulle gekry het, reg was.

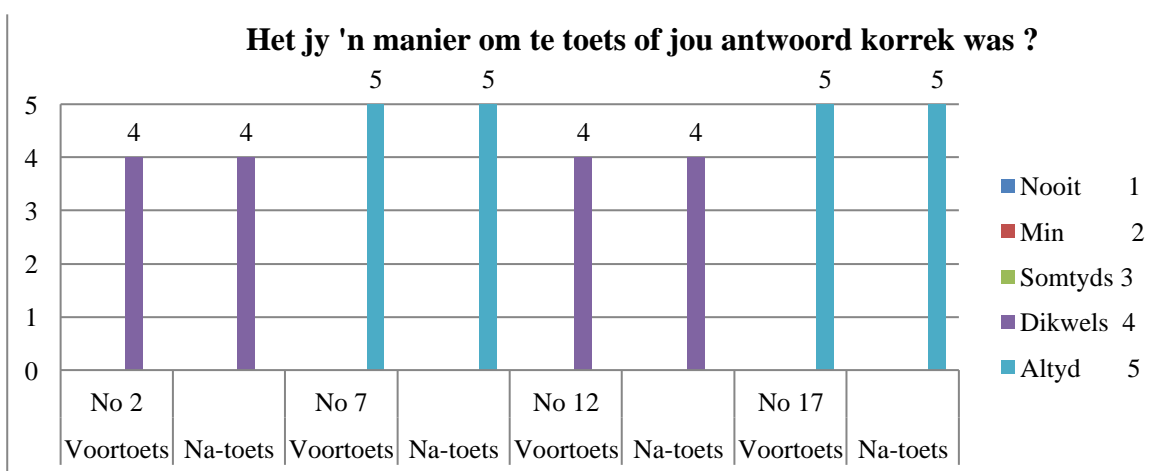


Figuur 5.85: Sekerheid van antwoord.

Die grafiek dui aan dat die leerders soos volg geantwoord het of hulle seker was van die antwoord wat hulle gekry het. In die Voortoets het leerders 7 en 17 aangedui dat hulle altyd seker was dat hulle antwoorde korrek is. Hierdie leerders het oor die nodige selfvertroue beskik. Hulle het hul antwoorde getoets of geverifieer om seker te maak hul antwoorde is korrek.

In Voortoets sowel as Na-toets was leerders 2 en 12 dikwels nie seker of hulle antwoorde korrek was nie, hulle was ook onseker van hul antwoorde in die Na-toets. Dit kan toegeskryf word daaraan dat hulle nie oor die nodige selfvertroue beskik het nie. Hulle het getwyfel en was nie seker of hulle die korrekte stappe gevolg het nie.

Onderstaande grafiek Figuur 5.86, toon die respons van die leerders aan om te wys of hulle 'n manier het om te toets of die antwoord korrek was.



Figuur 5.86: Toets of antwoord korrek is.

Die volgens die grafiek het die leerders soos volg gereageer op die vraag of hulle 'n manier het om te toets of die antwoord korrek was. Leerder nommer 7 en 17 het altyd 'n manier gehad by die Voortoets sowel as Na-toets. Hierdie leerders kon van ander metodes gebruik maak om die probleme op te los. Hulle wou seker maak of hulle antwoorde korrek was dus het hulle van ander metodes gebruik gemaak om dit te toets. By die Voortoets en Na-toets het nommer 2 en 12 soms van 'n ander manier probeer gebruik maak om te toets of die antwoord korrek was, hulle kon egter slegs by sekere probleme van ander metodes gebruik maak om te toets of hulle antwoorde korrek was. Hulle het nie altyd oor die nodige vaardighede beskik om te toets of hulle antwoorde korrek was nie.

5.8 ONDERHOUE: ANALISERING VAN ONDERHOUE

Onderhoue in die vorm van een-tot-een is met die vier leerders van die proefgroep na afloop van die Voortoets en Na-toets gevoer. Die onderhoue is gevoer nadat die groep hul Voor-en Na-toets afgelê het. Die onderhoue het plaasgevind na tweede pouse gedurende die tyd wat aan die navorser gegun

was. Die onderhoude het privaat plaasgevind in die sekretaresse se kantoor. Die ingesamelde data wat vanaf die onderhoude verkry is, is kwalitatief ge-analiseer. Die onderhoude is op band vasgelê waarna dit getranskribeer is. Die transkripsies is verskeie kere deurgelees waarna die relevante antwoorde geïdentifiseer is. Na elke vraag is opsommings gemaak van relevante antwoorde. Daarna is 'n tabel saamgestel van die opsommings wat met elke leerder in die proefgroep gevoer is.

Uit die een-tot-een onderhoude het die navorser probeer vasstel om subvraag 4 te beantwoord asook om te bepaal hoe leerders te werk gaan om wiskundige probleme op te los volgens die probleemoplossingsbenadering. Die kerngedagtes wat die navorser afgelei het vanaf die onderhoude is soos volg saamgestel.

5.8.1 Op grond van die onderhoude is die volgende temas geïdentifiseer:

- **Bevindinge of al die probleme maklik was om op te los.**
- **Bevindinge wat leerders doen om die probleme te verstaan.**
- **Bevindinge of leerders se plan wat hulle gekies het, gewerk het om die probleme op te los.**
- **Bevindinge van die werkwyses hoe om die probleme op te los.**
- **Bevinding oor die seker maak of die antwoorde korrek was.**

5.8.1.1 Bevindinge of al die probleme maklik was om op te los.

Uit die onderhoude is die volgende bevindings gemaak dat die probleme in beide die Voortoets en Na-toets nie altyd maklik was om op te los nie. Leerders nr.2, en nr.7 het beide aangevoer dat die probleme swaar was om op te los, asook dat hulle nie die probleme verstaan het nie.

L-Leerder

L-2 *Want dit was swaar.*

L-7 *Want dit was swaar.*

Die gevolgtrekking kan gemaak word dat hierdie leerder nie oor die nodige ervaringe beskik het om probleme volgens die probleem-gesentreerde manier op te los nie. Hierdie leerder se voorkennis was ook nie genoegsaam om probleme op te los nie.

Leerder nr.12 het in die onderhoud van die Voortoets aangevoer dat nie altyd maklik was nie. In die Na-toets was van die probleme maklik, terwyl die leerder nie verklaar het watter probleme was maklik om op te los nie. Die leerder het aangevoer as rede dat daar nie gou by die antwoorde uitgekom kon word nie.

L-12 *Nee nie maklik nie, nie altyd nie.*

Volgens die onderhoud met L17 was die probleme in die Voortoets nie maklik om op te los nie. Die Leerders het aangevoer dat die probleme moeilik was. In die Na-toets het die leerder beter gevaar en was die probleme toe so moeilik vir hom nie. Die leerder was meer toegerus om die probleme op te los, was die probleme wel maklik om op te los, aangesien die leerder reeds meer kognitief ontwikkel het.

L-17 Die vrae, dit was baie moeilik.

Die Na-toets se punte wys dat almal beter gevaar het, party meer as ander.

5.8.1.2 Bevindinge wat leerders doen om die probleme te verstaan.

Uit die onderhoude word die bevinding gemaak dat die leerders die probleme lees om te verstaan. Deur die probleme eers te lees word die leerders instaat gestel om sleutelinligting in 'n probleem te kan identifiseer sodat hulle kan besluit oor toepaslike benaderings om die probleem op te los. As 'n probleem deeglik geles word sal dit leerders in staat stel om sleutelfrases en wiskundige terminologie te identifiseer. Lees help leerders om wiskundige idees te ontleed, te interpreteer, en te kommunikeer. Dit is 'n vaardigheid wat nodig is om die inligtingsbronne en die geldigheid van die inligting self te valueer.

L-2 Geles om dit te verstaan.

L-7 : Geles.

L-12 Ek het eers die som geles tot ek hom verstaan.

L-17 Die vrae geles.

Die leerders het beter gevaar in die Na-toets Dit is duidelik dat hulle groter pogings om beter te lees en die probleem volle te verstaan vrugte afgewerp het.

5.8.1.3 Bevindinge of leerders se plan wat hulle gekies het gewerk het, om die probleme op te los.

Dit was duidelik uit die onderhoud na die Voortoets met leerder nr. 2 dat die plan gewerk het. Leerders nr. 7, 12 en 17 het hulle plan nie gewerk nie. Hulle kon nie 'n verduideliking gee, of redes aanvoer, waarom dit nie gewerk het nie. Uit die onderhoude na die **Na-toets** word die afleiding gemaak dat die planne wat deur leerder nr 2 gemaak is, nie altyd gewerk het nie. Uit die onderhoude van die Na-toets het leerders nr. 7, nr.12 en 17 se planne gewerk wat hulle gekies het om die probleme mee op te los.

L-2 Dit het nie altyd gewerk nie.

L-7 Ja, meneer.

L-12 Ja, mnr.

L-17 *Ja, dit het gewerk.*

5.8.1.4 Bevindinge omtrent die werkwyses wat gebruik is om die probleme op te los

Uit die onderhoude na die Voortoets was dit duidelik dat leerder 2. nie 'n verduideliking kon gee van die werkwyses wat gevolg is om die probleme op te los nie. Uit die onderhoud wat met leerder 7 gevoer is, het kan die afleiding gemaak word dat die leerder die probleem eers gelees het om te verstaan, 'n Plan is gemaak, en 'n strategie is gekies om die probleem op te los. Die gekose strategie is uitgevoer volgens die plan wat gekies is. Die leerder het teruggekyk om seker te maak die antwoord is reg en of die som reg geskryf was. Leerder 12 het slegs die probleem gelees. Die leerders het geen verduideliking gegee hoe verder te werk gegaan is om die probleme op te los nie.

Leerder nr.17 het die probleme gelees, nagedink hoe om die probleme op te los en 'n plan daarvolgens gemaak om die probleme suksesvol op te los. Bewyse moet gegee word.

L-7 *Gelees om dit te verstaan. En 'n plan gemaak en die plan uitgevoer. En teruggekyk. L-17 Gelees. Dink. Plan gemaak.*

In die natoets het leerder nr.2 die probleme gelees totdat dit verstaan is. Hierdie leerder het gekyk wat hulle vra en gekyk wat hulle gee. Die leerder het 'n plan gemaak op grond van die kerngedagtes binne die probleem. Die plan is uitgevoer op grond van die keuse wat gemaak is.

L-2 *Ek het die som gelees tot ek hom verstaan. Ek het gekyk wat hulle vra en gekyk wat hulle gee. Toe maak ek 'n plan. Toe voer ek my plan uit.*

L-7 Ek het eers die probleme gelees om te verstaan. Uit die onderhoud kan die afleiding kan gemaak word dat die leerder 'n plan gemaak het wat sal pas en daartoe bydra om die probleem op te los. Die gekose plan is uitgevoer.

L-7 *Ek het hom gelees. Om hom te verstaan. Toe maak ek 'n plan. Toe voer ek die plan uit. Toe kyk ek terug of my antwoorde reg is.*

Die leerder het terug gekyk of die antwoorde reg is. Op grond van die onderhoud wat met leerder nr.12 gevoer is het die leerder te kenne gegee dat die probleme eers gelees is totdat dit verstaan is. Die leerder het wel in die probleme seker gemaak wat hulle vra. Op grond van die verstaan van die probleem het die leerder 'n plan gemaak hoe die probleem opgelos moet word.. Die leerder het die plan uitgevoer dienoreenkomstig die gekose plan. Hierdie leerder het egter nie seker gemaak, of teruggekyk om te sien of die plan korrek uitgevoer was nie.

L-12 *Ek het eers die som gelees tot ek hom verstaan. Dan kyk ek wat hulle vir my vra. En dan maak ek 'n plan.*

L-12 *Klaar die plan gemaak het.*

L-12 *Dan voer ek die plan uit.*

L-12 *Klaar uitgevoer het.*

L-12 *Dan kyk ek terug.*

Leerder nr.17 het die probleem eers gelees om te verstaan. Die afleiding kan gemaak word dat die leerder seker wil maak van die sleuteltermen in die probleem. Die leerder het 'n plan gemaak soos wat hy verstaan het wat die beste moontlike manier sal wees om die probleem op te los.

Die gekose plan is uitgevoer.

L-17 *Deur om te lees.*

L-17 *Dan maak ek 'n plan.*

L-17 *Dan voer ek die plan uit.*

Kommentaar: Uit hierdie kommentaar van die leerders blyk dit hulle die fases van probleemoplossing goed toegepas het en daarvolgens gehandel het. Die kinders het hier met selfvertroue gepraat.

5.8.1.5 Bevinding oor die seker maak of die antwoorde korrek was.

Om seker te maak of die antwoorde van die probleem korrek is, beteken dat die leerders ook van ander strategieë gebruik gemaak het. By die Voortoets het leerders nr.2, nr.7 en nr.17 het nie seker gemaak of die antwoorde korrek was nie. Dus het hulle net van een strategie gebruik gemaak. By die Na-toets het hierdie leerders in die onderhoud verklaar dat hulle wel seker gemaak het dat die antwoorde korrek is, terwyl daar nie praktiese bewyse is dat daar van ander strategieë gebruik gemaak is nie. Leerder nr.12 het by die Voortoets sowel as by Na-toets volgens onderhoude te kenne gegee dat daar seker gemaak is dat die antwoorde korrek is nie. In die oplos van die probleme is daar ook nie praktiese bewyse dat daar van ander strategieë gebruik gemaak is nie.

L-2 *Nee meneer.*

L-7 *Ja meneer.*

L-12 *Ja meneer.*

L-17 *Ja meneer.*

5.9 WAARNEMING

Tydens die oplos van probleme is leerders waargeneem hoe hulle probleme opgelos het. Videoopnames is tydens die oplos van probleme gemaak wat na onmiddelik daarna ook gebruik is om aantekening van die waarneming en leergebeure te maak. Die navorser het wanneer die leerders vasgehaak het tussen beide getree en met gedeeltelike leiding vra aan die leerders gevra om hulle weer op koers te plaas. somtyds tussenbeide getree om te kyk hoe die groep te werk gegaan het om die probleme op te los. Waarneming het die navorser gehelp om te verbeter in areas waar die groep

tekortkoming ervaar het, voordat hulle begin het met die oplos van die volgende probleem. 'n Waarneminginstrument (sien Bylaag F) is gebruik om alle waarnemings aan te teken soos die groep besig was om probleme op te los.

Tydens die waarneming is daar gefokus op die volgende areas:

- Wat het die groep gedoen nadat hulle die probleme opgelos het.
- Watter strategieë die groep gevolg het.
- Betrokkendheid van die groeplede.
- Interaksie
- Deel van idees.
- Beskik almal in die groep oor die vermoë om probleemoplossing benadering toe te pas.
- Het almal in die groep 'n beter konseptuele verstaan ontwikkel

By die aanvang van probleme, het die leerders in die groep besluit wat elkeen gaan doen tydens die oplos van probleme. Leerders het eers individueel die vrae deurgelees het. Daarna het die groep besluit wie die vrae hardop gaan lees vir die groep. Almal het 'n beurt gekry om die verskillende probleme hardop deur te lees vir die verskillende probleme. Nadat die vrae deurgelees is, het die groep seker gemaak dat almal in die groep die probleem verstaan het deur onderling in die groep te vra wie nie die probleme te verstaan het nie. Deur die probleme te verstaan het leerders konseptuele begrip getoon deur dat hulle geweet het hoe om die probleme te interpreteer deur van visuele voorstellings gebruik te maak deur prentjies te teken om die probleme op te los. Indien groeplede nie die probleem verstaan het nie, is die vrae weer deurgelees en die res het verduidelik waarom die probleem gaan, en hoe om die probleem op te los.

Uit die video-opnames kon afgelei word dat die Graad 5 & 6 leerders die leiding geneem het in die oplos van die meeste probleme en interaksie het meestal tussen hulle plaas gevind. Hulle het meestal in die oplos van probleme saamgewerk en was baie ernstig met die werk. Die rede was dat hulle meer intellektueel en emosioneel ontwikkel was as die Graad 4 leerders omrede hulle al meer vantevore blootstelling gekry het aan soortgelyke probleme. Die twee Graad 4 leerders was nie altyd betrokke in die oplos van die probleme nie. Hulle het nie eintlik insette gelewer nie. Die twee Graad 4 leerders is op gereelde basis deur die Graad 5 leerder ondersteun. Dit was duidelik dat hulle nog nie oor dieselfde probleemoplossingsvermoëns beskik het as die Graad 5 & 6 leerders nie.

Die groep het volgens bepaalde strategieë of planne gewerk wat deur hulle self ontwerp is hoe om die probleme op te los, deur eers die probleme te verstaan deur dit goed deur te lees en seker te maak

dat almal die probleem verstaan. Verduidelikings is aan mekaar in die groep gegee watter strategie/plan gevolg gaan word. Elkeen se opinie is in die groep gevra en elkeen het hulle insette gelewer. Die groep het altyd van prentjies gebruik gemaak om die probleme op te los soos gesien kan word vanaf (fig. 5.1 tot 5.12). Vanaf die prentjies het die groep hul berekeninge gedoen om die probleme op te los. Die groep het volledige beskrywings gegee van hoe hulle te werk gegaan het, hoe hulle die probleemoplossingsbenadering toegepas het om die probleme op te los.

KOMMENTAAR:

Leerders het seker gemaak en hulle vordering gemonitor of hulle die korrekte strategie volg. In die oplos van die probleme het leerders mekaar ondersteun deur aan mekaar te verduidelik wat gedoen moet word. Leerders het beskryf wat hulle doen en, hulle stappe toon dan ook 'n logiese volgorde.

5.10 SAMEVATTING

Hierdie hoofstuk beskryf hoe die generering, prosesering en analisering van die ingesamelde data plaasgevind het deur vraelyste, onderhoude, waarneming en die skryf van 'n oor- en Na-toets. Die leerders het 12 probleme opgelos en het 'n beskrywing gegee van hoe hulle te werk gegaan het volgens die probleemoplossingsbenadering van Polya. Die groep wat gekies is as proefgroep, het goed daarin geslaag om die 12 probleme suksesvol op te los. Die leerders kon die kennis en vaardighede waaroor hulle alreeds beskik het, gebruik om die probleemoplossingsbenadering te kan toepas. Hulle het hierdie vaardigheid as bevoegheid ontwikkel deur gedeeltelike ondersteuning in probleemoplossing en deur genoeg blootstelling te kry aan probleemoplossing. Hulle was instaat om dit wat gevra word in die probleme te identifiseer en te verstaan, asook hul prosesse van vordering monitor. Die groep kon die probleme interpreteer, nuwe inligting versamel, moontlike oplossings identifiseer, hul eie gevolgtrekkings, en moontlike oplossings, kan voorstel. Leerders het verduidelikings gegee vir die resultate asook die prosesse wat gebruik is vir oplossing van hul probleme.

Uit die beantwoording van die vrae van die groepterugvoering van die proefgroep kon die afleiding gemaak word dat die proefgroep gereeld saamgewerk het met die oplos van probleme. Die groeplede het mekaar aanvaar ongeag of hulle uit verskillend Grade bestaan het. Die leerders het getoon dat hulle weet hoe om probleme op te los volgens die probleemoplossingsbenadering binne die groep. Die groeplede het hul verstaan in die oplos van die probleme met mekaar gedeel. Die leerders het met groot entoesiasme binne hulle groep gewerk deur al hul probleme te voltooi. Deur goeie kommunikasie deur te vra of almal die probleme verstaan kon hulle die probleme oplos. Uit die vergelyking van die uitslae van die Voortoets en Na-toets kon die afleiding gemaak word dat daar 'n

verbetering was by al die 4 leerders. Leerders was meer blootgestel aan het in probleemoplossing vanaf die Voortoets tot en met die Na-toets. Hulle kon die nuwe vaardighede wat hulle aangeleer het tesame met hul vorige kennis en nuwe kennis gebruik maak om die probleme op te los.

In die onderhoude wat met die 4 leerders gevoer was, het hulle te kenne gegee dat hulle die 4 fases van Polya se probleemoplossingsbenadering gevolg het, soos bv. deur die lees van die probleem om dit te verstaan te volg, 'n plan te maak, die plan uit te voer, en terug te kyk. Die groep het geweet waarom die probleme gaan en dit het hulle instaat gestel wat hulle moet uitvind. Leerders het die dieper strukture van die probleem verstaan en die regte strategieë gebruik om die probleme op te los. Die groep was instaat om van 'n strategie gebruik te maak wat hulle kon help om die probleme op te los. Hulle het gebruik gemaak van die teken van 'n prentjie, soek 'n patroon, dramatisering (rollespel), trek van 'n tabel en terugwerk. Die stappe en korrektheid in die uitvoer van die probleme is altyd nagegaan. Die groep het altyd seker gemaak dat die probleme korrek uitgevoer was.

Tydens die leswaarneming kan die afleiding gemaak word dat die Graad 5 en 6 leerders baie meer dominant navore gekom in die oplos van probleme. Die twee Graad 4 leerders is egter op voortdurende basis deur die ander ander twee leerders ondersteun. Die leerders in die groep het altyd seker gemaak dat almal die probleem verstaan. Deur waarneming kon duidelik gesien word dat die groep geweet het waarop om op te fokus om die probleemoplossingsbenadering toe te pas. Dit was dinge soos wat om eerste te doen om die probleem op te los, hul beplanning van wie wat gaan doen, watter strategieë die groep gaan volg, die betrokkeheid van die groeplede, en die deel van idees. Waarneming uit die groep se skriftelike werk dui daarop dat die groep oor die vermoë beskik om die probleemoplossingsbenadering toe te pas. Uit waarneming was dit duidelik dat die groep se konseptuele verstaan van die oplos van probleme ontwikkel het en dat die groep geweet het wat om te doen nadat hulle die probleme opgelos het. Hulle het seker gemaak dat die strategieë reg uitgevoer was.

HOOFSTUK 6

SAMEVATTING, BEVINDINGE, AANBEVELINGS , EN TEKORTKOMINGE EN VERDERE NAVORSING

6.1 INLEIDING

Met hierdie navorsing is gepoog om aan te toon hoe die toepassing van die probleemoplossingsbenadering in 'n multi-graadsituasie die gaping tussen leerders van grade vier, vyf en ses kan oorbrug. Die empiriese ondersoek is uitgevoer in die vorm van 'n gevallestudie deur middel van Ontwerp-Gebaseerde Navorsing. Hierdie hoofstuk gee 'n beskrywing van die bevindinge van die empiriese ondersoek, tekortkominge van die studie en aanbevelings sal daarna gemaak word.

6.2 BEVINDINGE

Multigraad onderrig word bemoeilik deurdat onderwysers op verskillende vlakke onderrig moet kan gee vir verskillende grade in dieselfde klas. Aangesien die verskillende grade gekombineer is, moet die onderwyser besluit watter aktiwiteite die leerders op hulle eie kan verrig, en aan watter hy/sy sal deelneem. Multigraadklasse word gekenmerk deur leerders van verskillende ouderdomme met vermoëns op verskillende vlakke van ontwikkeling, van wie verwag word om probleme te kan op los. Onderwysers het nie spesiale opleiding vir multigraadonderrig ontvang nie. Leerders moet die meeste van hulle tyd op hul eie werk. Die gevolg is dat leerders gefrustreerd is omdat die onderwyser vir omtrent die helfte van hulle klastyd nie genoeg beskikbaar is om hulle te help nie.

Multigraadonderrig word voorts bemoeilik deur 'n verskeidenheid van faktore soos kurrikulumdifferensiasie, diversiteit tussen leerders in terme van ouderdoms-verskille en verskille in belangstelling en vermoëns. Daar bestaan geen spesiale georganiseerde kurrikulum en handboeke vir multigraadskole nie. Voorts vind daar ook geen interaksie wat plaas tussen ouer en jonger leerders nie, leerders kan nie mekaar leer nie, ook kan hulle nie koöperatief werk in groepe terwyl hulle onderrig word as aparte grade nie. Ongelukkig staan selfs die multigraadonderwysers negatief teenoor multigraadonderrig. Derhalwe is die probleemoplossingsbenadering ondersoek om die onderrig en leer van wiskunde meer effektief te laat verloop in 'n multigraadklas, om sodoende die gaping wat bestaan tussen die verskillende grade te oorbrug.

In Hoofstuk 2 is die tradisionele onderrigbenadering van wiskunde vergelyk met die probleemoplossingsbenadering. In Hoofstuk 3 is die keuse van probleme en take, die rol wat die onderwyser in die probleemoplossingsklaskamer speel bespreek, sowel as die rol van die multigraadonderwyser.

'n Multigraadklas van 19 leerders is gebruik vir die navorsing. Die multigraadklas was leerders van Grade 4, 5 en 6. Vir die ondersoek is die klas verdeel in groepe met vier leerders in elke groep wat bestaan uit een Graad 6 leerder, een Graad 5 leerder en twee Graad 4 leerders. Een van die groepe is gebruik as proefgroep. Die fokus van die navorsing was sterk op hierdie groep. Die multigraadklas het vir agt weke onderrig ontvang in die probleemoplossingsbenadering, om sodoende probleme te kan oplos. Die vier stappe van Polya se model is aan die leerders verduidelik, soos verstaan, maak 'n plan, voer die plan uit en kyk terug.

Die leerders het individueel 'n voortoets van 7 vrae gedoen. Na voltooiing van die voortoets is 'n onderhoud met die leerders gevoer. Daarna moes die groepe twaalf probleme volgens Polya se model oplos oor periode van 4 weke. Die twaalf probleme is verdeel in vier siklusse. Elke siklus het bestaan uit 3 probleme. Na die voltooiing van die vier siklusse het die leerders 'na-toets geskryf.

Na afloop van die na-toets is onderhoude met die leerders gevoer en 'n vraelys is aan die proefgroep gegee om te voltooi in verband met hulle samewerking binne die groep vir verdere data insameling.

Volgens die proefgroep se terugvoering was daar goeie samewerking en ondersteuning tussen die vier leerders in die groep tydens die oplos van probleme tydens die vier siklusse. Die leerders het gereeld saam aan die aktiwiteite deelgeneem. Volgens waarneming was een van die Graad vier leerders nie altyd gelukkig in die groep nie. Die sprong van die vorige Graad drie na hierdie werkgroep waar Graad 5 en 6 betrokke was baie groot. Dit het verbeter na die einde van die intervensie. Elke leerder het gereeld 'n geleentheid gehad om deel te neem tydens die uitvoering van die opdragte. Die leerders het mekaar gerespekteer deur te luister na mekaar. Die groep het al hul opdragte uitgevoer. Hulle het enkele kere van meer as een metode gebruik maak om die probleme op te los nie. Tydens die uitvoering van die opdragte van die vier siklusse, en die Voor- en Na-toets, het die vier leerders altyd die vrae eers goed deurgelees om die probleme te verstaan. Die leerders moes meer as eenkeer die probleme deurlees om te verstaan, en te identifiseer wat gevra word in die probleme, en het dan strategie/plan gekies om die probleme mee op te los.

Daar was nie 'n duidelike verskil in die gemiddelde punt van die vier leerders in die Voortoets nie (sien Tabel 5.6). In die Na-toets volgens Tabel 5.6 was daar 'n verbetering by leerders nr.2 van (1,4 na 2,1). Die rubriek wat gebruik was het heelwat meer van probleemoplosvaardighede ge-assesseer as die tradisionele metode wat net op die antwoord gefokus het. By leerders nr. 7 (verbeter van 1,7 na 3) en leerder nr.12 (verbeter van 1,6 na 2,9)was daar wel 'n verbetering. By die Graad 6 leerder

was daar 'n aansienlike verbetering in die Na-toets (dit was vanaf 1,1 na 3,2). Die gaping tussen die twee Graad 4 leerders en Graad 5 leerder was nog steeds daar maar nie so groot nie. Dieselfde het gebeur met die Graad 6 leerder en ander leerders.

Die leerders in die proefgroep was nie almal op dieselfde vlak van kognitiewe ontwikkeling volgens Piaget nie. Die graad 4 leerders was nog in die begin stadium van die Konkrete Ontwikkelingsstadium (ouderdom 7 tot 11), terwyl die graad 5 leerder aan die einde van die ontwikkelingsstadium was. Die Graad 6 leerder was alreeds in die Formele Operasionele Fase (ouderdomme twaalf en hoër). Die verskillende vlakke van kognitiewe ontwikkeling waarin die leerders was, kon daartoe aanleiding gegee het dat leerders in die Formele Operasionele Fase beter geprester het as leerders in 'n Ontwikkelingsstadium. Hierdie stadium is die sogenaamde konkrete operasionele stadium, en is die derde van Piaget se teorie van kognitiewe ontwikkeling. Dit is 'n tydperk gekenmerk in die middelkinderjare van logiese denke. Op hierdie stadium sukkel leerders steeds met abstrakte denke. Kinders voeg egter meer inligting en kennis by hul bestaande kennis namate hulle ouer word, omdat Hoe ouer 'n kind word, beskik hy oor meer inligting oor die wêreld as toe hy jonger was. Daar is ook 'n fundamentele verandering oor hoe hy aan die wêreld rondom hom dink. Die fases kan ook nie oorgeslaan word om na 'n volgende fase te gaan nie. Die navorser kon uit leerders se leesvermoë om probleme met begrip te kan lees en te verstaan waarneem dat die leerders se taalontwikkeling nie goed was in die sensor-motoriese-stadium nie.

Die navorser het bevind dat leerders nie oor die voldoende voorkennis, ondervinding, bestaande kennis, en nuwe kennis beskik om gevolgtrekkings te maak nie. Dus was hul vermoë om nuwe ontdekkings te maak, beperk. As gevolg van minimum blootstelling, is hul fisiese, sosiale en logiese wiskunde kennis beperk. Die leerders kon dus nie hul werklike leefwêreld in verband bring met die oplos van probleme nie. Hulle was ook nie instaat om met die reeds bestaande kennis vir hulself nuwe ontdekkings te konstrueer nie. As gevolg van die promosie en progressie beleid van die "DBE: Departement of Basic Education", waar leerders slegs eenkeer 'n graad in 'n fase mag herhaal, het die leerders nie deur al die vlakke van getalbegripsontwikkeling beweeg nie. 'n Leerder kan nie na die volgende vlak beweeg alvorens die vorige vlak bemeester is nie. Hulle kon dus nie al die probleme na behore oplos nie. Bogenoemde beleid kan 'n hindernis wees vir leerders wat nog nie na behore deur al die vlakke van getalbegripsontwikkeling beweeg het nie.

Die aard van die probleme wat gekies was vir hierdie intervensietydperk was gemeng met betrekking tot realiteit (egte wêreld en egte wiskunde probleme). Dit stem baie ooreen met die benadering wat gevolg was in die vorige jare met die samestelling van die Wiskunde

Geletterdheidskurrikulum in die DOE skole. Die kinders het in hierdie intervensietydperk geleer om wiskunde toe te pas in die wêreld daarbuite, en hierdie spesifieke ervarings sou na alle waarskynlikheid 'n kragtige uitwerking op hulle hele siening van wat wiskunde is, en hoe dit geleer word, hê. Al die verskillende terugvoeringe van hierdie studie wys dat die leerders se kennis beter ge-integreer was, en dat hulle entoesiasme gegroei het. Hulle eie wiskunde selfbeeld het in hierdie proses verbeter, en kon hulle beter presteer.

Uit die onderhoude en waarneming het dit duidelik geword dat die leerders nie altyd oor die genoegsame selfvertroue beskik het nie. Hulle was soms onseker om die vrae te beantwoord nie, omdat hulle gedink het dat hulle nie die vrae reg sou eantwoord nie. Die oplos van probleme deur die probleemoplossingsbenadering was vir hulle aanvanklik vreemd aangesien hulle gewoon was aan die tradisionele manier van onderrig. Die resultate van die Voortoets bevestig hierdie punt. Wanneer na die Na-toets gekyk word kan ons sien dat hierdie aspek verbeter het. Die leerders uit die proefgroep kon van meer as een manier gebruik maak om die probleme op te los. Hulle het dus oor genoegsame strategieë beskik om ander strategieë ook te gebruik. Die kwaliteit van langtermyngeheue van die leerders was ook 'n faktor by die oplos van probleme by die Na-toets want die leerders het beter gevaar. Die leerders kon genoegsame kennis stoor in hul langtermyngeheue nie. Dit het 'n invloed gehad op die korttermyn geheue wat kennis moes herroep vanuit die langtermyngeheue. Om probleme op te los, moet leerders instaat wees om kennis uit die langtermyngeheue in die korttermyn te kan herroep.

Uit die vier siklusse en onderhoude kon die afleiding gemaak word dat die leerders getoon het dat hulle idee gehad het hoe om probleme op te los volgens die vier fases van die probleemoplossingsbenadering deur 'n probleem te verstaan, 'n plan te maak, die plan uit te voer en terug te kyk baie verbeter het. Hulle kon egter nie al die probleme suksesvol oplos nie as gevolg van verskeie faktore, soos gebrek aan genoegsame voorkennis, hul kognitiewe ontwikkeling en hul getal begripsontwikkeling.

6.3 AANBEVELINGS

6.3.1 AANBEVELINGS VIR DIE KLASKAMER

Die volgende aanbevelings kan gemaak word vir verdere aspekte van die studie. Die eerste aanbeveling is, dat onderwysers bewus gemaak moet word van wat probleemoplossing is, en hoe die probleemoplossingsbenadering in 'n multigraadsituasie toegepas behoort te word.

Onderrig van 'n multigraadklas is moeilik aangesien die multigraadonderwyser meer as een graad in dieselfde klas op verskillende tye en vlakke moet onderrig. Die multigraadonderwyser moet deeglik opgelei word in die onderrig van die probleemoplossingsbenadering volgens die vier stappe van Polya om probleme op te los soos (1) Lees en verstaan, (2) Maak 'n plan, (3) Uitvoer van die plan en (4) Kyk terug.

Aangesien ruimte van in 'n multigraadklas baie beperk is, moet die onderwyser oor die nodige vaardighede beskik hoe om die kinders in te deel volgens groepe van die verskillende grade en dit te bestuur. Die leeromgewing moet voorsiening maak vir alle leerders. 'n Stimulerende leeromgewing sal 'n positiewe effek hê op die leer van wiskunde. 'n Goed georganiseerde multigraadklaskamer sal voorsiening maak vir alle leerders - veilige, geborge, ondersteunende, en respekvolle omgewings. Leerders sal meer positief wees teenoor wiskunde, en deelname aan klasbesprekings sal beter op dreef kom. Die onderwyser moet kan beplan. Hy moet sy rol as fasiliteerder tydens die oplos van probleme, en die assessering van probleme ken. Tweedens moet 'n spesiale Wiskunde Kurrikulum met goed geselekteerde probleme vir multigraadskole ontwerp word wat voorsiening maak vir gebalanseerde keuses van probleme wat alle leerders kan uitdaag op hul vlak. Goed geselekteerde probleme het 'n groot invloed op die gehalte van leer wat plaasvind. Daardeur sal leerders se konseptuele kennis, hulle redenasievermoë, kommunikasievaardighede kan verbeter, en hul belangstellings in dieselfde proses geprikkel word. Leerders moet bewus gemaak word daarvan dat probleme op verskillende maniere opgelos kan word en nie slegs deur een metode nie. Leerders kan ook blootgestel word aan probleme wat hulle in die werklike wêreld gaan ervaar.

6.3.2 AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING

Probleemoplossing verskyn in elke wiskunde skoolkurrikulum in die wêreld. In baie lande, selfs in Afrika, word probleemoplossing goed toegepas, maar in Suid-Afrika gebeur dit net in enkele skole in enkele provinsies.

- Wiskundeonderwysleerders aan universiteite moet beter opgelei word om die probleemgesentreerde benadering te verstaan en toe te pas. Hierdie opleidingsproses is baie delikaat en gesofistikeerd en talle dosente is nie suksesvol hiermee nie. Meer navorsing moet gedoen word oor hoe hierdie wiskundeonderwysleerders effektief en suksesvol hierin opgelei kan word.
- Meer navorsing moet gedoen word van hoe nuwe wiskundeonderwysers aan skole ingefaseer word en wat met hulle gebeur. Waarom vergeet hulle dit in wat hulle opgelei is?
- Meer navorsing moet gedoen word oor die implementering van die probleemoplossingsbenadering in multigraadskole. Probleemoplossing is in vele opsigte die

enigste metode wat werk in 'n multigraadklaskamer. Navorsing moet gedoen word hoe om die spesifieke behoefte van die multigraadonderwyser aan te spreek.

- Verdere aspekte wat nagevors kan word is
 - Die toepassing van koöperatiewe leer tydens die onderrig van wiskunde volgens die probleemoplossingsbenadering.
 - Die fasilitering van onderrig en leer volgens 'n model vir wiskundige probleemoplossing.
 - Die rol en invloed wat konstruktivisme kan speel in die oplos van wiskundige probleme.
 - Die toepassing van die verskillende metakognitiewe strategieë in die wiskunde klaskamer.
 - Die invloed wat kognitiewe ontwikkeling in die getalbegripontwikkeling van die kind het.

6.4 TEKORTKOMINGE VAN DIE STUDIE

Die studie was slegs gerig op een spesifieke multigraadskool, dus kan die uitkomste van die studie nie veralgemeen word met die oog op ander multigraadskole nie. Tog is daar baie te leer uit hierdie studie want hierdie studie het al die opvoedkundige navorsingsbeginsels nagekom. Die feit dat dit oor 8 maande versprei was, maak dit 'n studie wat op baie plekke en tye gedupliseer kan word.

Die tyd van navorsing het plaasgevind aan die einde van die skooldag. Teen daardie tyd was leerders se konsentrasievermoë dikwels al laag en leerders was moeg. Op sekere dae was die groepe nie volledig nie as gevolg van weersomstandighede, soos reëndae. Dus kon op hierdie spesifieke dae geen navorsing plaasvind nie. Die skool het ook op sekere dae vroeg verdaag aangesien die skoolhoof verpligte Departementele vergaderings moes gaan bywoon.

Sommige leerders het leerhindernisse gehad en was somtyds 'n steurnis vir ander leerders. Die tydperk vir die direkte intervensie studie was agt weke, maar die totale studie het agt maande geduur, van Februarie tot September van daardie jaar. In hierdie tyd het al die komponente van die studie met hierdie multigraadklasgroep plaasgevind.

Dit sou goed wees as nog so 'n hele proses kon voortgaan in 'n volgende semester, terwille daarvan om die ontwikkeling van konsepte en die leerders se probleemoplossingsvaardighede, te kon waarneem.

BRONNELYS

- (2005). Report of the Ministerial Committee on Rural Education. A new vision for rural schooling.
- (2005). *Grade 6 Intermediate Phase Systemic Evaluation Report* . Pretoria: Formeset Printers Cape (Pty) Ltd for Government Printing Works.
- (2009). Numeracy Handbook for Foundation Phase Teachers: Grades R-3. Department of Basic Education.
- (2012). Student Participation in Colective Problem Solving in an After Mathematics Club: Connections to Learning and Identity.
- Akyüz, G. (2020). Non-routine problem solving performances of mathematics teacher candidates Department of Education, Necatibey Education Faculty, Balikesir University, Turkey. *15*(5): 214-224.
- Alanazi, A. (2016). A Critical Review of Constructivist Theory and the Emergence of Constructionism. *American Research Journal of Humanities and Social Science*, Vol.6:1-8.
- Al-Rukban MO, Khalil MS, Al-Zalabani. (2010). A. Learning environment in medical schools adopting different educational strategies. *Educational Research and Revviews*.5(3):26-129.
- Alsawaie, ON. (2003). What roles do mathematics teachers play when their students solve problems. [Aanlyn]: Beskikbaar: math.unipa.it/~grim/21_project/21_brno03_Alsawaie.pdf [21.11.2012].
- Al-Yaseen, W. (2011). Expectations of a group of primary school teachers trained on cooperative learning on the possibility of successful implementations. *Education* 132 (2): 273-284.
- Alzahrani, I. (2013). The Role of the Constructivist Learning Theory and Collaborative Learning Environment on Wiki classroom , and the Relationship between Them. *Third International Conference For e-learning & Distance Education*.
- Amineh , RJ & Davatgari H. (2015). Review of Constructivism and Social Constructivism.
- Anderson, J. (2009). Mathematics Curriculum Development and the Role of Problem Solving. 1-8.
- Anney,VN. (2014). Ensuring the Quality of the Findings of Qualitative Research: Looking at Trustworthiness Criteria. *Journal of Emerging Trends in Educational Research and Policy Studies (JETERAPS)* 5(2): 272-281.
- Anon.(2013). Capacity Building Series. [Aanlyn]: Beskikbaar: https://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/inspire/research/CBS_InquiryBased.pdf. [2015.05.28].

Anon.(2014). [Aanlyn]:Beskikbaar:[http://ehlt.flinders.edu.au/education/ DLiT/2002/environs/scott/radteac.htm](http://ehlt.flinders.edu.au/education/DLiT/2002/environs/scott/radteac.htm). [2015.09.22].

Anon.(s.ja). [Aanlyn]:Beskikbaar:[http://www.ucdoer.ie/index.php/EducationTheory/Constructivism and Social Constructivism](http://www.ucdoer.ie/index.php/EducationTheory/Constructivism%20and%20Social%20Constructivism)). [2021.03.07.].

Anon.(2015). The Pedagogy Of John Dewey: A Summary. Aanlyn]:Beskikbaar:[https://www.teachthought.com/learning/ pedagogy-john- dewey-summary/](https://www.teachthought.com/learning/pedagogy-john-dewey-summary/). [2021.03.07.].

Anon. (s.jb). Missing data: the hidden problem. [Aanlyn]: Beskikbaar: [https://www.bauer.uh .edu/jhess/documents/2.pdf](https://www.bauer.uh.edu/jhess/documents/2.pdf). [2016.03.13].

Anon. (2009). [Aanlyn]: Beskikbaar : [http://math4teaching. com/2009/11/06/ exercises-problems-and-math- investigations/](http://math4teaching.com/2009/11/06/exercises-problems-and-math-investigations/) [2016.12.10.].

Anon. (2019). ABC Wiskunde en Wetenskap. [Aanlyn]:Beskikbaar:[https://www.abcmathsandscience.co. za/abc-maths-and-science_blogpage/14/getalle ---leer-om-te-tel-met-begrip](https://www.abcmathsandscience.co.za/abc-maths-and-science_blogpage/14/getalle---leer-om-te-tel-met-begrip). [2020.12.20].

Anon. (2018). Routine and non-routine problem. [Aanlyn]:Beskikbaar: solving <http://ion.uwinnipeg.ca/~jameis/EY%20course/Readings/R%20general/rnrPS.pdf> [2016.02.12].

Anon. (2017). Jean Piaget and Lev Vygotsky's Theories on Cognitive Development. [Aanlyn]:Beskikbaar: <http://www.ukessays.com>. [2021.04.13].

Arikan, EE & Unal, H. (2015). An investigation of eight grade students' problem posing (skills) Turkey sample. *International Journal of Research in Education and Science*. 1(1):23-30.

Avcu, S. (2010) Pre-service elementary mathematics teachers' use of strategies in mathematical problem solving. *Department of Elementary Mathematics Education, Faculty of Education, Aksaray University*. 1282–1286.

AYUA, GA. (2017). Effective Teaching Strategies. Workshop Paper. Science Education Unit Department of Curriculum and Teaching Benue State University, Makurdi.1-9.

Bakker, A., & Van Eerde, H. A. A. (2013). An introduction to design-based research with an example from statistics education. 1-56.

Battista, MT. (1999). “The Mathematical Miseducation of America’s Youth: Ignoring Research and Scientific Study in Education,” *Phi Delta Kappan*, 80: 425-433.

Berry, C. (2001). Achievement effects of multigrade and monograde primary schools in the Turks and Caicos Islands. *International Journal of Department Development* 21, 537-552.

Benveniste, LA. & McEwan, PJ. (2000) Constraints to Implementing Educational Innovations: The Case of Multigrade Schools. *International Review of Education*, 46, 31–48.

Bezuidenhout, H.S. (2018). ‘Diagnostic test for number concept development during early childhood’, *South African Journal of Childhood Education* 8(1), a584. [https:// doi.org/10.](https://doi.org/10.)

1-10.

Biccard, P. (2010). An investigation into the development of models of mathematical problem modelling competencies of grade seven learners. Stellenbosch.

Bilash, O. (2009). Inductive and deductive instruction. [Aanlyn]: Beskikbaar: <http://www.educ.ualberta.ca/staff/olenka.Bilash/best%20of%20bilash/inductivedeductive.html>). [2015.05.21].

Botha AC. (2004) [Aanlyn]: Beskikbaar] [ujcontent.uj.ac.za › vital › CONTENT7](http://ujcontent.uj.ac.za/vital/CONTENT7): [2020.12.08].

Bottge, BA. (2001). Reconceptualizing Mathematics Problem Solving For Low Achieving Students. *Remedial and Special Education*. 22(2):102-112.

Brown, BA. (2009). Preparation of teachers for multigrade teaching: Global lessons for South Africa. *Southern African Review of Education*, 15(2): 61-84.

Brown, BA.(2010). Teachers's Accounts of the Usefulness of Multigrade Teaching in Promoting Sustainable Human –Development Related Outcomes in Rural South Africa. *Journal of South African Studies*,36(1): 189-207.

Burghes, D. (2012). Enhancing primary mathematics teaching and learning. [Aanlyn]: Beskikbaar: [www.http://educationdevelopmenttrust.com](http://www.educationdevelopmenttrust.com). [2020.11.19].

Burris, AC. (2010). A Five-Step Problem-Solving Process. [Aanlyn]: Beskikbaar: <http://www.education.com/reference/article/five-step-problem-solving-process/>[2015.01.06.].

Cai, J. Lester, F. & Zawojewski, J. (2003). What research tells us about teaching mathematics through problem solving. [Aanlyn]: Beskikbaar: [www.http://researchgate.net/publication](http://researchgate.net/publication). [2021.04.23].

Capuno, R., Necesario, R., Etcuban, J. O., Espina, R., Padillo, G., & Manguilimotan, R. (2019). Attitudes, study habits, and academic performance of junior high school students in mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*. 1(3):547-561.

Celebioglu, B , Yazgan, Y & Ezentas, R. (2010). Usage of non-routine problem solving strategies at first grade level. *Procedia Social and Behavioral Sciences*. 2. 2968–2974.

Chacko, I (2004) Solution of real-world and standard problems by primary and secondary school students: A Zimbabwean example. *African Journal of Research in SMT Education*, 8(2): 91-103.

Chatterjee, S. (2017). A Primer on Social Knowledge. *MPRA Paper No.81105*: 1-26.

Charlesworth, R. & Leali . (2011). Using Problem Solving to Assess Young Children's Mathematics Knowledge. *Early Childhood Education Journal*, 373-382.

Chavez, JA. (2007). Enlivening problems with Heuristics through Learning and Problem solving. (LAPS). Learning Science and Mathematics. Seameo Recsam. 1-8.

- Chauraya, M., Mhlolo, MK.(2008). An Analysis of in-service Mathematics teachers' conceptions of problem-solving in the subject at Midlands State University in Zimbabwe. *African Journal of Research in SMT Education*, 12 (1): 75 -86.
- Chiu, MM & Khoo, L. (2003). Rudeness and Status Effects During Group Problem Solving: Do They Bias. *Journal of Educational Psychology* 95(3): 506-523.
- Clark, R, Kirschner, P, Sweller, J.(2012). Putting student on the parth to learning. 6-39.
- Clark, R. (2014). Exploring Learning Trajectories in Algebra: Informing the Teaching of Functions. [Aanlyn]. Beskikbaar: <http://www.amesa.org.za/> [2017.11.07].
- Clements DH & Sarama, J. (2004). Learning Trajectories in Mathematics Education. *Learning Trajectories in Mathematics Education*. 81-89.
- Corbetta, P. (2003). *Social Research Theory, Methods and Techniques*. London: SAGE Publications.
- Corry, M. (1996). Jean Piaget's Genetic Epistemology.[Aanlyn].Beskikbaar: (<https://home.gwu.edu> [2016.04.02].
- Cousins Maths(2010). Logico-Mathematical Knowledge. Early Maths Counts. [Aanlyn]. Beskikbaar: (<https://earlymathscounts.org>.[2021.07.03].
- Daane, CJ & Lowry, PK. (2004) Non-Routine Problem Solving Activities *Alabama Journal of Mathematics Activities*. .[Aanlyn].Beskikbaar: <http://ajmonline.org>.[2015.05.08].
- Dameus A, Tilley DS & Brant M (2004). Effectiveness of Inductive and Deductive Teaching Methods in Learning Agricultural Economics: A Case Study Author(s): Source: NACTA Journal ,48 (3), 7-13.
- Da Ponte, JP. (2007). Investigations and explorations in the mathematics classroom. *ZDM*, 39(5-6): 419-430.
- Daro, P, Mosher, FA & Corcoran,T. (2011). *Learning trajectories in Mathematics: A foundation for Standards, curriculum, assessment, and Instruction*. University of Pennsylvania, Scholarly Commons.. 1-79.
- David, MK. (1998). Teaching and Learning Strategies in the Language Classroom. *Faculty of Languages & Linguistics University of Malaya*.1-9.
- Department of Basic Education, S.A. (2012). *Nasionale Kurrikulumverklaring*. Pretoria: Staatsdrukkery.
- De Vos, AS, Strydom, H, Fouché, CB & Delport, CSL.(2006). *Research at Grass Roots. For the Social Sciences and Human Service Professions*. 3rd Edition. Van Schaik Publishers. Pretoria.

- Dreher, A & Kuntze, S. (2015). Teachers' professional knowledge and noticing: The case of Multiple representations in the mathematics classroom. *Educational Studies of Mathematics*. 88(1): 89-114.
- De Corte, E, Verschaffel, L & Masui, C. (2004). *The CLI-Model: A framework for designing powerful learning environments for thinking and problem solving*. *European Journal of Psychology of Education*. 365-384.
- Lincoln, YS. & Denzin, NK. (2000). *Handbook of qualitative research*. Thousand Oaks, Calif. : Sage.
- Depaepe, FD, De Corte, E, Verschaffel, L. (2010). *Teachers metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students beliefs and performance*. *ZDM Mathematics Education*, 205-218.
- Dey, I. (1993). *Qualitative Data Analysis: A User Friendly Guide for Social Science*. London: Routledge.
- Dogan, M. (2011). Student teachers' views about assessment and evaluation methods in mathematics. *Educational Research and Reviews*. 6(5):417-431.
- Du Plessis, MJM. & Ferreira, SB. (2000). Konstruktivisme, konstruksionisme en maatskaplike werk. Universiteit van die Vrystaat, Departement Maatskaplike Werk. 17-44.
- Du Plooy-Cilliers, F., Davis, D & Bezuidenhout, R. (2014). *Research Matters*. Juta & Company Ltd. Cape Town.
- Du Toit, G. (2012). Bekenisgewing: 'n Noodsaaklikheid vir effektiewe leer van Wiskunde. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie* 31(1), Art. #354, 1-7.
- Du Toit, RP.(1995)The implementation of the problem-centered approach in the teaching and learning of mathematics in the junior primary phase in deprived black. communities in the RSA. 241-246.
- Du Toit, S & Kotze, G. (2009) Metacognitive Strategies in the Teaching and Learning of Mathematics. *Universiteit van die Oranje Vrystaat*. 57-67.
- Educational Broadcasting Corporation.(2004). [Aanlyn]: Beskikbaar: [www.thirteen .org/edonline/concept2class/inquiry/](http://www.thirteen.org/edonline/concept2class/inquiry/). [2015.05.28].
- Egodawatte, G. (2010). A Rubric to Self-Assess and Peer Assess Mathematical Problem Solving *Task of College Students*.3 (1): 75-88.
- Elia, I & Philippou, G. (2010). The functions of pictures in problem solving. *Department of Education, University of Cyprus. Universitatis Comenianae Mathematics Issue* 10, 327-334.
- Elliott, P. (2007). *The learning of mathematics*. Massachusetts.

- El Sayed, RA. (2002). Effectiveness of Problem Posing Strategies on Prospective Mathematics Teachers' Problem Posing Performance. *Journal of Science and Mathematics Education in S.E. Asia*. 25(1):.56-69
- Ezike, BU. (2018). Classroom Environment and Academic Interest as Correlates of Achievement in Secondary School Chemistry in Ibadan South West Local Government Area in Oyo State, Nigeria. *Journal of Education Research*. Vol. 17. 61-71
- Falsario, HN,. Muyong, RF. & Nuevaespaña, JS. (2014). Classroom Climate and Academic Performance of Education Students. Presented at the *DLSU Research Congress*. De La Salle University, Manila, Philippines. 1-7.
- Fei-xue, H & Jing-qin, S. (2010). Study of Teaching Model Based on Cooperative Learning. *Studies in Literature and Language*.1(6):37-42
- Frankel, JR. (2008). *How to Design and Evaluate Research in Education*. New York.Mckraw-Hil Companies Inc.
- Florida DoE. (2009). *Classroom Cognitive and Meta-Cognitive Strategies for Teachers*. Research-Based Strategies for Problem-Solving in Mathematics K-12
- Fox, S & Surtees, L. (2010). Mathematics across the curriculum. *New York. Continuum International Publishing Group*.
- Garelick, B. (2011). The myth about traditional Math education. Beskikbaar: <http://www.educationnews.org/education-policy-and-politics/barry-garelick-the-myth-abouttraditional-math-education/>. [2015. 03.04.].
- Gatt, S. & Vella, Y.(2003). Constructivism: An effective Theory of Learning. Constructivist Teaching in Primary School: Examples in Social Studies, Science, Mathematics, Design and Technology and ICT, Malta: Agenda Publishers. 1-20
- Gay, LR & Airasian, P. (2003). *Educational research : competencies for analysis and applications* 7th ed. Upper Saddle River, N.J. : Merrill/Prentice Hall.
- Gengle, HI, Abel Mal & Mohammed BK.(2017).Effective Teaching and Learning Strategies in Science and Mathematics to Improve Students' Academic Performance in Nigeria. *British Journal of Education, Society & Behavioural Science*.19(1): 1-7.
- Gichobi, MN. (2013). Examining elementary pre-service teachers'capacity to use children's mathematical understanding to select and pose mathematical tasks. *Iowa State University*.1-281.
- Gillham, B.(2000). *The Research Interview*. New York: Continuum.
- Gillam, AE.(2012). [Aanlyn].Beskikbaar: Teachers as Facilitators: The Role of the Teacher in the 21st Century. <http://www.techspired.blogspot.com/> [2015.05.04].

- Glassman, M. (2001). Dewey and Vygotsky: Society, Experience, and Inquiry in Educational Practice. *Educational Researcher*, 30(4).3–14.
- Goldin, GA. (2004). Problem Solving Heuristics. *Affect and Discrete Mathematics*. 36(2): New Brunswick: 56-60.
- Gray, D. E. (2004). *Doing Research in the Real World*. London: SAGE Publications.
- Hardin, LL. (2002). Problem Solving Concepts and Theories. *Educational Strategies*: 227-231.
- Henning, E. (2013). Teachers' understanding of mathematical cognition in childhood: Towards a shift in pedagogical content knowledge? *Perspectives in Education*. 31(3):139-154.
- Hoon, TS, Singh, P, Han, CT & Kee, KL. (2013). Heuristic approach experience in solving mathematical problems. *International Research Journals* 4(8): 607-611
- Horan, E & Carr, M. (2018). How Much Guidance Do Students Need? An Intervention Study on Kindergarten Mathematics with Manipulatives. *International Journal of Educational Psychology*, 7(3): 286-316.
- Horton, HJ & Kleinman, KP. (2007). Much Ado About Nothing: A Comparison of Missing Data Methods and Software to Fit Incomplete Data Regression Models. *American Statistical Association*. Northampton. 61(1): 79-90.
- Human, P. (2009). Leer deur probleemoplossing in wiskunde. Uitdagings en probleemoplossing *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*, 303-318.
- Iran-Nejad, A. (1995). Constructivism as substitute for memorization in learning: meaning is Created by learner, *Education*, 116(1). 16-32, available: [accessed 22 Feb 2021].
- Ives, S. (2011). Strategies in Problem Solving: How to Develop Confident and Flexible Problem Solvers. [Aanlyn]: Beskikbaar : www.slideserve.com/aysha/strategies-in-problem-solving-how-to-develop-confident-and-flexible-problem-solvers. [2015.06.01.].
- Jacobs, VR, Lamb, LLC & Philipp, RA. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*. 41(2):169–202.
- Joseph, G. (2013). A study on school factors influencing students' attitude towards learning mathematics in the community secondary schools in Tanzania: the case of Bukoba municipal council in Kagera region. (Masters dissertation). 1-60.
- Kajornboon, AB. (2004:2). Using interviews as research instruments. *Semantic Scholar*. 1-10.
- Kamii, C, Kirkland, L & Lewis, BA. (2001). Representation and Abstraction in Young Children's Numerical Reasoning. *National Council Teachers of Mathematics*. Resnick. California.
- Kamii, C. (2014). Kindergarten Through Grade 1: Direct Versus Indirect Teaching of Number Concepts for Ages 4 to 6: The Importance of Thinking. *National Association for the Education of Young Children (NAEYC)*. Source: YC Young Children, 69(5): 72-77.

- Kamii, C. (1970). Piaget's theory and specific instruction: A Response to Bereiter and Kohlberg. *A Journal of Educational Studies*, " 1970,1. (Published by the Ontario Institute for Studies in Education. 1-22.
- Kawulich, BB. (2005). Participant Observation as a Data Collection Method. *Forum Qualitative Sozialforschung / Forum: Qualitative Social Research*, 6(2): Art. 43.1-29.
- Keegan, M. (1995). *Psychological and Physiological Mechanisms by which Discovery and Didactics Methods Works*. School Science and Mathematics.
<https://doi.org/10.1111/j.19498594.1995.tb15716.x>
- Khan, SB. (2012). Preparation of Effective Teachers of Mathematics for Effective Mathematics. *A Journal of Educational and Instructional Studies in the World*. 2(4): 82-89.
- Kilic, C. (2013). Analyzing Pre-Service Primary Teachers' Fraction Knowledge Structures through Problem Posing. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*. Mersin University, Turkey, 11(6): 1603-1619.
- Killen, R. (2000). Teaching strategies for outcomes-based education. *Landsdowne. Juta*
- Kohn, A. (1999). What Works Better than Traditional Math Instruction. From Chapter 9: "Getting the 3 R's Right" in *The Schools Our Children Deserve* (Boston: Houghton Mifflin, 1999).
- Ko, J, Sammons, P & Bakkum, L. (2013). Effective teaching: A review of research and evidence. *Oxford University Department of Education*.1-59.
- Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2002). Teaching multiplication to low math performers: Guided versus structured instruction. *Instructional Science*, 30(5): 361–378.
- Kroesbergen, E. H., & Van Luit, J. E. H. (2005). Constructivist mathematics education for students with mild mental retardation. *European Journal of Special Needs Education*, 20(1):107-116.
- Krucketburg, R. (2006). A Deweyan Perspective on Science Education: Constructivism, Experience, and Why We Learn Science. *Science & Education*. Springer.15:1–30.
- Landman, W.A. [s.a.]. *Deduktiewe en induktiewe denke in die Opvoedkundige navorsing* Beskikbaar: <http://www.landmanwa.co.za/lesing11.htm> [2021.01.20].
- Lesh, Richard; Doerr, Helen M.; Carmona, Guadalupe; Hjalmarson, Margret *Mathematical Thinking and Learning*, v5 n2-3 p.211-33 2003.
- Lichtman, M. (2010). *Qualitative Research in education: A user's guide*. Thousand Oaks, Calif. : Sage Publications. 2009.
- Linder, S. (2011). The Facilitator's Role in Elementary Mathematics Professional Development. *Mathematics Teacher Education and Development*. 13(2): 44-66.

- Little, AW. (2007). *Education for All and Multigrade Teaching*. Dordrecht: Springer.
- Lobato, J, Rhodehamel, B & Hohensee, C. (2012). Noticing” as an Alternative Transfer of Learning Process. *Journal of the Learning of Sciences*, 21(3): 433-482.
- Lobato, J, Rhodehamel, B & Hohensee, C. (2013). Students’ Mathematical Noticing. *Journal for Research in Mathematics Education*. 44(5): 809-850.
- Lubenskie, ST. (2000). Problem Solving as a Means Towards Mathematics for All:An Exploratory Look Through a Glass Lens. *Journal for Research in Mathematics Education* 2000, 31(4): 454-482.
- Mabilangan, RA, Limjap, AA & Belecina, RR. (2011) Problem Solving Strategies of High School. Students on Non-Routine Problems: A Case Study. 23-46.
- Mapesos, RML. (2017). Traditional Approach. <https://www.researchgate.net/publication/321134079>. [Besoekdatum: 19.12.2020] 1-13.
- Marchis, I. (2012). Non-routine problems in primary mathematics workbooks from Romania. *Acta Didactica Napocensia* 5(3). 49-56).
- Maree, JM, Molepo, JM, Owen, JH & Ehlers, R. (2005). ’n Probleemgebaseerde benadering tot wiskunde in graad 9 en 11 in die Limpopo-provinsie. *Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*. Universiteit van Pretoria 24(4): 124-133.
- Mazana, MY, Montero, CS, & Casmir, RO. (2020). Assessing students’ performance in mathematics in Tanzania: the teacher’s perspective. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 15(3): 1-28.
- McDonald, S & Watson, A. What's in a task? Generating mathematically rich activity 1-16. Beskikbaar: archive.teachfind.com/qcda/www.qcda.gov.uk/resources/4465.html [25.09.2015].
- McNiff, J & Whitehead, J. (2008). All you need to know about Action Research. *Sage Publications*. Londen.
- McIntosh, R & Jarret, D. (2000). Teaching Mathematical Problem Solving: Implementing the Vision: *Mathematics and Science Education Center*: 1-29.
- McIntyre, CW. (2012). One-on-one interviews: What are they and why use them? *McMillan*. Palgrave.
- McIntyre, T. (s.j). Competitive vs. Cooperative Learning Formats. [Aanlyn]:Beskikbaar: <http://www.behavioradvisor.com/CoopLearning.html> [2020-12-26].
- McLeod, S. (2018). *Lev Vygotsky*. Simply Psychology. [Aanlyn]:Beskikbaar: <https://www.simplypsychology.org/vygotsky.html>. [20210.04.13]

McLeod, S. (2020). Piaget's Theory and stages of cognitive Development. [Aanlyn]: Beskikbaar: <https://www.simplypsychology.org/piaget.html>. [20210.04.13]

McNiff, J & Whitehead, J. (2008). *All you need to know about Action Research*. Sage Publications. Londen.

Miller, S & Hudson, PJ. (2007). Using Evidence-Based Practices to Build Mathematics Competence Related to Conceptual, Procedural, and Declarative Knowledge. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1): 47-57.

Mochesela, PR. (2007). *The role of the problem-Based Approach in the performance of Grade 9 Learners in solving word problems*. Unpublished MEd-thesis, University of South Africa, Pretoria: 1-129.

Montague, M. (2005). Math problem-solving for upper elementary students with disabilities. [Aanlyn]:Beskikbaar: [2021.07.07].

http://www.k8accesscenter.org/training_resources/documents/Math%20Prob%20Solving%20Upper%20Elementary.pdf [2021.07.03].

Montero, J. M. (2009). Problem Solving: Best of Four Methods of Teaching College Algebra. *LDCU-PRO*. 138-153.

Morrone, A. (2004). Patterns of instructional discourse that promote the perception of mastery goals in a social constructivist mathematics course. *Educational Studies in Mathematics*, 19-38.

Mousley, J, Sullivan, P & Zevenbergen, P. (2004). Alternative Learning Trajectories education for the third millennium, *Merga*, Pymble, N.S.W. 374-381.

Mudaly, V. (2004). Modelling of real-world problems is often the starting point for proof. Pythagoras. DOI: 10.4102/pythagoras.v0i60.125. 36-42.

Muijs, D. (2011). *Doing quantitative research in education with SPSS*. London: Sage.

Murray, H, & Olivier, A, Human, P. (1998). Learning through problem solving. *Proceedings of the Twenty-second International Conference for the Phycology of Mathematics Education:Vol.1*. Stellenbosch, South Africa. 169-185.

Mutai, K. J. (2011). *Attitudes towards learning and performance in mathematics among students in selected secondary schools in Bureti district, Kenya* (Masters Dissertation).1-78.

Mulryan-Kyne, C. (2007). The preparation of teachers for multigrade teaching. *Teaching and Teachers Education* 23,: 501-514.

Nixon-Ponder, S. (1995). Using Problem-Posing Dialogue in Adult Literacy Education: *ERIC*. 1-7.

Nunokawa, K. (2005). Mathematical problem solving and learning mathematics: What we expect students to obtain. *Journal of Mathematics Behaviour* 24. 325-340.

- Olivier, A. (1999). Constructivist learning theory. [Aanlyn]: Beskikbaar: <http://academic.sun.ac.za/mathed/MALATI/Files/Constructivism.pdf>. [2021, Maart 23]
- Orton, A. (2004). *Learning Mathematics 3rd edition Issues, theory and classroom practice*. London: Continuum.
- Ørngreen, R. (2015). Reflections on Design-Based Research In Online Educational and Competence Development Projects. 20-38.
- (PAL) Porticus Asia Limited, Hong Kong PEDP Primary Education Development Programme ... education, (2009). The teaching and learning of mathematics in primary schools. 1-23.
- Palmerino, MB. (2006). One-on-ones put the quality in qualitative. *Qualitatively Speaking*. 1-2.
- Pardjona, P. (2002). Active Learning: The Dewey, Piaget, Vygotsky, and Constructivist Theory. *Perspective*. 163-178.
- Pass, S. (2007). When Constructivists Jean Piaget And Lev Vygotsky Were Pedagogical Collaborators: A Viewpoint From A Study Of Their Communications. *Journal of Constructivist Psychology*. Taylor & Francis Group. 20(3): 277-282.
- Pelfrey, R. (2000). Open-ended questions for mathematics. *University of Carolina*. 1-85.
- Poch, AL, van Garderen, D, & Scheuermann, AM. (2015). Students' Understanding of Diagrams for Solving Word Problems: A Framework for Assessing Diagram Proficiency. *Teaching Exceptional Children*. (2015) 47(3): 153-162
- Polya, G. (1957). *How to Solve it. A new aspect of Mathematical Method*, 2nd ed. Princeton University Press: Princeton NJ.
- Posthuma, AB. (2012). Wiskunde-onderwysers se reflektiewe klaskamerpraktyk en die gehalte van onderrig. *Suid-Afrikaanse Tydskrif vir Natuurwetenskap en Tegnologie*. 31(1):1-8.
- Powell, KC & Kalina, CJ. (2009). Cognitive and Social Constructivism: Developing tools for an effective classroom. *Education*, 130(2): 241-250.
- Preston, M. (1987). *Mathematics in Primary Education*. London: Imago Publishing Ltd.
- Prince, MJ. (2006). Inductive and Teaching Learning Methods. Definitions, Comparisons, and Research Bases. *Journal of Engineering Education*; 95(2): 123-138.
- Pugalee, DK, Douville, P, Lock, CR & Wallace, J. University of North Carolina at Charlotte. [Aanlyn]: Beskikbaar: <http://math.math.unipa.it/-grim.SiPugalee.PDF>. [2015.24.07].
- Pridmore, P. (2007). Adapting the primary-school curriculum for multigrade classes in developing countries: a five step-step plan and an agenda for change. *Journal of Curriculum Studies*, 39(5): 559-576.

Regato del, J. Gilfeather, M & LeBlanc. Active Problem Solving. [Aanlyn]:Beskikbaar: www.mathpentath.org. [2015.09.12].

Rich, B & Meier, SL.(2008). Pick's Theorem: Task, Expectations and Outcomes. *Learning and Teaching Mathematics*, 2008(6): 40-46.

Rohana, K, Zanail, ZM & Aminuddin, M. (2009). The Quality of Learning Environment and Academic Performance from a Student's Perception. *International Journal of Business and Management*.4(4): 171- 175.

Roh, KH. and ERIC Clearinghouse for Science, M. and E. E. C. O. (2003). 'Problem-Based Learning in Mathematics. ERIC Digest'. [Aanlyn]: Beskikbaar: <http://search.ebscohost.com.ez.sun.ac.za/login.aspx?direct=true&db=eric&AN=ED482725&site=ehost-live&scope=site> [2021.02.22].

Ronda, ER. (2004). *A Framework of Growth in Students' Developing Understanding of Function*. Unpublished PhD. Australian University: 1-245.

Ronda ER. (2009). Growth Points in Students' Developing Understanding of Function in Equation Form. *Mathematics Education Research Journal*.21(1): 31-53.

Rosli, R Mary Margaret Capraro, MM & Capraro, RM. (2014). The Effects of Problem Posing on Student Mathematical Learning: A Meta-Analysis. (2014). *International Education Studies*;7(13): Malaysia. 227-241.

Rosli, R, Goldsby, D & Capraro, MM. (2013). Assessing Students Mathematical Problem-Solving and Problem-Solving Posing and Skills. *Asian Social Science*;9(16): 54-60.

Sahu, A. (2013). Teacher as a Facilitator in Learning. [Aanlyn]. Beskikbaar: <http://www.edutoday.in/2013/04/teacher-as-facilitator-in-learning.html> [2016.11.07].

Saman SAA. (2016). Solving Mathematics Word Problems through Reflection. *International Journal of Academic Research in Business and Social Sciences*, 6(12): 298-306.

Samara, J & Clements, DH. (2021). Learning Trajectories. [Aanlyn]. Beskikbaar: <https://www.learningtrajectories.org/> [2021.04.14].

Sansoni JE. (2011). "Questionnaire design and systematic literature reviews", *University of Canberra*. Canberra.

Sani, MA. (2017). The Contributions of Jerome Bruners's Constructivist approach to Education. 6(2):1-1.

Santos-Trigo, M. (2007). Mathematical problem solving: An evolving research and practice domain. *ZDM: the international journal on mathematics education*, 39(5): 523-536.

Saye, D. (1997). An alternative technique for teaching mathematics: Student teach.

- Schneider, W & Artelt, C. (2010). Metacognition and mathematics education. *ZDM: : the international journal on mathematics education*, 42(2): 149-161.
- Schoenfeld, AH. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan. 334-370).
- Schoen, HL. (2006). *Teaching Mathematics Through Problem Solving. Grade 6-12*. University of Iowa.
- Schumacker, RE & Beasley, TM. (2000). The Use of Problem Solving Strategies in Teaching. *Multiple Linear Regression Viewpoints*, 26(1): 20-28.
- Scott-Wilson, R.; Wessels, DCJ; Wessels, HM; Hearne, L 2020 Planning mathematical modelling tasks from neurobiological data and principles. *Journal for Christian Scholarship*. 56 (1&2): 1-114.
- Sepeng, P. (2014). Use of Common-sense Knowledge, Language and Reality in Mathematical Word Problem Solving.
- Shanks, GD. (2002). Qualitative research : a personal skills approach. *Upper Saddle River, N.J.:* Merrill Prentice Hall.
- Sharma, M. (2020). Attitude towards Mathematics of the Students Studying in Diploma Engineering Institute (Polytechnic) of Sikkim. *Journal of Research & Method in Education. (IOSR-JRME)* 4(6): P.6-10.
- Sheffield, LJ & Cruikshank, DE. (2005). *Teaching and learning mathematics. Pre-Garden Through Middle School*. Fifth Edition. Courier (Westford).
- Sjøberg, S. (2007). Invited contribution to Baker, E.; McGaw, B. & Peterson P (Eds) *International Encyclopaedia of Education 3rd Edition*, Oxford: Elsevier. 1-7.
- Somekh, B & Lewin, C.(2011). *Theory and methods in Social Research*. 2nd Edition. Sage Publications. Londen.
- Sonnabend, T. (2004). *Mathematics for Teachers: An Interactive Approach for Grades K-8*. 4th Edition.
- Stephenson, N.(s.j) Introduction to Inquiry Based Learning. [Aanlyn]:Beskikbaar:
<http://www.teachinquiry.com/index/Introduction.html> [2015.05.28.].
- Štěpánková, B & Emanovský, P. (2011). On open-ended and closed-ended questions in didactic tests of mathematics. *Problems of education in the 21st Century*. 28).114-122.
- Stillman, G & Mevarech Z. (2010). Metacognition research in mathematics education: From hot topic to mature field. *ZDM: The international journal of mathematics education*, 42(2):145-148.

- Strada, MJ. (2003). *Through the global lens: an introduction to the social sciences*. 2nd ed. Upper Saddle River, N.J. : Prentice-Hall.
- Suleman, Q. (2014). Effects of Classroom Physical Environment on the Academic Achievement Scores of Secondary School Students in Kohat Division, Pakistan. *International Journal of Learning & Development*. 4(1):71-82.
- Sullivan, P & Clarke, D. (2013). Teachers' Decisions About Mathematics Tasks When Planning. *Mathematics Education Research Group of Australasia Inc*: 626-633.
- Sweeney. L. (2007). *Phases of Inquiry-Based Learning: A guide for teachers*. Sciencedirect.com.
- Syyeda, F.(2016). Understanding attitudes towards mathematics using a multimodal modal model: An exploratory case study with secondary school children in England. *Cambridge Open-Review Educational Research e-Journal*, 3. 32-62.
- Mathematics. *Multiple Linear Regression Viewpoints*; 26(1): 20-28. [Aanlyn]:Beskikbaar: index/Introduction. html7844556_jean-piaget-types-knowledge.html. [25.06.2015].
- Tarim, K. (2009). The effects of cooperative learning on preschoolers' mathematics problemsolving ability. *Educ Stud Math*, 72. 325-340.
- Tichá, M & Hošpesová, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-Service Teacher Training. *Institute of Mathematics of the Academy of Sciences of the Czech Republic. University of South Bohemia Ceske Budejovice*: 1-10.
- Tripathi, N. (2009). Problem Solving in Mathematics: A Tool cognitive Development. 168-173.
- Turner, EG, Gutierrez, RJ & Sutton, T. (2011). Student Participation in Collective Problem Solving in an After-School Mathematics Club: Connections. *Canadian journal of science, mathematics and Technology Education*, 11(3): 226-246.
- Tylee, J (s.j). Teacher as facilitator: one of the face-to-face teacher's roles :1-7. [Aanlyn]. Beskikbaar: <http://montemath.com/teacherasfacilitator.pdf>. [2016, Januarie, 27].
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2011). A learning teaching trajectory as a hold for teaching primary School Mathematics in the Netherlands. Utrecht University. 21-39.
- Van Leeuwen, A & Janssen, J.(2019). A systematic review of teacher guidance during collaborative learning in primary and secondary education. *Department of Education, Utrecht University, the Netherlands*.71-89.
- Van de Walle, J. A. 2010. *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally*. Boston: Allyn & Bacon.
- Van der Walt, M & Maree, K. (2007). Do mathematics learning facilitators implement metacognitive strategies? *South African Journal of Education*. 27(2): 223 241.
- Van Teijlingen E R. & Hundley, V. (2001). Social Research Update. *Issue 35*. 1-12.

Vincent, S. (1999). *The Multigrade Classroom: A Resource Handbook for Small, Rural Schools*. New York: Bruce A. Miller.

Wahid, B. 2002. Open-Ended Problem Approaches In Mathematics Learning, 4(1). 62 – 72

Wang, F., Hannafin, MJ.(2005). Design-based research and technology-enhanced learning environments. *Educ. Tech. Res. Dev.* 53(4): 5-23.

Warfield. K. (2016). How Surroundings Affect Students' Learning. [Aanlyn]: Beskikbaar: <https://exchange.character.org/how-surroundings-affect-students-learning/> [2021.04.20].

Way, J. (2011). Problem Solving: Opening up Problems Stage: 1, 2, 3 and 4. Online [Web: Datum Oopgemaak :28 Oktober 2016].

Welch, C. (2011). Why minimal guidance instruction does not work. [Aanlyn]:Beskikbaar: lexiconic.net/wheatfromthechaff/archives/854 [20220.12.29].

White, CJ. (2005). *Research a Practical Guide*. Pretoria. Ithuthuko Investments (Publishing). Printed/ Drukkers Uitgewers by Group 7.

Wilson, JW, Fernandez, ML & Hadaway, N.(1993). *Mathematical Problem Solving*. Department of Mathematics Education. 1-24.

Yee, FP.(1999). Using Short Open-ended Mathematics Questions to Promote Thinking and Understanding. *National Institute of Education*.135-140.

Yeo, JBW. (2007). Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. Mathematics and Mathematics Education. *National Institute of Education, Nanyang Technological University, Singapore* .1-28.

Yong, HT & Kiong, LN. (2005). Metacognitive Aspect of mathematics problem solving. *East Asia Regional Conference on Mathematics and Metacognition*. ccs.neu.edu.

Zeitz, P. (1999). *The art and craft of Problem Solving*. New York: John Wiley & Sons.

Zhelev1.Zh. & Petrov, P. (2010). The impact of reflection on mathematics problem solving. *Trakia Journal of Sciences*, 8(3): 1-5.

Web: <http://712educators.about.com/od/teachingstrategies/a/How-To-Facilitate-Learning.htm> [Datum uitgereik: 29.12.2015].

Bylaag A: Vraelys

Vraelys : Probleemoplossing
Multigraadklas: Grade 4, 5 en 6

Skryf neer die nommer wat aan jou toegeken is: _____

Ouderdom: _____

Graad : _____

Lees die volgende vrae goed deur en omkring die antwoord wat die beste vir jou pas.

Die volgende skaal word gebruik vir die beantwoording van die stellings:

5	Altyd
4	Dikwels/Gereeld
3	Somtyds/Partykeer
2	Selde/Min
1	Nooit

Verstaan:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

1. Lees jy eers die probleem heeltemal deur om te verstaan ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2. Probeer jy elke woord wat daar staan verstaan ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

3. Kan jy dit wat gevra is, identifiseer uit die probleem ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

4. Weet jy wat om te doen nadat jy die probleem goed deurgelees het?

Maak 'n plan:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

1. Is dit vir jou maklik om 'n strategie te kies om die probleem op te los ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2. Kan jy die strategie wat jy maak het, verduidelik aan iemand anders ?

Voer die plan uit:

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

1. Kon jy die strategie wat jy gekies het uitvoer ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2. Het die strategie goed gewerk ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

3. Kon jy maklik by die antwoord uitkom ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

4. As dit die verkeerde strategie was, kon jy maklik 'n ander een kies ?

Kyk terug :

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

1. Was jy seker van jou antwoord wat jy gekry het ?

1	2	3	4	5
---	---	---	---	---

2. Het jy 'n manier om te toets of die antwoord korrek was ?

Bylaag B: Voor-toets

Tyd: $1\frac{1}{2}$ uur

Voor-toets

Doen al die vrae.

Probleem 1

By 'n partytjie kry elke *kind* $\frac{1}{3}$ van 'n pizza. Daar is altesaam 15 pizzas. Hoeveel kinders was by die partytjie?

Problem 2

By 'n motorveiling is daar 3-wiel motorfietse en 4-wiel aangedrewe bakkies. As daar altesaam 29 wiele is, hoeveel is 3-wiel motorfietse en hoeveel is 4-wiel aangedrewe bakkies

Probleem 3

Bill ontvang R12 om vir sy buurman se kat, kos te gee vir 3 dae. Hoeveel dae sal hy vir die kat moet kos gee om R40 te verdien. Die buurmense gaan vir 3 weke met vakansie. Bill wil genoeg verdien om 'n CD speller te koop wat R89 kos. Sal die geld wat hy verdien genoeg wees. Verduidelik .

Probleem 4

Een honderd en tagtig appelbome word in 'n reguit ry geplant, sodat die afstand tussen die bome 8 meter is. Wat sal die afstand wees vanaf die eerste boom tot en met die die 180ste boom ?

Probleem 5

In die Karoo help 'n seun sy pa om 'n reghoekige kamp te bou. Die afstand van die hoekpale is in lengte 24 meter en 20 meter wyd van mekaar. Tussen die pale is spanhoutjies (droppers) wat 4m van mekaar af is. By die regterkantse hoek is 'n hek wat 3 m lank is. Hoeveel spanhoutjies (droppers) sal benodig word.

Probleem 6

Sewe persone neem deel aan 'n skaakkompetisie. Elke speler speel een keer teen 'n ander persoon.. Bepaal hoeveel wedstryde gespeel sal word.

Probleem 7 'n Boer het 1 576 skape op sy plaas. Wanneer 784 skape vrek weens droogte, verkoop hy die helfte daarvan aan die slagpale teen R45/kg. Die massa van elke skaap is gemiddeld 25 kg wat verkoop word. Die slagpale verkoop die skape aan die slaghuis teen R60/kg. Die slaghuis verkoop op sy beurt die skape aan die publiek teen R74/kg.

- Hoeveel betaal die slagpale die boer vir die skape ?
- Hoeveel wins maak die slagpale ?
- Watter bedrag ontvang die slaghuis ?

Bylaag C: Na-toets

Na-toets

Tyd: $1\frac{1}{2}$ uur

Doen al die vrae.

Probleem 1

By 'n partytjie kry elke *kind* $\frac{1}{6}$ van 'n pizza. Daar is altesaam 12 pizzas. Hoeveel kinders was by die partytjie?

Probleem 2

By 'n motorveiling is daar 2-wiel motorfietse en 3-wiel motorfietse. As daar altesaam 36 wiele is, hoeveel is 2-wiel motorfietse en hoeveel is 3-wiel motorfietse

Probleem 3

Bill ontvang R24 om vir sy buurman se hond, kos te gee vir 4 dae. Hoeveel dae sal hy vir die hond moet kos gee om R48 te verdien. Die buurmense gaan vir 3 weke met vakansie. Bill wil genoeg verdien om 'n CD speler te koop wat R128 kos. Sal die geld wat hy verdien genoeg wees. Verduidelik .

Probleem 4

Een honderd en tagtig appelbome word in 'n reguit ry geplant, sodat die afstand tussen die bome 6 meter is. Wat sal die afstand wees vanaf die eerste boom tot en met die 48 ste boom ?

Probleem 5

In die karoo help 'n seun sy pa om 'n reghoekige kamp te bou. Die afstand van die hoekpale is in lengte 60 meter en 25 meter wyd van mekaar. Die pale word 5meter vanaf mekaar geplant. Tussen

die pale word 3 spanhoutjies (droppers) ewe ver van mekaar geplaas. By die regterkantse hoek is 'n hek wat 5 m lank is.

- a) Hoeveel pale sal geplant word ?
- b) Hoeveel spanhoutjies (droppers) sal benodig word.

Probleem 6

13 rugbyspelers daag op vir rugby oefeninge. Elke speler groet mekaar een keer met die hand. Hoeveel handdrukke word gegee.

Probleem 7

'n Muur is 26 meter hoog. 'n Slak klim vanaf die bodem elke dag 5 meter en gly saans 2 meter terug. Hoeveel dae gaan dit die slak neem om die toppunt van die muur te bereik ?

Bylaag D : Rubriek

Bepunting	Kriteria
0	Geen werk of oplossing word vertoon of verduidelik nie. Verkeerde oplossing en geen werk vertoon of verduidelik nie. Geen bewys van enige strategie of verduideliking nie.
1	'n Bietjie werk of verduideliking buiten die oorskryf van die data. Een of meer verkeerde benaderings probeer of verduidelik. Oorskryf van die data, maar dit lei nie tot 'n korrekte oplossing nie.
2	Sommige dele van 'n toepaslike strategie word vertoon of verduidelik. Toepaslike strategie word vertoon of verduidelik, maar word verkeerd geïmplementeer.
3	'n Voltooide toepaslike strategie word vertoon of verduidelik maar: 'n Verkeerde oplossing word weens 'n eenvoudige berekings- of ander fout gegee. Geen oplossing word gegee nie.
4	'n Korrekte oplossing word vertoon. Geen strategie of verduideliking nie Bewyse verstaan van die probleem.
5	'n Korrekte oplossing. 'n Toepaslike strategie word vertoon of verduidelik. Bewyse verstaan van die probleem. Korrekte antwoord.

Bylaag E: Onderhoudvrae

Vraag 1. Was al die probleme maklik om op te los?

Vraag 2. Wat het jy gedoen om die probleme te verstaan ?

Vraag 3. Het die strategie (plan) wat jy gekies het gewerk om die probleme op te los ?

Vraag 4. Verduidelik hoe jy te werk gegaan het om die probleme op te los ?

Vraag 5. Het jy seker gemaak dat jou antwoord reg is?

Onderhoude met respondente:

Onderhoude met Respondent 2		
Voortoets Na-Toets		
Vraag 1. Was al die probleme maklik om op te los?		
Antwoord	Nee meneer. Dit was nie alles maklik nie. Ek het nie alles Want dit was verstaan nie. swaar. Wanneer jy dit nie kan verstaan nie.	
Vraag 2. Wat het jy gedoen om die probleme te verstaan ?		
Antwoord	Gelees om dit te verstaan.	Ek het die som gelees tot ek hom verstaan. Ek het gekyk wat hulle vra en wat hulle gee.
Vraag 3. Het die strategie (plan) wat jy gekies het gewerk om die probleme op te los ?		
Antwoord	Ja meneer Ek het enige ding geskryf. Geen duidelike antwoord	Dit het nie altyd gewerk nie.
Vraag 4. Verduidelik hoe jy te werk gegaan het om die probleme op te los ?		
Antwoord	Geen verduideliking	Ek het die som gelees tot ek hom verstaan. Ek het gekyk wat hulle vra en gekyk wat hulle gee. Toe maak ek 'n plan. Toe voer ek my plan uit.

Antwoord

Nee meneer.

Ja

**Onderhoud met
Respondent 7****Voortoets
Na-Toets****Vraag 1. Was al die
probleme maklik om
op te los?**

Antwoord

Nee. Dit was swaar

Nee meneer. Want dit was swaar gewees.

Vraag 2. Wat het jy gedoen om die probleme te verstaan ?

Antwoord

Gelees .

Ek hom gelees meneer. Om te verstaan.

Vraag 3. Het die strategie (plan) wat jy gekies het gewerk om die probleme op te los ?

Antwoord

Nee meneer.

Ja, meneer.

Vraag 4. Verduidelik hoe jy te werk gegaan het om die probleme op te los ?

Antwoord

Gelees om dit te verstaan. En 'n plan hom te verstaan. plan uitgevoer. En uit. teruggekyk. Om te kyk of die antwoord reg is en of die som reg geskryf is

Ek het hom gelees. gemaak en die Om

Toe maak ek 'n plan. Toe voer ek die plan te Toe kyk ek terug of my antwoorde reg is.

Antwoord

Nee meneer

: Ja meneer.

Onderhoude met

Respondent 12		
Voortoets		
Na-Toets		
Vraag 1. Was al die probleme maklik om op te los?		
Antwoord	Nee nie maklik nie, nie altyd nie. antwoord uitk	Van hulle was maklik en van hulle was nie maklik nie. Want ek kon nie gou by die kom nie.
Vraag 2. Wat het jy gedoen om die probleme te verstaan ?		
Antwoord	: Respondent kon nie duidelike	Ek het eers die som geles tot ek hom verstaan.
Wat hulle vir my vra en wat hulle vir my sê.		
	antwoord verstrek nie.	
Vraag 3. Het die strategie (plan) wat jy gekies het gewerk om die probleme op te los ?		
Antwoord	Nee	Ja, mnr.
Vraag 4. Verduidelik hoe jy te werk gegaan het om die probleme op te los ?		
Antwoord	: Ek het die probleem geles en toe gedoen twee keer. : Toe kry ek die antwoord.	Ek het eers die som geles tot ek hom verstaan. Dan kyk ek wat hulle vir my vra. En dan maak ek 'n plan. Dan voer ek die plan uit.
Vraag 5. Het jy seker gemaak dat jou antwoord reg is?		
Antwoord	Ja Meneer.	Ja, mnr.

Onderhoude met Respondent 17		
Voortoets		Na-Toets
Vraag 1. Was al die probleme maklik om op te los?		
Antwoord	Nee meneer Fortuin. Die vrae, dit was baie moeilik.	Ja, dit was maklik.
Vraag 2. Wat het jy gedoen om die probleme te verstaan ?		
Antwoord	Die vrae geles. Toe lees ek hom weer oor.	Ek het geles en verstaan.

Vraag 3. Het die strategie (plan) wat jy gekies het gewerk om die probleme op te los ?		
	Antwoord Nee. Die plan het nie gewerk nie. Ja, dit het gewerk.	Was nie reg vir my nie.
Vraag 4. Verduidelik hoe jy te werk gegaan het om die probleme op te los ?		
Antwoord	Gelees. Dink. Plan gemaak.	Ek het hom verstaan. Deur om te lees. Dan maak ek 'n plan. Dan voer ek die plan uit.
Vraag 5. Het jy seker gemaak dat jou antwoord reg is?		
Antwoord	Nee	Ja meneer.

Bylaag F: Navorser se Waarnemingsinstrument

Waarnemings Instrument					
Datum					
Opdrag					
Groep	1	2	3	4	5
Is al die leerders betrokke met die uitvoer van hul opdragte 'n sinvolle manier ?					
Vind interaksie en deel leerders hul oplossingstrategieë met mekaar ?					

Beskik al die leerders oor die vermoë om hul opdragte suksesvol te voltooi ?					
Het al die leerders 'n beter konseptuele verstaan in die oplossing van probleme ontwikkel ?					
Aantekeninge					

Bylaag G: Terugvoeringsverslag van Groep

Naam van Navorser: Keith Jarome Fortuin

Datum: _____

Leerdersnommer: 15585786

Beoordeel jul groep se werk op 'n skaal van 1 – 4 deur die toepaslike syfer te omring

1. Nooit
2. Somtyds/ Partykeer
3. Dikwels/ Gereeld
4. Altyd

Kriteria	Skaal			
1. Dit was lekker om in die groep te werk.	1	2	3	4
2. Alle groeplede het aan die aktiwiteite deelgeneem.				
3. Groeplede het mekaar in die groep gehelp en aangemoedig.				
4. Groeplede het by die opdrag gebly.				
5. Elkeen het 'n kans gekry om te praat.				
6. Die groep se werk is netjies gedoen.				

7. Ons het geluister na mekaar se opinies.				
8. Al die opdragte is uitgevoer.				
9. Ons kon in groep van meer as een metode gebruik maak.				

Bylaag H: Toestemmingsbrief aan ouers**Verwysings No. HS903/2013**

Geagte Ouer

Tans is ek, Keith Fortuin 'n ingeskrewe student aan die Universiteit van Stellenbosch waar ek van voornemens is om met 'n meestergraad voort te gaan. Ek wil graag navorsing doen om te kyk na 'n Onderzoek na die rol van die probleemoplossingsbenadering om die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in 'n Multigraad wiskundekurrikulum te oorbrug.

By Hoogekraal Primêr, waar u kind 'n ingeskrewe leerder is, het ons so 'n situasie waar Grade 4, 5 en 6 in dieselfde klas is en op dieselfde tyd onderrig word .

Die leerders van die Grade 4, 5 en 6 sal in groepe ingedeel word wat bestaan uit vier leerders elk. Van u kind sal verwag word om 'n vraelys te voltooi, 'n Voortoets en Na-toets aflê. Onderhoude sal met u kind gevoer en wiskundige aktiwiteite sal gegee word om op te los. Tydens die klasbesprekings sal hy in die groep waarin hy ingedeel is, waargeneem oor deelname om wiskundige probleme op te los.

Graag wil ek u toestemming vra of u kind deel kan wees van die program wat sal strek vanaf 23 Januarie 2017 tot 30 September 2017. Deur die onderstaande vorm te voltooi gee u toestemming dat hy 'n deelnemer kan wees. Deelname is volkome vrywillig en u kind kan enige tyd onttrek uit die navorsing. U word baie sterk uitgenooi om enige saak rakende die navorsing met my te kom bespreek.

Indien u enige verdere navrae het kan u skakel met Me Maléne Fouché by 021 808 4622 van die Afdeling: Navorsingsontwikkeling by Universiteit van Stellenbosch.

Antwoordstrokie

Hiermee gee ek (ouer se volle naam en van)_____ ouer

toestemming dat my kind (kind se volle naam en van) _____

mag deelneem aan die navorsingsprogram. Ons is ten volle bewus van die inhoud van hierdie brief en verstaan dat ons kind konfidensieel gehou sal word en dat hy/sy anoniem sal bly. Ons verstaan ook dat ons op enige stadium van die studie ons kind mag onttrek.

Handtekening van ouer: _____ Datum: _____

Bylaag I: Toestemmingsvorm vir deelnemers.



INLIGTINGSTUK EN TOESTEMMINGSVORM VIR DEELNEMERS



TITEL VAN NAVORSINGSPROJEK: 'n Ondersoek na die rol van die probleemoplossingsbenadering om die gaping tussen Grade 4, 5 en 6 in 'n Multigraad wiskundekurrikulum te oorbrug.

NAVORSER(S): Keith Jarome Fortuin

ADRES: John Kretzenstraat 32 , Blanco , 6529

KONTAKNOMMER: 0828710081

Wat is navorsing ?

Deur navorsing leer ons hoe dinge (en mense) werk. Ons gebruik navorsingsprojekte of -studies om meer oor probleme uit te vind. Navorsing leer ons ook hoe om probleme te verstaan en op te los.

Waarom gaan hierdie navorsingsprojek?

Die navorsingsprojek gaan daarvoor om te toets of wiskundige probleemoplossingsbenadering in 'n multigraadsituasie die maniere van onderrig en leer kan help verbeter in die intermediêre fase vir Grade 4, 5 en 6.

Hoekom vra julle my om aan hierdie navorsingsprojek deel te neem? *Aangesien u huidig 'n leerder is in die intermediêre fase op wie die navorsingprojek van toepassing is.*

Wie doen die navorsing?*Die navorser, is Keith Fortuin.***Wat sal in hierdie studie met my gebeur?***Van u as leerder word verwag om getrou en aktief deel te neem aan klasbesprekings en groepbesprekings, saam te werk deur 'n vraelys te voltooi wat aan u gegee word, en aan 'n onderhoud deel te neem deur vrae mondelings te beantwoord wat aan u gevra word. Verskeie wiskundige probleme sal aan u gegee word wat u moet oplos. U sal geleer word hoe om die wiskundige probleemoplossingsbenadering toe te pas in die oplos van probleme***Kan enigiets fout gaan?***Geen onredelike eise sal aan u gestel of van u verwag word nie. Indien daar dalk iets is wat u ongemaklik sal laat voel, kan u dit aan u ouers vertel. U sal nie te nagekom word indien u nie aktiwiteite kan doen nie. U is ook vry om enige tyd te onttrek aan die navorsing.***Watter goeie dinge kan in die studie met my gebeur?***'n Liefde vir wiskunde sal by gekweek word. U sal geleer word hoe om wiskundige probleme beter te verstaan en hoe om dit op te los. U sal meer selfvertroue ontwikkel en geleer word hoe om binne groepsverband te werk.***Sal enigiemand weet ek neem deel?***Alle inligting sal vertroulik hanteer word en u naam sal nie bekend gemaak word in enige inligting wat van u verkry word nie.***Met wie kan ek oor die studie praat?***My studieleier, Prof. Dirk Wessels. Telefoonnommer Landlyn – 0218535476 of Selnommer 0828595214***Wat gebeur as ek nie wil deelneem nie?***U hoef nie aan die studie deel te neem al het u ouers toestemming daartoe verleen. U kan enige stadium onttrek sonder om in die moeilikheid te beland of dat dit teen u gehou word.***Verstaan jy hierdie navorsingstudie, en wil jy daaraan deelneem?**

JA

NEE

Het die navorser ál jou vrae beantwoord?

JA

NEE

Verstaan jy dat jy kan ophou deelneem net wanneer jy wil?

JA

NEE

_____ Handtekening van kind
Datum

Bylaag J: Toestemmingsbriewe vir die studie:

DIREKTORAAT: NAVORSING

Audrey.wyngaard@westerncape.gov.za
tel.: +27 21 467 9272 faks: 0865902282
Privaatsak x9114, Kaapstad 8000
wced.wcape.gov.za

VERWYSING: 20120815 - 0043

NAVRAE: Dr A.T Wyngaard

Mnr K J Fortuin
John Kretzenstraat 32
Blanco
0529

Beste Mnr K J Fortuin

NAVORSINGSTITEL: 'N ONDERSOEK NA DIE ROL VAN PROBLEEMOPLOSSINGABENADERING OM DIE GAPING TUSSEN GRADE 4, 5 EN 6 IN 'N MULTIGRAAD WIKUNDEKURRIKULUM TE OORBRUG.

U aansoek om bogenoemde navorsing in skole in die Wes-Kaap te onderneem, is toegestaan onderhewig aan die volgende voorwaardes:

1. Prinsipale, opvoeders en leerders is onder geen verpligting om u in u ondersoek by te staan nie.
2. Prinsipale, opvoeders, leerders en skole mag nie op enige manier herkenbaar wees uit die uitslag van die ondersoek nie.
3. U moet al die reëlins met betrekking tot u ondersoek self tref.
4. Opvoeders se programme mag nie onderbreek word nie.
5. Die ondersoek moet onderneem word vanaf **23 Januarie 2017 tot 30 September 2017**

6. Geen navorsing mag gedurende die vierde kwartaal onderneem word nie omdat skole leerders op die eksamen (Oktober tot Desember) voorberei.
7. Indien u die tydperk van u ondersoek wil verleng, moet u asb met **Dr A.T. Wyngaard** in verbinding tree by die nommer soos hierbo aangedui, en die verwysingsnommer aanhaal.
8. 'n Fotostaat van hierdie brief sal oorhandig word aan die prinsipaal van die inrigting waar die beoogde navorsing sal plaasvind.
9. U navorsing sal beperk wees tot die lys van skole soos wat by die Wes-Kaap Onderwysdepartement ingedien is.
10. 'n Kort opsomming van die inhoud, bevindinge en aanbevelings van u navorsing moet voorsien word aan die Direkteur: Onderwysnavorsing.
11. 'n Afskrif van die voltooide navorsingsdokument moet ingedien word by:

Die Direkteur: Navorsingsdienste Wes-Kaap
Onderwysdepartement
Privaatsak X9114 KAAPSTAD
8000 Ons

wens u sukses toe met u navorsing.

Die uwe

Geteken: Dr Audrey T Wyngaard

Direktoraat: Navorsing

DATUM: 18 Januarie 2017



PRIMÊR HOOGEKRAAL PRIMARY

Posbus 190, Pacaltsdorp, 6534, Tel. 044-879129, Epos: hoogekraal.prim@gmail.com

2 Februarie 2017

Geeagte Mnr. Fortuin

Met verwysing na u aansoek ten opsigte van die navorsing wat u wil doen by Hoogekraal Primêr, word u hiermee in kennis gestel dat u aansoek deur die beheerliggaam goed gekkeur is.

Voorsitter

A. Du Preez